

сообщения
Объединенного
института
ядерных
исследований
Дубна

4441/2-81

Ж/В-81
P13-81-307 +

Ю.В.Никитенко, Ю.В.Таран

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ
ЭКРАНИРОВАННОЙ КАТУШКИ

1981

1. ВВЕДЕНИЕ

Во многих экспериментах используются экранированные системы катушек. Ряд работ посвящен аксиальным системам /см. библиографию в ^{1/} /, в частности соленоиду в цилиндрическом магнитном экране. При этом рассмотрение проводится для симметричного расположения соленоида в экране. В некоторых случаях необходимо использование несимметричных комбинаций катушек /приводка поляризованных пучков нейтронов, измерение электрического дипольного момента /ЭДМ/ нейтрона, магниторезонансным методом и т.д./. С целью расчета таких систем нами было сделано обобщение теории, данной в ^{1/}, на случай несимметричного расположения соленоида и проведено сопоставление ее выводов с результатами измерений на магнитометрическом комплексе установки "Тристом" для поиска ЭДМ нейтрона ^{2,3/}.

2. ТЕОРИЯ

При вычислении магнитного поля, создаваемого соленоидом внутри экрана с бесконечно большой магнитной проницаемостью μ , мы в основном следовали ^{1/}. Так как в этой работе была допущена ошибка, на что было указано в ^{4/}, то мы полностью приводим свой вывод.

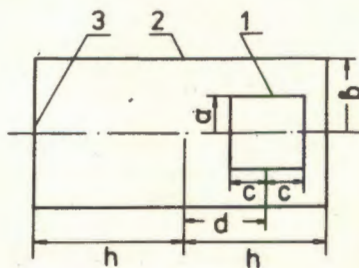
На рис.1 показано расположение соленоида внутри цилиндрического экрана и введены обозначения, смысл которых ясен из рисунка. Нами использована цилиндрическая система координат.

Ввиду аксиальной симметрии магнитной системы отлична от нуля только аксиальная компонента A_ϕ векторного потенциала $A(\rho, z)$.

В этом случае из уравнений Максвелла следует:

$$\rho^2 \frac{\partial^2 A_\phi}{\partial \rho^2} + \rho \frac{\partial A_\phi}{\partial \rho} + \rho^2 \frac{\partial^2 A_\phi}{\partial z^2} - A_\phi = 0. \quad //$$

Рис.1. Расположение соленоида 1 в цилиндрическом магнитном экране /2/ с торцовыми крышками /3/; а и b - радиусы, с и h - полудлины соленоида и экрана соответственно, d - расстояние между их центрами.



Ищем решение уравнения /1/ в виде:

$$A_\phi = A_1(\rho) \cos kz + A_2(\rho) \sin kz. \quad /2/$$

Тогда для нахождения коэффициентов k и $A_i(\rho)$, где $i = 1, 2$, имеем уравнение

$$\left[\rho^2 \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \rho \frac{\partial}{\partial \rho} - (1 + k^2 \rho^2) \right] A_i(\rho) = 0. \quad /3/$$

Решением уравнения /3/ являются модифицированные функции Бесселя первого порядка $I_1(k\rho)$ и $K_1(k\rho)$. Учитывая, что решением уравнения /1/ является также линейная функция ρ , получим для векторного потенциала

$$A_\phi(\rho, z) = X\rho + \sum_{m=1}^{\infty} [A_m I_1(\gamma_m \rho) \cos(\gamma_m z) + B_m I_1(\sigma_m \rho) \sin(\sigma_m z)] \quad /4a/$$

при $\rho < a$;

$$A_\phi(\rho, z) = Y\rho + \sum_{m=1}^{\infty} [C_m I_1(\gamma_m \rho) + D_m K_1(\gamma_m \rho)] \cos(\gamma_m z) + \quad /4б/$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} [Q_m I_1(\sigma_m \rho) + P_m K_1(\sigma_m \rho)] \sin(\sigma_m z)$$

при $\rho > a$.

