

6388

Экз. чит. зала

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P13 - 6388



Л.М.Сороко

ДВАЖДЫ МУЛЬТИПЛЕКСНЫЕ СИСТЕМЫ
РЕГИСТРАЦИИ ЧАСТИЦ

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

1972

P13 - 6388

Л.М.Сороко

**ДВАЖДЫ МУЛЬТИПЛЕКСНЫЕ СИСТЕМЫ
РЕГИСТРАЦИИ ЧАСТИЦ**

Дважды мультиплексные системы регистрации частиц

Излагается принцип работы дважды мультиплексной системы регистрации частиц на примере установки, состоящей из мультиплексной мишени и мультиплексного сцинтилляционного счетчика.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований
Дубна, 1972

Double Multiplex Systems for Particle Detection

Principle of the double multiplex systems is developed by the example of a device consisting of a multiplex target and a multiplex scintillation counter. There are presented the values of weakened background errors which vary in such a way (in the observed range of angles) that the errors in the central areas are smaller than those in the edge areas.

Communications of the Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1972

§ 1

В сообщениях /1,2/ дано описание мультиплексного сцинтилляционного счетчика с использованием адамаровского кодирования наблюдаемого углового распределения частиц /1/ и мультиплексной мишени /2/. Мультиплексный счетчик частиц предназначен для того, чтобы ослабить эффект шумов счетчика, создаваемых фотоумножителем. Если помехи вызваны фоном в экспериментальном зале, например, в опытах на вторичных пучках низкой интенсивности, то для подавления такой помехи годится мультиплексная мишень.

В общем случае в опытах по наблюдению редких процессов могут встретиться ситуации, когда помеха имеет двойственную природу. А именно, присутствуют как фоновые события первого рода, которые не зависят от мишени, вторичного пучка и наличия сцинтиллятора в счетчике, так и фоновые события второго рода, которые не зависят от мишени и вторичного пучка, но вклад которых в помеху пропорционален поперечным размерам сцинтиллятора. Для достижения экстремально благоприятных условий наблюдения необходимо ослабить одновременно фоновые события первого и второго рода. Естественно возникает намерение использовать комплекс из мультиплексного счетчика и мультиплексной мишени. Такое сочетание двух мультиплексных устройств, работающих одновременно, можно назвать дважды мультиплексной системой.

Ниже дается анализ информационных свойств дважды мультиплексной системы регистрации частиц. При этом, как обычно, исходим из предполо-

жения о том, что ошибка измерения фона намного выше, чем статистическая ошибка измерений, а вклад фоновых событий первого рода в ошибку измерения фона равен вкладу фоновых событий второго рода. В этих условиях выигрыш от использования дважды мультиплексной системы регистрации частиц оказывается наибольшим, а средний показатель преимущества дважды мультиплексной системы над традиционной системой оказывается пропорциональным произведению показателей преимуществ мультиплексного счетчика и мультиплексной мишени.

Напомним, что ошибки измерения фона как в традиционной, так и в мультиплексной системе, образуют коридор постоянной ширины, независимой от значения самой функции. Когда традиционную систему измерений заменяют на однократно мультиплексную систему, то ширина коридора ошибок измерений везде уменьшается в постоянное число раз. (рис. 1).

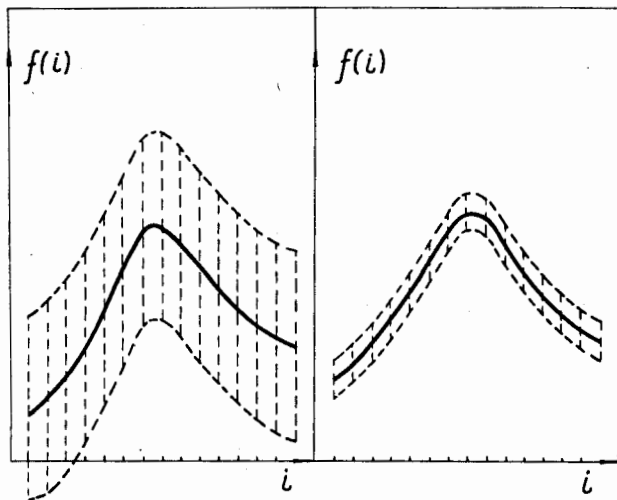


Рис. 1. Слева - кривая и коридор ошибок постоянной ширины, получающиеся при проведении измерений в условиях интенсивного фона с помощью традиционной системы регистрации частиц. Справа - результаты измерений с помощью мультиплексной системы. Ширина коридора ошибок уменьшилась в \sqrt{M} раз, где M - число точек наблюдения.

