

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



13/111-74

B-751

P13 - 7610

993/2-74

С.Б.Ворожцов, Р.М.Лебедев, Л.К.Лыткин, Л.Н.Сомов

ВОССТАНОВЛЕНИЕ
ТРЕХМЕРНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ
ПО ЕГО ЗНАЧЕНИЯМ, ИЗМЕРЕННЫМ НА ГРАНИЦЕ
РАССМАТРИВАЕМОГО ОБЪЕМА

1973

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

P13 - 7610

С.Б.Ворожцов, Р.М.Лебедев, Л.К.Лыткин, Л.Н.Сомов

**ВОССТАНОВЛЕНИЕ
ТРЕХМЕРНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ
ПО ЕГО ЗНАЧЕНИЯМ, ИЗМЕРЕННЫМ НА ГРАНИЦЕ
РАССМАТРИВАЕМОГО ОБЪЕМА**

Направлено в ПТЭ

В последние годы в физике высоких энергий все чаще стали использоваться анализирующие магниты с большими рабочими объемами. Высокая точность физических экспериментов обуславливает жесткие требования к определению сильно неоднородных магнитных полей в этих объемах. Это приводит к неоднородности измерения трехкомпонентных магнитных полей в нескольких сотнях тысяч точек с последующей обработкой результатов, что является серьезной проблемой. Метод, рассматриваемый здесь, позволяет свести измерения магнитного поля во всем объеме к измерениям на границе этого объема.

Магнитное поле \mathbf{B} внутри пустого объема является потенциальным, т.е.

$$\begin{aligned} [\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{B}}] &= 0, \\ (\nabla \cdot \vec{\mathbf{B}}) &= 0, \end{aligned} \quad /1/$$

отсюда

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{B}} &= -\nabla \Phi, \\ \Delta \Phi &= 0, \end{aligned} \quad /2/$$

где Φ -скалярный потенциал.

При известном значении потенциала Φ на границе объема задача нахождения его внутри объема сводится к задаче Дирихле, решение которой может быть осуществлено численно на ЭВМ. С этой целью была модернизирована программа расчета трехмерных электростатических полей методом сеток с применением последовательной оптимальной верхней релаксации^{/1/}. Для нахождения потенциала на границе объема использовано свойство потенциальности магнитного поля:

$$\int_S (\vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{r}}) = 0, \quad /3/$$

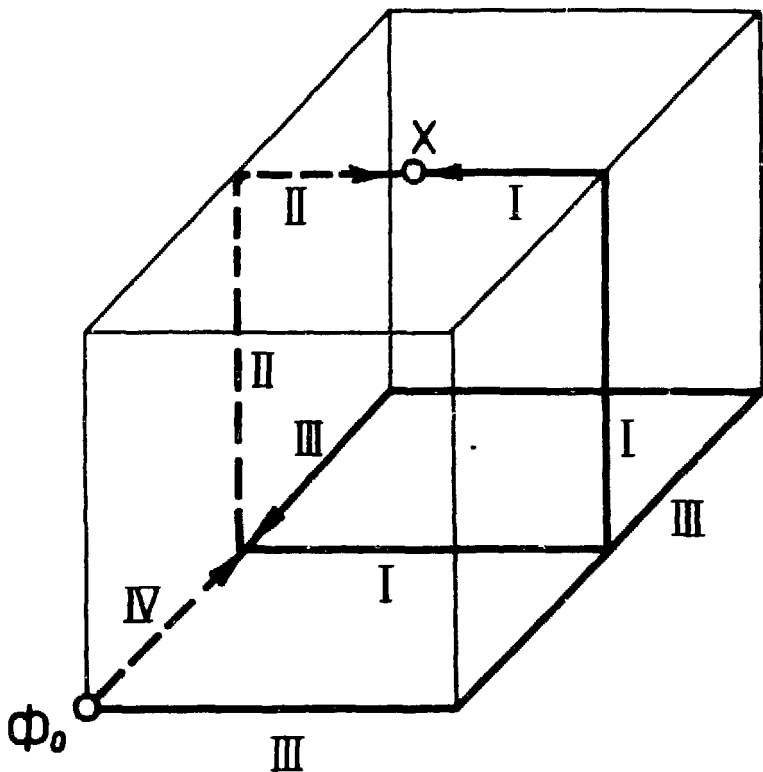
где S -любой замкнутый контур.

