

Б-724



объединенный  
институт  
ядерных  
исследований  
дубна

2443/2-81

18/1-81

P13-81-66

В.Ф.Бобраков, Б.В.Васильев

ЧАСТОТНЫЙ СИГНАЛ  
ГИСТЕРЕЗИСНОГО РАДИОЧАСТОТНОГО СКВИДА

Направлено в журнал "Радиотехника и электроника"

1981

Сверхпроводящие квантовые интерференционные датчики /сквиды/, являющиеся в настоящее время наиболее чувствительными измерителями магнитных потоков, полей и их градиентов, используются в схемах, где детектируется их амплитудный сигнал <sup>1,2/</sup>. Резонансный контур, с которым обычно индуктивно связывается сквид, наводит в последнем радиочастотный ток, параметры которого зависят от приложенного к сквиду постоянного магнитного потока. Обратное воздействие тока сквида на контур изменяет в нем режим установившихся колебаний, амплитуда которых регистрируется как сигнал.

Однако воздействие внешнего магнитного потока на сквид изменяет также его эффективную индуктивность <sup>3/</sup>, что приводит к изменению собственной частоты системы резонансный колебательный контур - сквид, т.е. к появлению частотного сигнала, который до сих пор для случая гистерезисного сквида остался неизученным и исследованию которого посвящена настоящая работа.

Из-за того, что переходы потока в радиочастотном гистерезисном сквиде происходят скачкообразно, описание сигнальных характеристик такого сквида в общем случае аналитически (даже приближенно) сделать трудно. Задача упрощается, если для связи со сквидом используется высокочастотный колебательный контур. В таком контуре в установившемся режиме присутствует только гармоническая составляющая тока, и из широкого спектра частот воздействия сквида контур выбирает также только гармоническую составляющую на собственной частоте. Поэтому для описания сигналов сквида в этом случае достаточно найти эффективный импеданс сквида на первой гармонике этой частоты, представив систему сквид-контур эквивалентной схемой, показанной на рис.1

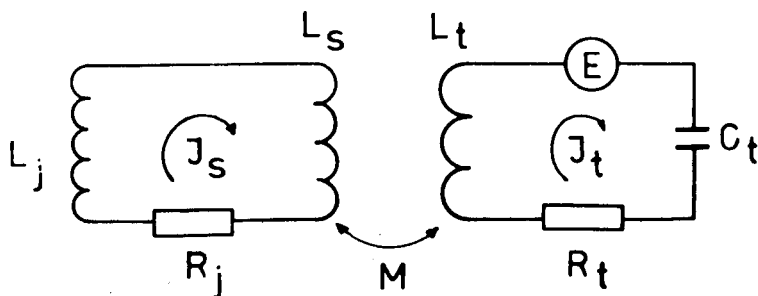
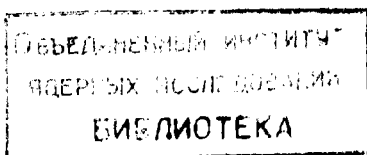


Рис.1



и описываемой системой уравнений

$$J_t [R_t + j(\omega L_t - \frac{1}{\omega C_t})] = E + j\omega M J_s, \quad /1/$$

$$J_s [R_j + j\omega(L_s + L_j)] = j\omega M J_t.$$

Здесь индекс  $t$  относится к элементам контура,  $L_s$  - индуктивность сквида /геометрическая/,  $M = k\sqrt{L_s \cdot L_t}$  - взаимная индукция сквида с контуром,  $R_j$  и  $L_j$  - эффективное сопротивление и эффективная индуктивность джоуфсоновского контакта, возникающие за счет переходов потока в сквиде,  $E$  - амплитуда напряжения радиочастотной накачки.