Теперь рассмотрим дважды мультиплексную систему. Как пример возьмем многоэлементную биполярную мишень и многоэлементный биполярный счетчик (рис. 2). Ось, соединяющая центральный элемент мишени с центральным элементом счетчика, образует с осью пучка угол θ_0 , который находится в середине интервала углов рассеяния, подлежащего измерению.

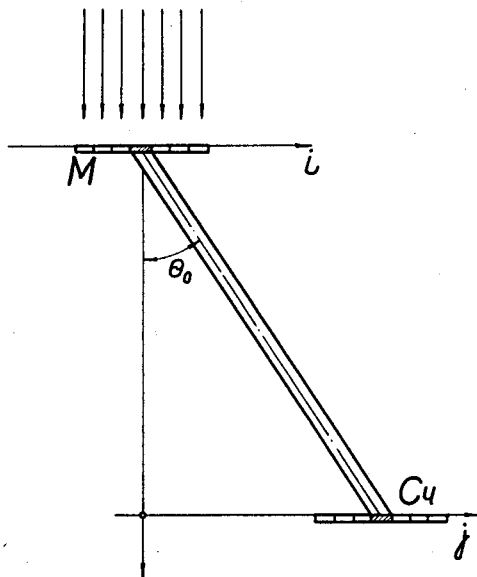


Рис. 2. Дважды мультиплексная система регистрации частиц, состоящая из биполярной мультиплексной мишени и биполярного мультиплексного счетчика. Угол θ_0 находится в середине изучаемого интервала углов.

На рис. 3. дана простейшая дважды мультиплексная система, состоящая из трехэлементной мультиплексной мишени и трехэлементного мультиплексного счетчика. С помощью такой системы можно получить данные об угловом распределении частиц в пяти угловых интервалах: θ_{-2} , θ_{-1} , θ_0 и θ_2 . На этом простейшем примере будет объяснен принцип работы дважды мультиплексной мишени. Напомним, что любая мульти-

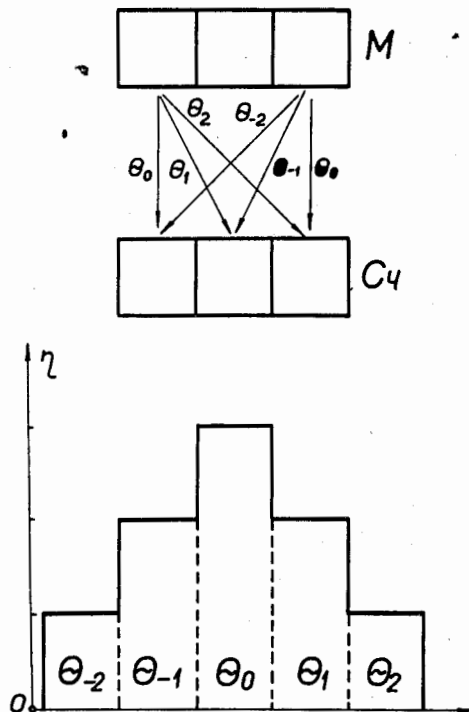


Рис. 3. Пример простейшей дважды мультиплексной системы. Мишень имеет три элемента ($M = 3$). Внизу приведены значения эффективных весов измерений для каждого из пяти ($2M - 1$) интервалов углов.

плексная система в отличие от годоскопической системы обладает свойством нелокализованно регистрировать частицы. Смысл этого выражения состоит в том, что в мультиплексной системе полностью теряется информация о том, через какой элемент мультиплексной системы прошла частица. Вместо этого сохраняется информация о полярности элементов, через один из которых прошла частица. Таким образом, предметом измерений в мультиплексной системе является линейная комбинация из числа частиц, попавших сразу в несколько угловых интервалов. При переходе от одного измерения к другому пространственная конфигурация линейной комбинации, образованной коэффициентами $+1$ и -1 , меняется таким образом, что новая комбинация линейно независима от всех остальных. Это условие линейной независимости автоматически обеспечивается свойствами трансформаторности функции $g(i)$, которая задает коэффициенты линейной комбинации^{/3/}.

Аналогичная нелокализуемость имеет место также и в дважды мультиплексной системе с тем только различием, что структура массива коэффициентов, определяющих линейно независимые конфигурации, оказывается более сложной, чем в однократно мультиплексной системе.