Для определения постоянных $X, Y, A, B, C, D, Q, P, \gamma, \sigma$ обратим внимание на известные соотношения между компонентами магнитного поля B и векторного потенциала A_ϕ :

$$B_\rho = -\left(\frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) \quad \text{и} \quad B_z = \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(\rho A_\phi)}{\partial \rho} \right].$$

Так как радиальная компонента поля B_ρ на торцах экрана должна обращаться в нуль, то отсюда следует $\gamma_m = m\pi/h$ и $\sigma_m = (2m-1)\pi/2h$. Аналогично осевая компонента поля B_z обращается в нуль на цилиндрической поверхности. Тогда, используя следующие соотношения /5/ при дифференцировании уравнения /4/:

$$2I_1'(\rho) = I_0(\rho) + I_2(\rho),$$

$$-2K_1'(\rho) = K_0(\rho) + K_2(\rho),$$

$$I_2(\rho) = I_0(\rho) - 2I_1(\rho)/\rho,$$

$$K_2(\rho) = K_0(\rho) + 2K_1(\rho)/\rho,$$

найдем уравнение, связывающее коэффициенты Y, C, D, Q и P :

$$2Y + \sum_{m=1}^{\infty} [C_m \gamma_m I_0(\gamma_m b) - D_m \gamma_m K_0(\gamma_m b)] \cos \gamma_m z + \quad /5/$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} [Q_m \sigma_m I_0(\sigma_m b) - P_m \sigma_m K_0(\sigma_m b)] \sin \sigma_m z = 0,$$

из которого вытекают следующие соотношения:

$$Y = 0, \quad /6/$$

$$D_m = C_m I_0(\gamma_m b) / K_0(\gamma_m b), \quad /7/$$

$$P_m = Q_m I_0(\sigma_m b) / K_0(\sigma_m b). \quad /8/$$

Далее из условия непрерывности радиальной компоненты B_ρ на соленоиде следует:

$$C_m I_1(\gamma_m a) + D_m K_1(\gamma_m a) = A_m I_1(\gamma_m a), \quad /9/$$

$$Q_m I_1(\sigma_m a) + P_m K_1(\sigma_m a) = B_m I_1(\sigma_m a). \quad /10/$$

Используя /7/ и /8/, получим из /9/ и /10/:

$$A_m = \frac{C_m}{I_1(\gamma_m a)} [I_1(\gamma_m a) + K_1(\gamma_m a) I_0(\gamma_m b) / K_0(\gamma_m b)], \quad /11/$$

$$B_m = \frac{Q_m}{I_1(\sigma_m a)} [I_1(\sigma_m a) + K_1(\sigma_m a) I_0(\sigma_m b) / K_0(\sigma_m b)]. \quad /12/$$

Так как осевая компонента B_z испытывает разрыв на границе соленоида, то:

$$B_z(a, z) = \begin{cases} 0 & \text{при } d+c < z < h, \quad -h < z < d; \\ 0,4\pi nI & \text{при } d-c < z < d+c, \end{cases}$$

где n - число витков на единицу длины, I - сила тока /соленоид смещен вправо, см. рис.1/.

Подставляя /11/ и /12/ в /4а/, дифференцируя по ρ и интегрируя по z в интервале $[-h, h]$, получим:

$$X = -0,2\pi nIc/h. \quad /13/$$

Выполняя то же самое с предварительным умножением на $\cos \gamma_m z$ и $\sin \sigma_m z$ перед интегрированием и используя известное соотношение

$$I_1(v)K_0(v) + K_1(v)I_0(v) = \frac{1}{v}. \quad /14/$$

получим для коэффициента C_m следующее выражение:

$$C_m = -\frac{0,4\pi n I a}{\gamma_m h} \cdot \frac{I_1(\gamma_m a) K_0(\gamma_m b)}{I_0(\gamma_m b)} [\sin \gamma_m (c-d) + \sin \gamma_m (c+d)] \quad /15/$$

Аналогично имеем для коэффициента Q :

$$Q_m = -\frac{0,4\pi n I a}{\sigma_m h} \cdot \frac{I_1(\sigma_m a) K_0(\sigma_m b)}{I_0(\sigma_m b)} [\cos \sigma_m (c-d) - \cos \sigma_m (c+d)] \quad /16/$$