Если иметь в виду автогенерационный режим накачки, при котором расстройка в контуре отсутствует, т.е.

$$\text{Im} J_t = 0, \quad /2/$$

то собственная частота контура  $\omega$  под воздействием сквида сдвинется на величину

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{k^2}{2} \frac{1 + \ell_j}{q^{-2} + (1 + \ell_j)^2}, \quad /3/$$

где

$$q = \frac{\omega L_s}{R_j}, \quad \ell_j = \frac{L_j}{L_s}.$$

В случае, когда затухание в сквиде невелико, т.е.  $q \gg 1$ , из /3/ получим:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{k^2}{2} (1 + \ell_j)^{-1}. \quad /4/$$

Для нахождения величины  $\ell_j$  рассмотрим процессы в сквиде подробнее. Ток в сквиде  $J_s$  течет через джоуфсоновский контакт и в низкочастотном приближении описывается уравнением

$$J_s(t) = J_c \sin \frac{2\pi}{\Phi_0} \int V_j dt, \quad /5/$$

где  $J_c$  - критический ток контакта,  $V_j$  - напряжение на контакте,  $\Phi_0$  - квант магнитного потока. Учитывая, что

$$\int V_j dt = L_j J_s(t) \quad /6/$$

и что в рассматриваемом гармоническом приближении нас интересует только первая гармоника тока сквида, положим  $J_s(t) = J_s \sin \theta$ ,  $\theta = \omega t$  и из /5/ и /6/ получим мгновенное значение собственной индуктивности контакта

$$\ell_0 = \frac{L_j J_0(t)}{L_s} = \frac{1}{\beta} \frac{\arcsin(\frac{J_s}{J_c} \sin \theta)}{\frac{J_s}{J_c} \sin \theta}, \quad /7/$$

где

$$\beta = \frac{2\pi J_c L_s}{\Phi_0}.$$

Выполнив усреднение по периоду накачки и взяв фурье-компоненту, можем вычислить эффективную собственную индуктивность контакта для первой гармоники тока накачки. Приблизительно эту индуктивность можно вычислить, линеаризуя уравнение /5/, т.е. записывая приближенно

$$\sin \frac{2\pi}{\Phi_0} L_j J_s \approx 4 \frac{L_j J_s}{\Phi_0} \quad /8/$$

в интервале  $-\frac{\Phi_0}{4} < L_j J_s < \frac{\Phi_0}{4}$ , что имеет смысл при не слишком малых  $\beta$ . В этом линеаризованном приближении получаем

$$\ell_0 = \frac{L_j J_0}{L_s} \approx \frac{\pi \cdot 2}{\beta}. \quad /9/$$

В случае, когда величина накачки превысила критическое значение, для описания сквида в низкочастотном приближении воспользуемся обычным уравнением <sup>1,2</sup> связывающим внутренний поток в сквиде  $\Phi_i$  с приложенным к сквиду извне потоком  $\Phi_e$ :

$$\Phi_i - \Phi_e = J_c L_s \sin 2\pi \frac{\Phi_i}{\Phi_0}. \quad /10/$$

Рассматривая процессы в этом режиме, мы будем полагать, что вне зависимости от амплитуды накачки  $E$  /см. уравнение /1// ток в сквиде всегда гармоничен и по амплитуде равен критическому, но с увеличением  $E$  растет вероятность прохождения гистерезисного цикла в данном периоде накачки и изменяется фаза накачки, при которой происходит скачок потока. Для получения приближенного аналитического решения используем опять линеаризацию /8/, применимость которой оправдана при не слишком малых  $\beta$ . Т.е., как и ранее в работе <sup>3</sup>, заменим участки синусоиды, описываемой равенством /10/, на отрезки прямых в интервале  $|\Phi_i| \leq \frac{\Phi_0}{4}$  /рис.2/ и вместо /10/ получим

$$\Phi_i \approx \frac{\Phi_e}{1 + 2\beta/\pi}. \quad /11/$$

Для дальнейшего рассмотрения коротко выпишем необходимые результаты расчетов из работы <sup>3</sup>.

Величина скачка внутреннего потока  $\Phi_i$  в рассматриваемом приближении получается равной