На рис. 3 показаны некоторые из возможных направлений движения частиц, которые захватываются такой простейшей дважды мультиплексной системой. Видно, что эффективность регистрации различна для разных угловых интервалов. Наименьшую эффективность имеют угловые интервалы, расположенные по краям. Центральный угловой интервал обладает самой большой эффективностью. Легко видеть, что здесь имеется тесная аналогия с кривой углового разрешения традиционной системы, состоящей из обычной мишени и обычного счетчика (рис. 4). При одинаковых поперечных размерах мишени и счетчика кривая разрешения имеет вид треугольного импульса.

Измерения в дважды мультиплексной системе выполняют в следующем порядке. Выбирают определенную начальную конфигурацию элементов мишени и элементов счетчика. Затем после каждого измерения последовательно изменяют конфигурации элементов мишени и счетчика. Полное число неповторяющихся конфигураций равно $3 \times 3 = 9$, или M^2 , где M - число элементов в мишени и в счетчике. Между тем число угловых интервалов равно 5 в рассматриваемом частном примере, или $(2M - 1)$ - в общем случае. Отсюда видно, что массив из M^2 данных обладает избыточностью, и его необходимо преобразовать в массив из $(2M - 1)$ данных. Здесь возможны два подхода. Первый из них заключается в том, чтобы прервать опыт после получения массива $(2M - 1)$ данных. Это с неизбежностью приводит к вопросу о том, какие конфигурации выбрать из возможных M^2 конфигураций. Второй путь ^{1/4/} - это апостериорная трансформация M^2 массива в $(2M - 1)$ массив. Обычно элементы $M \times M$ матрицы суммируют вдоль главной и других параллельных ей диагоналей.

Наконец, дважды мультиплексную систему, как правило, используют для нахождения всего только M искомым данным, а не $(2M - 1)$. Такой выбор меньшего числа данных вызван тем, что среднеквадратичные ошибки измерений имеют наименьшее значение вблизи центральных эле-

ментов $(2M - 1)$ массива. Таким образом, получается следующая цепочка измерений и обработки. Всего выполняют M^2 измерений, результаты которых позволяют найти значения искомой функции в $(2M - 1)$ точках. Затем эти M^2 измерений трансформируют в массив из $(2M - 1)$ исходных данных. По этим экспериментальным данным с помощью матрицы обратного преобразования находят значения искомой функции в $(2M - 1)$ точках. При этом точки, расположенные по краям $(2M - 1)$ массива и имеющие очень высокие ошибки, как правило, отбрасывают. В пределе используется только M точек. Несмотря на существенную переопределенность исходных данных, M^2 вместо $(2M - 1)$, и усечение полученных искомых данных, M вместо $(2M - 1)$, преимущества дважды мультиплексной системы перед традиционной системой оказывается еще достаточно высокими.

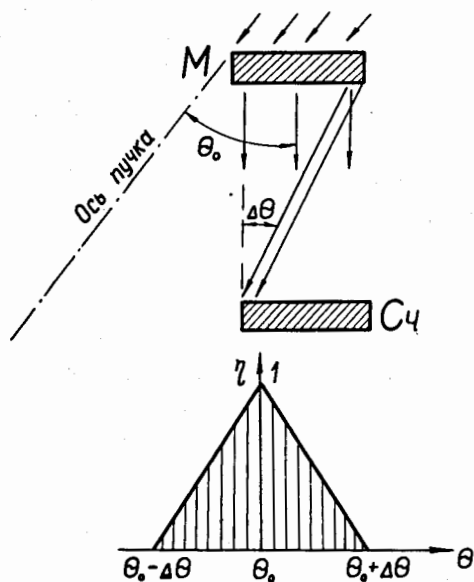


Рис. 4. Вверху: схема опыта по измерению углового распределения частиц с помощью мишени M и счетчика C_4 . Внизу: кривая углового разрешения системы, которая при одинаковых размерах мишени и счетчика имеет вид треугольного импульса.

Анализ информационных свойств дважды мультиплексной системы начнем с рассмотрения случая $M = 3$ (рис. 3). На рис. 5 представлены все возможные $M^2 = 9$ конфигурации взаимного расположения картины кода мишени и картины кода счетчика. Выписаны наблюдаемые линейные комбинации значений искомой функции $f(i)/i = -2, -1, 0, 1, 2/$. Элементы полученной матрицы идентифируются индексом $\alpha_{k,l}$ ($k, l = 1, 2, 3$).

