

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

4657/82

27/9-82

P13-82-499

Н.И.Тарантин

ВОЗМОЖНЫЕ УЛУЧШЕНИЯ
МАГНИТНЫХ ТОРОИДАЛЬНЫХ СПЕКТРОМЕТРОВ

Направлено в "Журнал технической физики"

1982

Магнитные тороидальные спектрометры, применяемые в ядерной спектроскопии для измерения энергетических спектров электронов конверсии и β -частиц, обладают большим угловым акцептансом и высокой разрешающей способностью. Однако, по мнению автора настоящей статьи, еще далеко не все возможности тороидального магнитного поля использованы для улучшения характеристик спектрометров этого типа. Это мнение основано на том, что рассмотренные в литературе и реализованные спектрометры тороидального типа ограничены несколькими вариантами из широкого набора возможных тороидальных спектрометрических схем. В частности, особенностью всех рассмотренных и реализованных тороидальных спектрометров является то, что их входная и выходная границы расположены ортогонально к оси пучка анализируемых частиц и, таким образом, наклон границ не использован для улучшения характеристик спектрометров так, как это практикуется в случае спектрометров других типов, например магнитных с осью симметрии магнитного поля, перпендикулярной плоскости диспергирования.

В связи с этим в настоящей работе впервые рассмотрены основные характеристики магнитного тороидального спектрометра с самыми общими параметрами: входная и выходная границы магнитного поля наклонены к оптической оси спектрометра, источник заряженных частиц и щель диафрагмы детектора расположены вне оси симметрии поля, то есть имеют форму кольца. Рассмотрение проведено в первом приближении по малым величинам для радиального и азимутального движений частицы. Получены аналитические выражения для коэффициентов линейного преобразования пучка заряженных частиц, определяющих, как известно, предельное значение главной характеристики спектрометра - его разрешающей способности. Указаны возможности увеличения дисперсии, линейного и углового акцептансов спектрометров.

На рис.1 представлено схематическое изображение радиального сечения одной половины тороидального спектрометра и используемые системы координат. Цилиндрическая система координат r, θ, z , где θ - азимутальная координата, - правосторонняя. Стрелками даны положительные направления отсчета указанных величин.

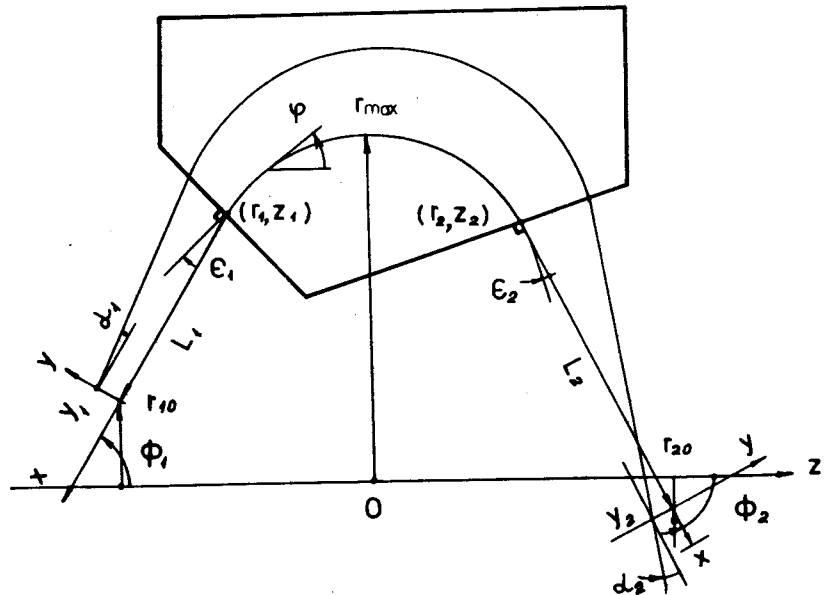


Рис.1. Траектория заряженной частицы в магнитном тороидальном спектрометре.