Окончательное выражение для осевой компоненты поля следующее ($\rho < a$):

$$B_z(\rho, z) = -\frac{0,4\pi n I a}{h} \left\{ \frac{c}{a} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{I_1(\gamma_m a) K_0(\gamma_m b) + K_1(\gamma_m a) I_0(\gamma_m b)}{I_0(\gamma_m b)} \right. \quad /17/$$

$$\times [\sin \gamma_m (c-d) + \sin \gamma_m (c+d)] I_0(\gamma_m \rho) \cos \gamma_m z +$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{I_1(\sigma_m a) K_0(\sigma_m b) + K_1(\sigma_m a) I_0(\sigma_m b)}{I_0(\sigma_m b)} \times$$

$$[\cos \sigma_m (c-d) - \cos \sigma_m (c+d)] I_0(\sigma_m \rho) \sin \sigma_m z \}.$$

При симметричном расположении соленоида в экране $d=0$, тогда:

$$B_z(\rho, z) = -\frac{0,4\pi n I a}{h} \left[\frac{c}{a} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{I_1(\gamma_m a) K_0(\gamma_m b) + K_1(\gamma_m a) I_0(\gamma_m b)}{I_0(\gamma_m b)} \sin \gamma_m c I_0(\gamma_m \rho) \cos \gamma_m z, \right. \quad /18/$$

что совпадает с соответствующей формулой в [3].

Аналогично может быть получено выражение для радиальной компоненты поля ($\rho < a$):

$$B_\rho(\rho, z) = -\frac{0,4\pi n I a}{h} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \frac{I_1(\gamma_m a) K_0(\gamma_m b) + K_1(\gamma_m a) I_0(\gamma_m b)}{I_0(\gamma_m b)} \right. \quad \times$$

$$\times [\sin \gamma_m (c-d) + \sin \gamma_m (c+d)] I_1(\gamma_m \rho) \sin \gamma_m z -$$

$$-\frac{I_1(\sigma_m a) K_0(\sigma_m b) + K_1(\sigma_m a) I_0(\sigma_m b)}{I_0(\sigma_m b)} \times$$

$$\times [\cos \sigma_m (c-d) - \cos \sigma_m (c+d)] I_1(\sigma_m \rho) \cos \sigma_m z \} \quad /19/$$

3. АППАРАТУРА

Для магнитных измерений использовался пятислойный цилиндрический экран в' из пермаллоя 79НМ с внутренними размерами $b = 46,8$ см и $h = 107$ см. Ранее из экспериментального значения поперечного коэффициента экранирования в "нулевом" поле [7] в предположении одинаковости магнитных свойств слоев была найдена их начальная магнитная проницаемость μ_0 , она оказалась равной 17000. С помощью подмагничивания переменным магнитным полем (shaking - effect) величина μ_0 может быть существенно увеличена. Например, при подмагничивании полем от переменного тока с частотой 50 Гц и силой 10 А, пропускаемого по линейному проводнику, совпадающему с осью экрана, проницаемость увеличивается в 3 раза.

Внутри экрана соосно был установлен полномасштабный имитатор вакуумной цилиндрической камеры установки "Тристом", служивший, во-первых, каркасом соленоида с несколькими корректирующими плоскими катушками для создания рабочего магнитного поля установки "Тристом", а, во-вторых, токопроводом систем размагничивания и подмагничивания экрана. Соленоид /далее: С1/ имел следующие параметры: $a = 37$ см, $c = 31,5$ см, $p = 7,6$ витка·см⁻¹. Имитатор мог перемещаться вдоль оси экрана, при этом расстояние d_1 между центрами экрана и соленоида С1 могло изменяться от 0 до 35 см.

Как показали расчеты и предварительные измерения, при максимальном значении d_1 распределение и величина магнитного поля соленоида С1 изменяются незначительно по сравнению со случаем центрального расположения соленоида. С целью усиления этого изменения на имитатор были намотаны три дополнительных идентичных соленоида с параметрами: $a = 38$ см, $c = 10,8$ см и $p = 7,83$ витка·см⁻¹. Центр одного из них /С2/ совпадал с центром соленоида С1, а два других /С3 и С4/ были расположены симметрично относительно соленоида С2, причем расстояние d_2 между центрами соленоидов С3 /или С4/ и С2 было равно 46 см. Таким образом, для соленоида С3 с помощью смещения имитатора могло быть установлено максимальное расстояние $d_{\max} d_1, \max d_2 = 35 + 46 = 81$ см. В этом случае зазор между этим соленоидом и торцевой крышкой экрана составлял 15,2 см.