$$\Delta\Phi_i \approx \Phi_0 \left(1 - \frac{\pi}{2\beta}\right). \quad /12/$$

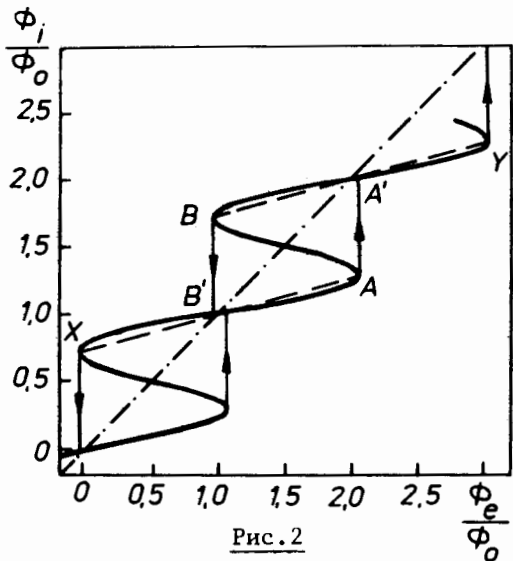


Рис. 2

Первый скачок потока  $\Phi_{iA} \rightarrow \Phi_{iA'}$  на рис. 2/ происходит всегда при

$$\theta_A = 2\pi + \frac{\pi}{2} \quad /13/$$

Обратный скачок  $\Phi_{iB} \rightarrow \Phi_{iB'}$  на рис. 2/ происходит при  $\theta_B$ , определяемом условием

$$\sin \theta_B = \frac{\frac{3}{2}\pi - \beta - |\phi_x|}{\beta + \pi/2 - |\phi_x|} \quad /14/$$

где  $\phi_x = 2\pi\Phi_x/\Phi_0$ ,  $\Phi_x$  - квази- постоянный внешний магнитный поток, приложенный к сквиду. Скачки потока  $\Phi_i$  привносят в контур не только потери, но и индуктивное сопротивление. Интересующая нас эффективная индуктивность контакта для первой гармоники тока  $J_s$ , возникающая за счет скачков потока в сквиде, есть

$$L_{jw} = \frac{W \int_0^{2\pi} \Phi_i \sin \theta d\theta}{\int_0^{2\pi} (J_c - |\Phi_x| / (L_s + L_{j0})) \sin^2 \theta d\theta} \quad /15/$$

$W$  - вероятность прохождения гистерезисного цикла в данном периоде накачки. Здесь мы учли, что используемая модель позволяет считать, что по сквиду течет только гармоническая составляющая тока, имеющая амплитуду, равную критической за вычетом циркулирующего тока:

$$J_s = J_c - \frac{|\Phi_x|}{L_s + L_{j0}} = J_c \left[ 1 - \frac{|\phi_x|}{\beta(1 + \ell_0)} \right] \quad /16/$$

Подставляя в /15/ величину скачка из /12/ и ограничивая пределы интегрирования для интеграла в числителе величинами  $\theta_A$  и  $\theta_B$ , получаем:

$$\ell_w = \frac{L_{jw}}{L_s} = \frac{4W \sqrt{(\pi - |\phi_x|)(\beta - \pi/2)}}{(\beta + \pi/2 - |\phi_x|)^2} \quad /17/$$

Откуда сдвиг собственной частоты системы сквид-контур при  $\beta \gg \frac{\pi}{2}$

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{k^2}{2} \left( 1 - \frac{4W}{\beta} \sqrt{\frac{\pi - |\phi_x|}{\beta}} \right) \quad /18/$$

с учетом того, что  $W$  изменяется в пределах плато от 0 до 1.

**Эксперимент.** Для наблюдения частотного сигнала был собран усилитель-автогенератор, позволяющий плавно изменять амплитуду генерации от 0 до необходимой величины /без внесения избыточной регенерации/ путем подачи внешнего пилообразного напряжения /4/. Высокочастотное /в данном эксперименте  $\omega/2\pi \approx 5$  МГц/ напряжение поступало далее на смеситель, сигнал разностной частоты с выхода которого усиливался и далее детектировался частотным детектором. Относительно низкая частота накачки была выбрана из соображений удобства регистрации. Коэффициент связи контура со сквидом  $K$  равнялся примерно 0,27. Добротность контура составляла  $Q \approx 90$ , сквид имел гистерезисный параметр  $\beta \approx 10$ . Выбор таких параметров позволил наблюдать хорошие как амплитудный, так и частотный сигналы, вид которых приведен на рис. 3. В верхней части рисунка показана зависимость амплитудного сигнала от амплитуды накачки для внешнего магнитного потока, равного целому и полуцелому числу квантов, справа - амплитудный сигнал от внешнего магнитного потока, полученный при работе в конце первого плато.