напряженность магнитного поля в основной области тороидальной катушки с осью симметрии, совпадающей с осью z , определена формулами $H_\theta = A/r$, $H_1 = H_2 = 0$, где A - константа. Входная и выходная эффективные границы магнитного поля заданы согласно определению^{/1/} соотношением

$$Z_B(r) = z_I + \frac{r}{A} \int_{z_I}^{z_{II}} H_\theta(r, z) dz,$$

где $Z_B(r)$ - уравнение эффективной границы, $H_\theta(r, z)$ - азимутальная составляющая напряженности магнитного поля в медианной плоскости межвиткового зазора катушки в окрестности границы, z_I и z_{II} - значения координаты z , отвечающие условиям $H_\theta(r, z_I) = 0$ и $H_\theta(r, z_{II}) = A/r$. Такое определение эффективной границы удобно тем, что оно учитывает характерную структуру топографии тороидального магнитного поля. При рассмотрении в первом приближении достаточно аппроксимация эффективной границы прямой линией, касательной к границе в точке ее пересечения оптической осью спектрометра. Параметрическое уравнение оптической оси в тороидальном магнитном поле дается известными соотношениями^{/2/}:

$$r(\phi) = r_{\max} e^{-k(1-\cos\phi)}, \quad z(\phi) = -r_{\max} k e^{-k\phi} \int_0^{\phi} \cos\phi e^{k\cos\phi} d\phi,$$

$$\Phi_2 \leq \phi \leq \Phi_1, \quad \Phi_2 < 0.$$

Здесь $k = m_0 v_0 / A e_0 = \rho / r$, где m_0, v_0, e_0 - масса, скорость и заряд главной из анализируемых частиц, ρ - ее радиус кривизны в точке с координатой r тороидального поля.

Рассмотрение линейных преобразований траектории частицы в тороидальном спектрометре в настоящей работе проводится методом сопряжения начальной и конечной частей траектории частицы, выраженных соответственно через начальные y_1, a_1 и конечные y_2, a_2 координаты частицы и параметр ее дисперсионности $\delta = \Delta(m_0 v_0) / m_0 v_0$. Этот прием был использован автором ранее для определения коэффициентов линейного преобразования частиц дипольным^{/3/} и квадрупольным^{/4/} магнитами и дал существенное упрощение процедуры решения уравнений траектории частицы и формы выражения коэффициентов. При рассмотрении радиального движения в тороидальном спектрометре условия сопряжения двух частей траектории по координатам r и z , например в точке $\phi = 0$, выражаются следующими равенствами:

$$\eta_1 (c_1 + t_1 s_1) e^{k(1-c_1)} + a_1 [k s_1 + \ell_1 (c_1 + t_1 s_1) e^{k(1-c_1)}] + \delta k (1-c_1) =$$

$$\eta_2 (c_2 - t_2 s_2) e^{k(1-c_2)} + a_2 [k s_2 - \ell_2 (c_2 - t_2 s_2) e^{k(1-c_2)}] + \delta k (1-c_2);$$

$$\eta_1 [(c_1 + t_1 s_1) I_{11} - (s_1 - t_1 c_1)] + a_1 [k c_1 e^{-k(1-c_1)} - \ell_1 (s_1 - t_1 c_1) +$$

$$+ [k s_1 e^{-k(1-c_1)} + \ell_1 (c_1 + t_1 s_1)] I_{11}] + \delta e^{-k(1-c_1)} [(1-kc_1) I_{11} +$$

$$+ I_{21}] = \eta_2 [(c_2 - t_2 s_2) I_{12} - (s_2 + t_2 c_2)] + a_2 [k c_2 e^{-k(1-c_2)} +$$

$$+ \ell_2 (s_2 + t_2 c_2) + [k s_2 e^{-k(1-c_2)} - \ell_2 (c_2 - t_2 s_2)] I_{12}] +$$

$$+ \delta e^{-k(1-c_2)} [(1-kc_2) I_{12} + I_{22}].$$

Здесь

$$\eta_i = y_i / r_{\max}, \quad \ell_i = L_i / r_{\max}, \quad s_i = \sin \Phi_i,$$

$$c_i = \cos \Phi_i, \quad r_{\max} = r_i e^{k(1-c_i)}, \quad t_i = \operatorname{tg} \epsilon_i,$$