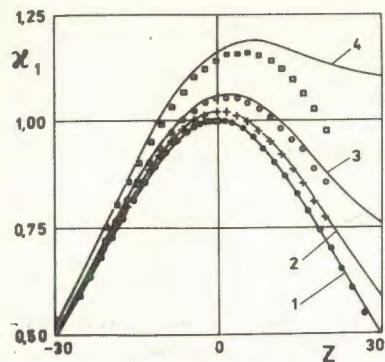


Рис. 2. Зависимости $\kappa_1(z) = \frac{B_z(z, \rho=0)}{B_z(z=0, \rho=0)}$ для соленоидов C2 и C3 при: 1 - 0, 2 - 60 см, 3 - 70 см, 4 - 80 см. Центр соленоида соответствует $z = 0$ (z - см).

В центре торцовых крышек экрана сделано отверстие $\varnothing 18,2$ см для подвода к вакуумной камере высокого напряжения с одной стороны и канала ультрахолодных нейтронов с другой. В описываемых измерениях эти отверстия были использованы для ввода магнитометров. Основная часть измерений была выполнена с помощью промышленного трехкомпонентного феррозондового магнитометра, который с помощью специального устройства сканировался в цилиндрическом объеме $\varnothing 60$ см и длиной 58 см. Выходная характеристика феррозондового магнитометра была линейной в широком диапазоне и имела наклон $16,7$ нТ·мВ⁻¹, нестабильность "нуля" была равна около $0,2$ нТ. В некоторых проверочных измерениях и также для калибровки и контроля феррозонда был использован квантовый цезиевый магнитометр на S_z -сигнале с уровнем шумов 1 пТ·Гц^{-1/2}.

Индукция магнитного поля, создаваемого исследуемыми катушками внутри экрана, при измерениях составляла $0,3-0,9$ мкТ. При этом гистерезисные эффекты из-за наличия экрана были пренебрежимо малы и зависимость индукции от силы тока в катушках была с хорошей точностью линейной, что позволяло легко учесть в каждой точке исследуемого объема рассеянное магнитное поле, создаваемое остаточной намагниченностью экрана, которое обычно составляло $1-2$ нТ.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Рис. 2 показывает изменение распределения z -компоненты магнитного поля на оси соленоидов C2 и C3 при их перемещении вдоль

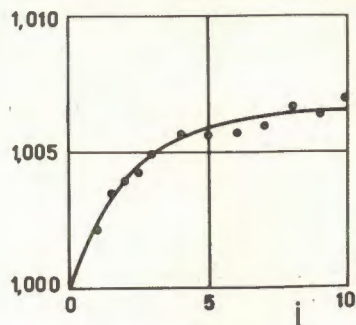


Рис. 3. Относительное изменение постоянной соленоида C2 при пропускании переменного тока силой i по имитатору (i -А).

оси экрана. Кривые нормированы на значение поля $B_z(z=0, \rho=0)$ в середине соленоида C2 при его центральном расположении в экране ($d=0$). Значками показаны экспериментальные значения, а сплошными линиями - результаты теоретического расчета по уравнению /17/.

При $d < 50$ см согласие с теорией хорошее как по форме распределения, так и по абсолютному значению. Например, при $d=0$ экспериментальное значение постоянной соленоида C2 /индукция в его центре на единицу силы тока/ равно $308,6 \pm 0,6$ мкТ·А⁻¹, а теоретическое - 310 мкТ·А⁻¹. Отметим, что экран увеличивает постоянную соленоида на $14,6\%$ /расчетная постоянная соленоида C2 без экрана равна $270,4$ мкТ·А⁻¹ /.

С помощью подмагничивания экрана было исследовано влияние величины μ_0 на постоянную соленоида. На рис. 3 представлена зависимость относительного изменения постоянной соленоида C2 от силы тока подмагничивания при $d=0$. При силе тока больше 5 А кривая практически выходит на плато, соответствующее постоянной соленоида $310,7$ мкТ·А⁻¹, что находится в прекрасном согласии с расчетным значением. В целом же этот эффект очень невелик, поэтому теоретические формулы для индукции, полученные в предположении $\mu = \infty$, обладают достаточной точностью для практических целей.