Частотный сигнал, зарегистрированный для тех же двух значений внешнего магнитного потока, изображен в нижней левой части рисунка. Частотный сигнал для накачки, превышающей критическое значение, хорошо описывается формулой /18/. Первое плато при  $\phi_x = \pi$  получилось почти горизонтальным, как это и следует из /18/. Начало линейного участка первого плато  $\phi_x = 0$  несколько сдвинуто в сторону больших накачек по отношению к началу того же плато амплитудного сигнала, как и должно быть, т.к. фактически на этом участке частотный сигнал есть величина, пропорциональная вероятности скачка, которая в начале плато растет быстро /3/, а затем выходит на линейный участок. Вид частотного сигнала, полученного в конце первого плато, показан в правой нижней части этого рисунка как функция внешнего магнитного потока. Этот же сигнал детальней изображен на рис. 4. Сравнение его амплитуды и

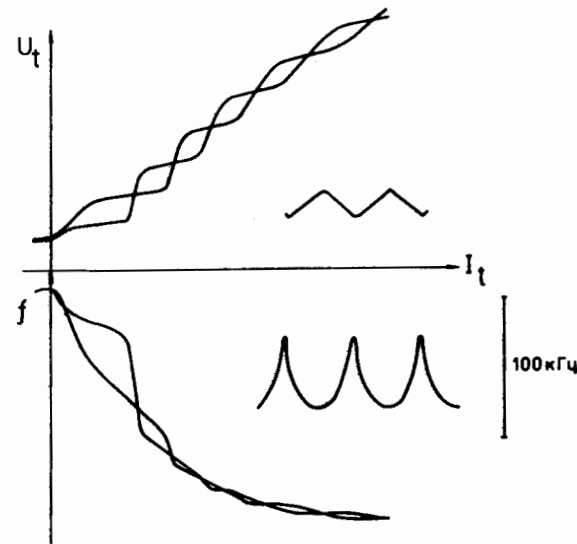


Рис. 3

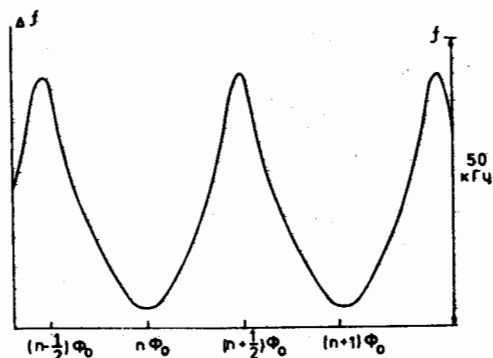


Рис. 4

$L_s = 3 \cdot 10^{-10}$  Гн. Несмотря на то, что в данных экспериментах увеличения отношения сигнал/шум для частотного сигнала по сравнению с амплитудным мы не обнаружили, исключение аддитивных шумов усилителя при частотной модуляции-демодуляции может оказаться существенным при работе на более высоких частотах накачки, где нет усилителей высокого качества. Однако основное практическое достоинство частотного сигнала сквида, на наш взгляд, заключается в удобстве его обработки с помощью ЭВМ, особенно если работать прямо на линии с вычислительной машиной, минуя этап амплитудного кодирования, вносящий свои погрешности.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Silver A.H., Zimmerman J.E. Josephson Weak-Link Devices. In: Applied Superconductivity, N.Y., 1975.
2. Лихарев К.К., Ульрих Р. Системы с джозефсоновскими контактами. Изд-во МГУ, 1978.
3. Васильев Б.В. ОИЯИ, P13-80-558, Дубна, 1980.
4. Бобраков В.Ф., Васильев Б.В. ОИЯИ, P13-80-566, Дубна, 1980.

Рукопись поступила в издательский отдел  
28 января 1981 года.

формы с расчетами по формуле /18/ дает хорошее согласие, что можно считать удачным для выбранного метода описания, т.к. в расчетах предполагалось, что  $\beta \gg \pi/2$ , в то время как в эксперименте было взято  $\beta \approx 10$ .

Измерения минимально обнаружимого воздействия на сквид при регистрации как амплитудного, так и частотного сигнала дали величину около  $10^{-4} \Phi_0 / \Gamma_{II}^{1/2}$  при индуктивности сквида