$$I_{1i} = k e^{-kc_i} \int_0^{\Phi_i} \cos\phi \cdot e^{k\cos\phi} d\phi, \quad I_{2i} = k^2 e^{-kc_i} \int_0^{\Phi_i} \cos^2\phi \cdot e^{k\cos\phi} d\phi,$$

$$i = 1, 2.$$

В результате подстановки в условия сопряжения конечных координат частицы, выраженных в виде рядов разложения по начальным координатам и параметру δ : $\eta_2 = H_\eta \eta_1 + H_a a_1 + H_\delta \delta + \dots$, $a_2 = A_\eta \eta_1 + A_a a_1 + A_\delta \delta + \dots$, получаем три системы алгебраических уравнений для определения шести неизвестных коэффициентов разложения, или коэффициентов линейного преобразования траектории частицы $H_\eta, A_\eta, H_a, A_a, H_\delta, A_\delta$. Одно из решений второй системы уравнений дает следующие условия для преобразования пучка заряженных частиц тороидальным спектрометром по типу "проектор", определяемые общим требованием $H_a = 0$:

$$k c_i e^{-k(1-c_i)} + (-1)^i \ell_i [s_i + (-1)^i t_i s_i] +$$

$$+ [k s_i e^{-k(1-c_i)} - (-1)^i \ell_i [c_i - (-1)^i t_i s_i]] I_{1i} = 0, \quad i = 1, 2.$$

Как можно показать, эти условия имеют наглядную геометрическую интерпретацию, представленную на рис. 2. А именно, при заданных k, Φ_1 и Φ_2 или r_1 и r_2 , определяющих оптическую ось спектрометра, положения источника S и щели диафрагмы детектора D в зависимости от углов наклона границ ϵ_1 и ϵ_2 находятся построением трех нормалей на входе и выходе спектрометра и из условия их пересечения в одной точке A_1 на входе и A_2 на выходе. Эти нормали - нормаль SA_1 / DA_2 к оптической оси спектрометра, восстановленная из точки положения источника L_1 / щели детектора L_2 / нормаль к эффективной границе $A_1 B_1 / A_2 B_2$ из точки пересечения границы оптической осью и нормаль $A_1 C_1 / A_2 C_2$

из центра кривизны оптической оси в точке ее пересечения с границей $V_1 C_1 = k r_1 / V_2 C_2 = k r_2 /$ к отрезку $V_1 O / V_2 O /$, где O - нормальная проекция точки оптической оси с $\phi = 0$ на ось z . Заметим, что в предельном случае, когда r_1 и r_2 неограниченно увеличиваются и тороидальное поле становится однородным, представленное на рис.2 построение переходит в известное правило Картана^{5/} для спектрометров с однородным полем.

Второе решение второй системы дает коэффициент углового преобразования пучка частиц:

$$A_\alpha = -[\ell_1(c_1 + t_1 s_1) e^{k(1-c_1)} + k s_1 [(c_2 - t_2 s_2) I_{12} - (s_2 + t_2 c_2)] k^{-1}.$$

Путем решения других систем уравнений находим коэффициент линейного преобразования пучка частиц:

$$H_\eta = [\ell_2(c_2 - t_2 s_2) e^{k(1-c_2)} - k s_2 [(c_1 + t_1 s_1) I_{11} - (s_1 - t_1 c_1)] k^{-1},$$

и коэффициент линейной дисперсии вдоль оси y /в единицах $r_{\max} /$:

$$H_\delta = [\ell_2(c_2 - t_2 s_2) e^{k(1-c_2)} - k s_2] [(1 - k c_1) I_{11} + I_{21}] e^{-k(1-c_1)} - [(1 - k c_2) I_{12} + I_{22}] e^{-k(1-c_2)} k^{-1}.$$