Нюоткуда не следует, что экспериментальные значения магнитного поля описываются потенциальной функцией, т.к. всегда существуют измерительные ошибки, как систематические, так и случайные. Но следует отметить, что найденная из решения уравнения /2/ функция $\Phi_{\text{экс.}}$ с использованием экспериментальных граничных значений является гармонической, хотя и отличается от истинного реального потенциала $\Phi_{\text{ист.}}$ магнитного поля. Разность двух гармонических функций $\Phi_{\text{экс.}} - \Phi_{\text{ист.}}$ также является гармонической, т.е. ее значение достигает максимума на границе. Это дает основание утверждать, что найденная $\Phi_{\text{экс.}}$ внутри объема будет отличаться от $\Phi_{\text{ист.}}$ не больше, чем на границе объема. При вычислении потенциала на границе по измеренному полю случайные выбросы потенциала в данной точке будут тем меньше, чем больше измеренных точек будет включено в интегрирование. Для этого путь интегрирования выбирается по границе объема таким образом, чтобы число включенных точек было постоянным для любой рассматриваемой точки, где ищется потенциал, см. рис. 1.

Найденный потенциал, как на границе, так и внутри объема, является уже сглаженным /лишенным экспериментальных выбросов в отдельных точках/, что позволяет легко его аппроксимировать и интерполировать. Использование потенциала позволяет сократить в три раза объем памяти ЭВМ, необходимый для хранения карты магнитного поля, что очень важно для программ геометрической реконструкции.

Данная программа позволяет учесть и планарный эффект, связанный с использованием датчиков Холла для измерения магнитных полей. При этом по вычисленному потенциалу внутри объема магнита находятся компоненты поля, по этим компонентам делаются поправки на известный планарный эффект, и с новыми граничными условиями находится новый потенциал и т.д. Следует заметить, что даже простое решение уравнения Лапласа для потенциала позволяет без поправки граничных условий исключить при определении поля значительную часть ^{1/2} планарного эффекта внутри рассматриваемого объема.

Из уравнений /1/ видно, что и каждая компонента маг-



$$\Phi_X = \frac{\Phi_I + \Phi_{II}}{2} + \frac{\Phi_{III} + \Phi_{IV}}{2} + \Phi_0$$

Рис. 1

нитного поля также удовлетворяет уравнению Лапласа:

$$\Delta \vec{V} = 0,$$

т.к.

$$(\vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{B})) - [\vec{\nabla} \times [\vec{\nabla} \times \vec{B}]] = \Delta \vec{B}. \quad /4/$$

Это позволяет использовать данную программу и для непосредственного нахождения компонент магнитного по-

ля. В работе ³ было осуществлено полуаналитическое восстановление компонент магнитного поля по заданным его значениям на границе с помощью ортогональных тригонометрических функций.

Для проверки программы было задано аналитическое поле от токовых витков и решалось уравнение /4/ для компонент поля.

Результаты расчетов по настоящей программе и действительные значения поля отличались в шестом знаке при ограничении числа итераций по требуемой относительной точности 10^{-6} .

Для дальнейшей проверки предлагаемого метода восстановления поля внутри объема по результатам измерений на границах были использованы также данные работы ⁴. В этой работе с помощью датчика Холла измерялась топография магнитного поля в рабочем объеме магнита МС-12, где размещена 100-сантиметровая водородная пузырьковая камера ЛВЭ ОИЯИ.

Поле этого магнита имеет достаточно высокую степень однородности, рис. 2, поэтому измерялась только его B_z -компонента в 931 точке с шагом 50 мм. Качество измерения магнитного поля проверялось ⁴ путем определения массы K^0 -мезона по нефитированным параметрам частиц - продуктов его распада. Было показано, что полученное таким образом среднее значение массы K^0 -мезона не совпадает с табличным значением менее чем на 0,2%.