При $d > 50$ см на характер распределения магнитного поля соленоида C3 /кривые 2-4 на рис. 2/ влияет отверстие в крышке

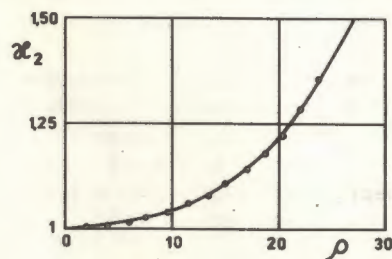
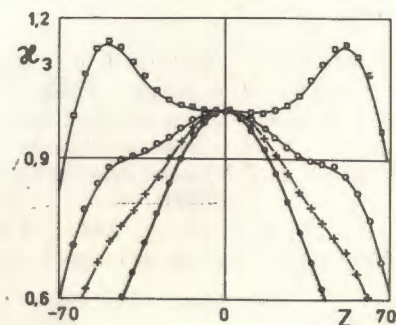


Рис. 4. Зависимость $\kappa_2(\rho) = \frac{B_z(z=0, \rho)}{B_z(z=0, \rho=0)}$ для соленоида C2 при $d=0$ /темные точки - эксперимент, сплошная линия - расчет/ (ρ - см).

Рис. 5. Зависимости $\kappa_3(z) = \frac{B_z(z, \rho=0)}{B_z(z=0, \rho=0)}$ для соленоида C1 с корректирующими катушками K1 и K2 при различных распределениях тока i в них: 1 - $i_{K1} : i_{C1} : i_{K2} = 0,43 : 1 : 0,58$; 2 - $0,86 : 1 : 1,16$; 3 - $1,30 : 1 : 1,74$; 4 - $2,17 : 1 : 2,91$.



экрана, поэтому сравнение теории с экспериментом надо проводить в области, достаточно удаленной от крышки. Из рис.2 видно, что при $z < -10$ см наблюдается удовлетворительное согласие расчетных значений с экспериментальными.

Для соленоида С2 при $d \leq 35$ см была также измерена радиальная зависимость z -компоненты магнитного поля в поперечном сечении, проходящем через центр соленоида. В частности, на рис.4 представлены экспериментальная и теоретическая зависимости относительного изменения поля от расстояния до оси соленоида при $d = 0$, которые хорошо согласуются друг с другом.

К однородности рабочего магнитного поля установки "Тристом" предъявляются довольно высокие требования. Величина средне-квадратичной неоднородности $\sigma_z = [\overline{B_z^2} - (\overline{B_z})^2]^{1/2}$ в цилиндрическом объеме ϕ 50 см и длиной 10-15 см не должна превышать 2-3 нТ. Соленоид С1 с корректирующими катушками позволил сформировать магнитное поле, удовлетворяющее указанным требованиям. На рис.5 показаны экспериментальные /значки/ и теоретические /сплошные кривые/ распределения z -компоненты поля на оси экрана при различных значениях токов в одной из пар корректирующих катушек. Эти катушки имели одинаковые размеры: $a = 38$ см, $c = 0,5$ см, но разное число витков. Первая катушка, К1, расположенная при $z = -55$ см, имела $n = 200$ витков см^{-1} , а вторая, К2, при $z = 56$ см имела $n = 150$ витков см^{-1} . В частности, для комбинации токов, соответствующих кривой 4 на рис.5, было получено требуемое значение σ_z в два раза большем объеме. В основном неоднородность рабочего поля определяется топографией остаточного магнитного поля.

Таким образом, проведенные измерения подтвердили справедливость развитой теории для расчета магнитного поля от соленоида, расположенного в магнитном экране. Полученные выражения для компонент индукции магнитного поля позволяют достаточно точно рассчитывать сложные катушечные системы внутри сплошного цилиндрического магнитного экрана с торцовыми крышками.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hanson R.I., Pipkin F.M. Rev.Sci.Instr., 1965, 36, p.179.
2. Никитенко Ю.В. и др. ОИЯИ, Р13-12037, Дубна, 1978.
3. Козлов А.Н. и др. ПТЭ, 1981, №1, с.210.
4. Lambert R.H. Rev.Sci.Instr., 1975, 46, p.337.
5. Бейтмен Г., Эрдейл А. Высшие трансцендентные функции, т.2, "Наука", М., 1974.
6. Алексеев Н.А. и др. ОИЯИ, Р13-9221, Дубна, 1975.
7. Никитенко Ю.В. и др. ОИЯИ, Р13-10068, Дубна, 1976.

Рукопись поступила в издательский отдел
7 мая 1981 года.