Наклонные границы спектрометра с тороидальным полем вызывают азимутальное действие на заряженную частицу за счет краевого поля межвиткового зазора тороидальной катушки. Способом, изложенным в^{1/}, можно показать, что на границе межвиткового зазора на частицу действует в азимутальном направлении в первом приближении тонкая цилиндрическая линза с фокусным расстоянием

$$F_i = -k r_i \operatorname{ctg} \epsilon_i, \quad i=1,2,$$

и с оптической плоскостью, совпадающей с медианной плоскостью зазора. Это фокусирующее действие обусловлено уравнением Максвелла $\operatorname{rot} H = 0$, справедливым в межвитковом зазоре. В конечном итоге азимутальное движение частицы в тороидальном спектрометре определяется эффектом преломления траектории на эффективных границах спектрометра и законом сохранения азимутального момента количества движения частицы $m r^2 \dot{\theta} = \text{const}$ на всех остальных участках траектории, где $H_r = H_z = 0$. В том случае, когда предмет и изображение при азимутальном преобразовании типа "проектор" располагаются в свободном от магнитного поля пространстве до входной или после выходной границ, справедливы преобразования прямолинейных траекторий по формуле тонкой линзы:

$$1/L_{1\theta} + 1/L_{2\theta} = 1/F.$$

где $L_{1\theta}$ и $L_{2\theta}$ - расстояния от линзы до объекта и изображения в азимутальном движении. При мнимой промежуточной перетяжке пучка на оси z положения предмета и изображения определяются с помощью простого геометрического построения, также представленного на рис.2. Это построение приводилось ранее в работе^{6/} и заключается в следующем: положения объекта и его изображения при азимутальном преобразовании определяются условием пересечения в одной точке $E_1 / E_2 /$ двух нормалей - нормали к эффективной границе $V_1 E_1 / V_2 E_2 /$, восстановленной из точки пересечения границы оптической осью, и нормали к оптической оси спектрометра, восстановленной из точки положения изображения $I_1 E_1 /$ предмета $I_2 E_2 /$, а также прямой, соединяющей центр кривизны оптической оси в точке ее пересечения с границей и точку положения предмета $C_1 S /$ изображения $C_2 D /$. Азимутальные траектории частиц, испущенных из точки источника, лежащей в медианной плоскости межвиткового зазора, представлены в левой части рис.2. Заметим, что на рисунке представлен вариант спектрометра с двойной - радиальной и азимутальной - фокусировкой типа "проектор". При этом азимутальное движение частицы в магнитном поле спектрометра является меридиональным, что исключает радиальные aberrации второго порядка, обусловленные выходом траектории частицы из плоскости меридиана.

Наряду с представленной возможна более жесткая азимутальная фокусировка пучка типа "проектор" с промежуточной азимутальной перетяжкой пучка при $\phi = 0$, требующая $\epsilon_1 > 0$ и $\epsilon_2 > 0$. Условия для осуществления жесткой азимутальной фокусировки

$$1 + [k s_1 r_{10} / (r_{10} - r_1) + (-1)^i t_1] e^{k c_i} \int_0^{\Phi_i} e^{-k \cos \phi} d\phi = 0,$$

$$i=1,2.$$

Такая фокусировка обеспечивает более стабильную трансмиссию частиц через межвитковые зазоры обмотки по отношению к возможным возмущениям траекторий частиц, обусловленным, например, рассеянием частиц на атомах остаточного газа, неточностями топографии магнитного поля, кулоновским расталкиванием частиц. Азимутальная перетяжка пучка при $\phi = 0$ позволяет применить секступольные и октупольные элементы для коррекции некоторых радиальных aberrаций, требующие для успешного ис-