α_{11} <table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>+</td><td>+</td><td>-</td></tr> <tr><td>+</td><td>+</td><td>-</td></tr> </table> $-f_2 \quad +3f_0 \quad -f_2$	+	+	-	+	+	-	α_{12} <table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>+</td><td>+</td><td>-</td></tr> <tr><td>+</td><td>-</td><td>+</td></tr> </table> $-f_2 + 2f_1 \quad -f_1 \quad +f_2$	+	+	-	+	-	+	α_{13} <table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>+</td><td>+</td><td>-</td></tr> <tr><td>-</td><td>+</td><td>+</td></tr> </table> $f_2 - 2f_1 \quad -f_1 + 2f_1 + f_2$	+	+	-	-	+	+
+	+	-																		
+	+	-																		
+	+	-																		
+	-	+																		
+	+	-																		
-	+	+																		
α_{21} <table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>+</td><td>-</td><td>+</td></tr> <tr><td>+</td><td>+</td><td>-</td></tr> </table> $f_2 \quad -f_1 + 2f_1 \quad -f_2$	+	-	+	+	+	-	α_{22} <table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>+</td><td>-</td><td>+</td></tr> <tr><td>+</td><td>-</td><td>+</td></tr> </table> $f_2 - 2f_1 + 3f_1 - 2f_1 + f_2$	+	-	+	+	-	+	α_{23} <table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>+</td><td>-</td><td>+</td></tr> <tr><td>-</td><td>+</td><td>+</td></tr> </table> $-f_2 + 2f_1 - f_1 + f_2$	+	-	+	-	+	+
+	-	+																		
+	+	-																		
+	-	+																		
+	-	+																		
+	-	+																		
-	+	+																		
α_{31} <table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>-</td><td>+</td><td>+</td></tr> <tr><td>+</td><td>+</td><td>-</td></tr> </table> $f_2 + 2f_1 - f_1 - 2f_1 + f_2$	-	+	+	+	+	-	α_{32} <table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>-</td><td>+</td><td>+</td></tr> <tr><td>+</td><td>-</td><td>+</td></tr> </table> $f_2 - f_1 + 2f_1 - f_2$	-	+	+	+	-	+	α_{33} <table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>-</td><td>+</td><td>+</td></tr> <tr><td>-</td><td>+</td><td>+</td></tr> </table> $-f_2 + 3f_1 - f_2$	-	+	+	-	+	+
-	+	+																		
+	+	-																		
-	+	+																		
+	-	+																		
-	+	+																		
-	+	+																		

Рис. 5. Конфигурации картин кода мишени и кода счетчика дважды мультиплексной системы с $M = 3$. Выписаны наблюдаемые линейные комбинации из $(2M - 1) = 5$ значений искомой функции. Элементы этой матрицы обозначены $\alpha_{k,l}$.

Рассмотрим несколько программ измерений и несколько алгоритмов обработки данных.

Первая программа состоит в проведении $(2M - 1)$ измерений. Так же, как и в традиционной схеме, полное время разбивается на $(2M - 1)$ равных экспозиций. Матрица A_1 , описывающая первую программу, приведена на рис. 6а. Обратная матрица, A_1^{-1} , задающая алгоритм обработки промежуточных данных, представлена на рис. 6б. Для того чтобы найти среднеквадратичную ошибку измерений $\Delta f(i)$ ($i = -2, -1, 0, 1, 2$), найдем сумму квадратов элементов матрицы A_1^{-1} по строкам. Значения ошибок равны

$$\Delta f(-2) = \Delta f(2) = 0,707 \sigma; \quad \Delta f(-1) = \Delta f(1) = 0,5 \sigma; \quad \Delta f(0) = 0,612 \sigma.$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \quad (\alpha)$$

$$A_1^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (\delta)$$

$$\begin{array}{ccc} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{array} \quad (\beta)$$

Рис. 6. а. Матрица A_1 первой программы измерения $(2M - 1)$ массива для $M = 3$. б. Обратная матрица A_1^{-1} , описывающая алгоритм восстановления искоемых данных. в. Матрица конфигураций α_{ki} . Кругом обведены конфигурации, реализованные в этих опытах (см. рис. 5).