В программу были введены значения поля, измеренные только в плоскостях, ограничивающих рабочий объем. Значения поля в остальных точках рабочего объема были восстановлены в результате решения уравнений /4/. На рис. 3 показано пространственное распределение разностей между экспериментально измеренными значениями B_z -компонент поля и значениями B_z , восстановленными по предлагаемой методике. Разности взяты в процентах. Из рисунка видно, что отклонение не превосходит 0,2%. Наблюдаемое систематическое отклонение расчетного поля от измеренного, по-видимому, можно объяснить наличием у датчика Холла, с которым проводились измерения, планарного эффекта.

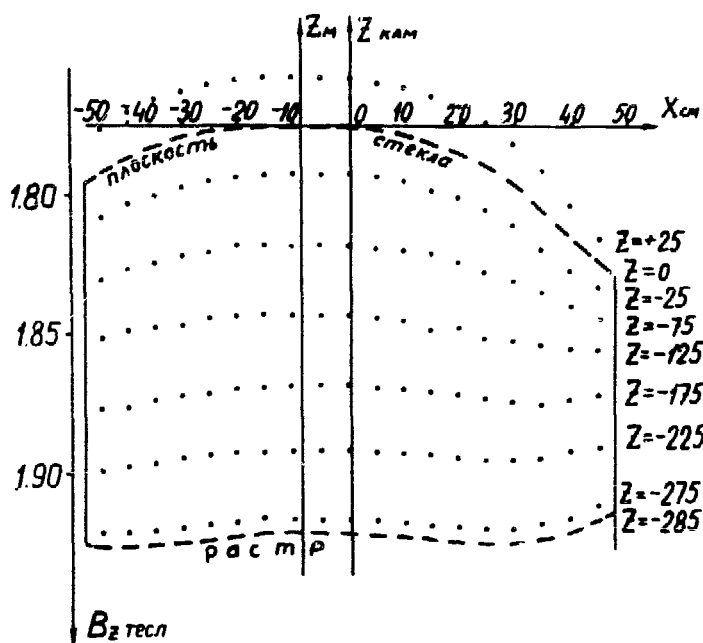


Рис. 2 (а)

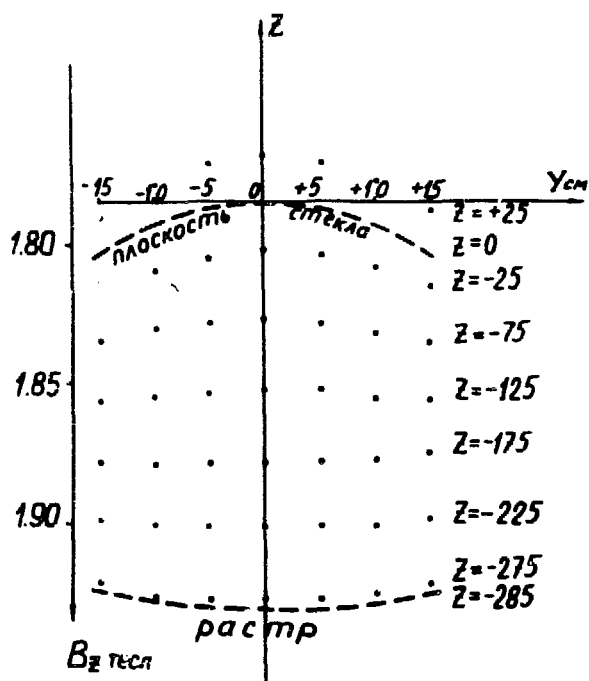


Рис. 2 (б)

| № соб. | № гипотезы | PROB χ^2 | E | M |
|-------------|------------|---------------|-----------------|------------------|
| | 0I | 0 | 2.60024/2.59926 | I.30203/I.30I34 |
| I32 7 402 o | 03 | 0 | 2.79025/2.7892I | 2.32430/2.32282 |
| 7 440 o | I | .6206/.6I38 | .047I8/ .04622 | -.00204/- .00204 |
| 7 442 o | IOI | .3778/.37I7 | I.97959/I.97862 | -.00306/- .0033I |
| 7 530 o | I08, 03 | .9967/.9970 | 2.976I7/2.97445 | .30068/.30072 |
| | | 0/0 | 3.I8467/3.I8274 | I.58073/I.57897 |
| 7 533 o | I03 | .4I35/.4084 | 2.64432/2.64390 | .8I8II/.8I742 |
| 7 553 o | IOI | .9466/.9482 | .66I62/.66I05 | .0I576/.0I583 |
| 7 560 o | I | 0 | -.22II4/.22289 | -.00058/- .00062 |
| 7 603 o | 2 | .6264/.6276 | -.0I205/.0II98 | -.00050/.00050 |