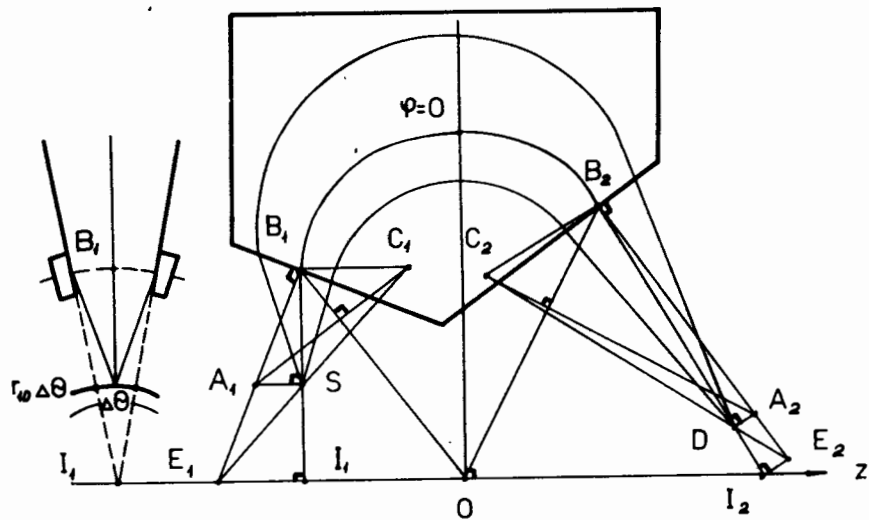


Рис. 2. Вспомогательные геометрические построения для определения положений источника заряженных частиц и щели диафрагмы детектора спектрометра с тороидальным магнитным полем. Исходные параметры спектрометра: $k=0,5$, $\Phi_1=90^\circ$, $\Phi_2=-60^\circ$, $\Phi=\Phi_1-\Phi_2=150^\circ$. Представлена схема двойной /радиальной и азимутальной/ фокусировки пучка частиц для кольцевых источника и щели диафрагмы.

пользования широкий в радиальном и узкий в азимутальном направлении пучок частиц.

Наклонные границы и внеосевые источники и щель диафрагмы заряженных частиц открывают и другие возможности для улучшения характеристик тороидальных спектрометров. А именно, использование наклонных границ позволяет создать тороидальный спектрограф, то есть анализатор с одновременной регистрацией анализируемых частиц в широком диапазоне энергий на протяженной фокальной линии. Реальность такой возможности может быть подкреплена аналогией создания магнитных спектрографов, например с однородным полем, необходимые спектрографические характеристики которых обеспечиваются выбором соответствующих наклонных границ. Наклон фокальной линии спектрографа к оптической оси определяется $\text{tg} \gamma = H_\delta A_\alpha / H_{\alpha\delta}$, где коэффициент преобразования второго порядка $H_{\alpha\delta}$, как и все остальные коэффициенты второго порядка, для тороидального анализатора может быть найден также методом сопряжения^{17/}.

Улучшаются возможности для увеличения размера источника в плоскости диспергирования без увеличения

связанных с этим aberrаций в результате применения электрически неэквипотенциального источника, предложенного и впервые осуществленного в работах^{18/}, если при этом использовать обратный вариант тороидального спектрографа.

Применение внеосевой кольцевой щели диафрагмы детектора частиц дает возможность исключить частично или полностью без уменьшения азимутального размера щели проявление азимутальных aberrаций в плоскости диспергирования. Это невозможно сделать при осевом положении отверстия, когда азимутальные aberrации одной радиальной плоскости проявляются в плоскости диспергирования другого радиального направления, перпендикулярного первому. Один из вариантов такой кольцевой щели диафрагмы детектора использовался в работе^{19/}. Применение наклонных границ дает дополнительные возможности для реализации кольца оптимального радиуса кривизны.

Применение краевой азимутальной фокусировки и кольцевого источника частиц увеличивает азимутальный аксептанс тороидального спектрометра, определяемый произведением действующей протяженности источника в азимутальном направлении на начальный растровый азимутальный угол направлений траекторий частиц, проходящих через межвитковый зазор. При условии, что радиус кольца источника частиц имеет оптимальные размеры.

$$r_{10} = 2L_{10} r_1 \Delta\theta / L, \quad \text{где } \Delta\theta - \text{азимутальный угловой растровый межвиткового зазора обмотки спектрометра /см. рис. 2/, } L - \text{длина оптической оси в магнитном поле спектрометра,}$$

$$L = r_{\max} k e^{-k} \int_{\Phi_2}^{\Phi_1} e^{k \cos \phi} d\phi,$$

азимутальный аксептанс одного межвиткового зазора

$$A_\theta = \pi r_{10} r_1 \Delta\theta / 2L_{10}.$$

Радиальный и полный аксептансы при этом равны соответственно

$$A_r = \Delta y_1 \Delta \alpha_1, \quad A = \pi r_{10} r_1 \Delta y_1 \Delta \alpha_1 \Delta\theta / 2L_{10}.$$

где Δy_1 - протяженность источника вдоль оси y , $\Delta \alpha_1$ - угловой растровый направлений траекторий частиц в радиальной плоскости, аксептируемых спектрометром.

При осевом положении источника полный аксептанс одного межвиткового зазора равен $A = \pi^2 \sin 2\Phi_1 \Delta y_1^2 \Delta \alpha_1 \Delta\theta$, что в $r_{10} r_1 / 2\pi \sin 2\Phi_1 L_{10} \Delta y_1$ раза меньше $/\Delta y_1 \ll r_{10} \cdot r_1 = L_{10} /$, чем у спектрометра с кольцевым источником и краевой азимутальной фокусировкой.

Использование наклонных входа и выхода пучка частиц позволяет увеличить дисперсию тороидальных спектрометров и, в частности, дисперсию одного из наиболее совершенных спектрометров тороидального типа ^{10/}, применявшегося в экспериментах по определению массы нейтрино путем измерения верхней границы β -спектра трития. В спектрометре ^{10/} осуществлено четырехкратное отклонение пучка частиц на угол 180° / $4 \times 180^\circ$ / тороидальной обмоткой с прямоугольной формой витков /входная и выходная границы составляют единую прямую, параллельную оси z /. Замена ортогональных входа и выхода пучка на наклонные позволяет обеспечить двойную пространственную фокусировку пучка тороидальной катушкой с прямоугольной формой витков при отклонении пучка на угол, существенно больший 180° /пределный угол между двумя последовательными радиальными перетяжками пучка в тороидальном магнитном поле составляет 360° /. Увеличение угла повышает дисперсию при каждом отклонении пучка и дополнительно дает возможность более полно использовать продольный размер прямоугольной тороидальной катушки за счет уменьшения расстояния от источника до диафрагмы детектора. Диспергирующая способность магнитного поля на некоторых участках используется повторно в результате частичного наложения траекторий частиц одного отклонения на траектории предыдущего.

В заключение автор благодарит В.В.Кузнецова за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Tarantin N.I. Intern. J. Mass Spect. Ion Phys., 1980, 36, p. 167.
2. Richardson H.O.W. Proc. Phys. Soc. (London), 1947, 59, p. 791.
3. Тарантин Н.И. ЖТФ, 1979, 49, с. 251.
4. Tarantin N.I. Nucl. Instr. and Meth., 1980, 171, p. 535.
5. Cartan L. J. Phys. Rad., 1937, 8, p. 453.
6. Тарантин Н.И. ОИЯИ, Р9-11536, Дубна, 1978.
7. Тарантин Н.И. Прикладная ядерная спектроскопия. "Энергоиздат", М., 1982, 11, с. 3.
8. Bergkvist K.-E. Ark. Phys., 1964, 27, p. 383, p. 439.
9. Moll E., Kankeleit E. Nucleonica, 1965, 7, p. 180.
10. Третьяков Е.Ф. Изв. АН СССР, сер. физ., 1975, 39, с. 583.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 июня 1982 года.

Тарантин Н.И. Возможные улучшения магнитных тороидальных спектрометров P13-82-499

Впервые проведено аналитическое рассмотрение преобразований пучка заряженных частиц в радиальной и азимутальной плоскостях магнитного тороидального спектрометра с наклонными входной и выходной границами и внеосевым источником заряженных частиц и щелью диафрагмы детектора. Указаны возможности увеличения дисперсии, линейного и углового акцептансов спектрометров.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных реакций ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1982

Tarantin N.I. Possible Improvements of the Magnetic Toroidal Spectrometer P13-82-499

The transformations of beam particles in radial and axial planes of magnetic toroidal spectrometer with inclined entrance and exit boundary and nonaxial charge particle source and detector diaphragm slit are considered analytically for the first time. Some possibilities are pointed to of increasing the dispersion, linear and angle acceptance of the spectrometer.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Reactions, JINR.

Preprint of the Joint Institute

Перевод О.С.Виноградовой.