Первая цифра - из старой выдачи,
 вторая цифра - из новой выдачи.

Наиболее ценные результаты проверки предлагаемого метода следуют из сравнения кинематической идентификации одних и тех же событий с помощью программы GRIND при использовании различных блоков FIELD. /Блок FIELD - это матрица значений магнитного поля, с помощью которой в программе GRIND вычисляется импульс частицы./

В таблице сравниваются результаты фита этих событий, полученные при следующих условиях:

1/ блок FIELD составлен по результатам измерений;

2/ блок FIELD составлен по результатам вычислений магнитного поля с экспериментально определенными граничными условиями.

Из таблицы видно, что в обоих случаях основные кинематические параметры событий - импульсы, углы, квадраты недостающей массы, недостающая энергия, - совпадают с большой точностью. Вероятности χ^2 для

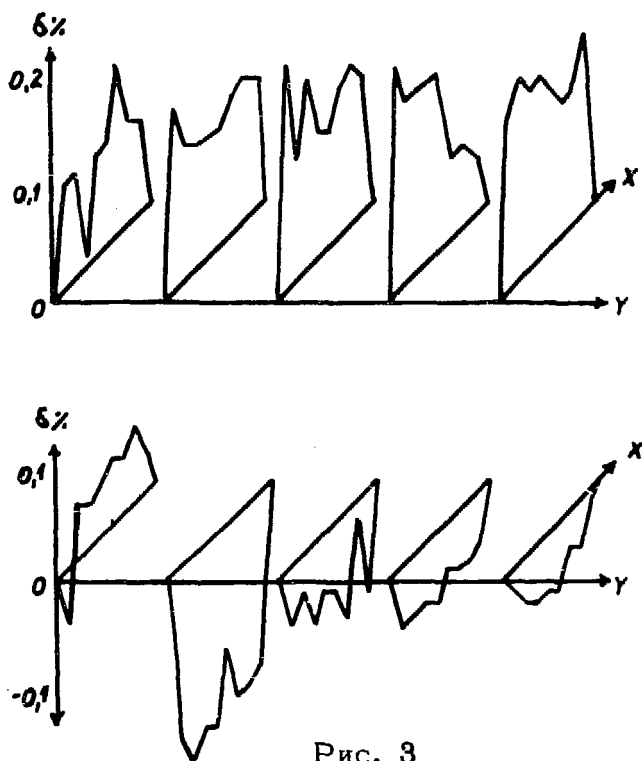


Рис. 3

этих событий также оказываются практически одинаковыми.

Отсюда можно заключить, что предлагаемый метод может быть успешно использован при определении полей больших магнитов, если известны значения поля в плоскостях, ограничивающих объем.

Авторам приятно поблагодарить О.А.Займидорогу за инициирование данной работы, а также полезные обсуждения.

Литература

1. С.Б.Ворожцов. ОИЯИ, Р9-6755, Дубна, 1972.
2. J.Billan, J.P.Grillet, K.N.Henrichsen, F.Schaft. *Proceedings 4th International Conference on Magnet. Technology*, p. 779, Brookhaven, 1972.
3. H.Wind. *Nucl. Instr. Meth.*, 84, 117 (1970).
4. В.В.Глаголев, В.Н.Емельяненко, Р.М.Лебедев, И.С.Саитов. ОИЯИ, 13-5930, Дубна, 1971.
5. А.Ф.Лукьянцев, И.С.Саитов. ОИЯИ, 10-5840, Дубна, 1972.

Рукопись поступила в издательский отдел
14 декабря 1973 года.