Полная дисперсия равна σ^2 , (5) = $1,37 \sigma^2$ вместо $\sqrt{5} \cdot \sigma^2$ для традиционной схемы измерений. Матрицу обратного преобразования A_1^{-1} можно разбить на сумму двух матриц (рис. 7), одна из которых содержит только "1" элементы. Это означает, что в дважды мультиплексной системе, так же, как и в однократно мультиплексной системе $/5/$, можно дополнительно улучшить прорисовку контура искомой функции, если искать искомую

функцию, смещенную на постоянное значение Σ_0 . Подсчитанные для первой матрицы рис. 7 значения среднеквадратичных ошибок равны $\Delta f(-2) = \Delta f(2) = 0,5586$; $\Delta f(-1) = \Delta f(1) = 0,256$; $\Delta f(0) = 0,433 \sigma$, а полная дисперсия $\sigma_t(5) = 0,97 \sigma$ (рис. 8).

$$A_1^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Рис. 7. Матрица A_1^{-1} , представленная в виде суммы двух матриц. Использование только первой матрицы приводит к восстановлению смещенных данных. Величина смещения равна Σ_0 .

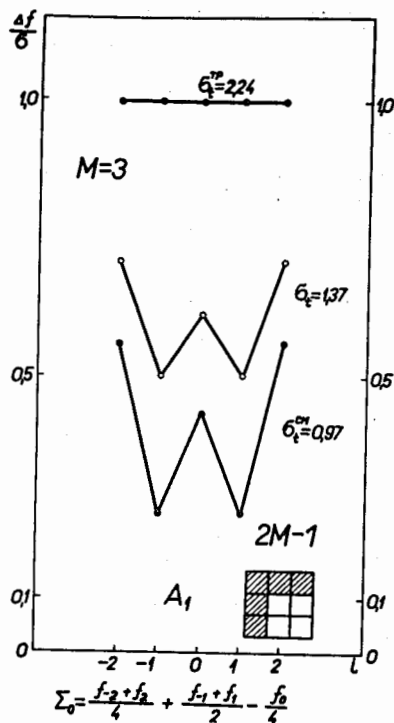


Рис. 8. Значения среднеквадратичных ошибок и полной дисперсии измерений, выполненных с помощью дважды мультиплексной системы по первой программе. Приведены ошибки несмещенных значений искомой функции ($M=3$).

Значения полученных ошибок измерений зависят от структуры матрицы A . Так, например, матрица A_2 , приведенная на рис. 9а, дает более высокие ошибки, чем матрица A_1 . На рис. 9б дана матрица обратного преобразования. На рис. 10 эта матрица разбита на сумму двух матриц, одна из которых содержит только "1" элементы. На рис. 11 приведены значения среднеквадратичных ошибок измерений и полные дисперсии. Видно, что использование матрицы A_2 приводит к существенно более высоким ошибкам, чем матрица A_1 .

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 3 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \quad (\alpha)$$

$$A_2^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 2 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\delta)$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix} \quad (\beta)$$

Рис. 9. а. Матрица A_2 второй программы измерений ($2M-1$) массива. б. Обратная матрица A_2^{-1} , описывающая алгоритм восстановления исходных данных. в. Матрица конфигураций α_{ki} . Кругом обведены конфигурации, реализованные в этих опытах (см. рис. 5 и рис. 6).

$$A_2^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 1 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} + \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Рис. 10. Матрица A_2^{-1} , представленная в виде суммы двух матриц. Величина смещения равна Σ_0 .

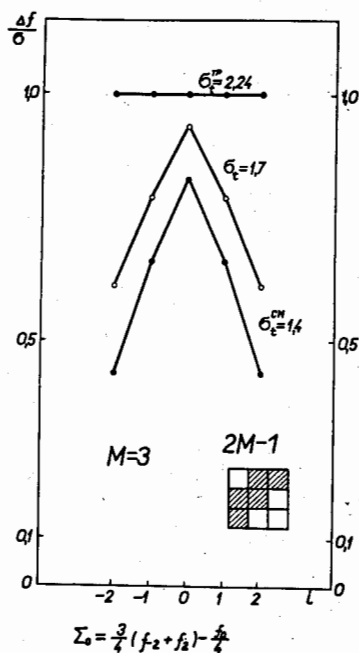


Рис. 11. Значения среднеквадратичных ошибок и полной дисперсии измерений, выполненных по второй программе (см. рис. 8), ($M = 3$).

Третья программа заключается в проведении M^2 измерений. Здесь полное время, отведенное для опыта, разбивается на M^2 равных экспозиций, а не на $(2M - 1)$, как в предыдущих двух программах или в традиционной системе. Из-за сокращения длительности каждой экспозиции ошибка измерений, вычисленная по элементам обратной матрицы, должна быть увеличена в K раз, где

$$k = \sqrt{\frac{M^2}{2M-1}} = \sqrt{\frac{9}{5}}. \quad (1)$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & 2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 & 0 & 2 \\ -1 & -2 & 9 & -2 & -1 \\ 2 & 0 & -2 & 4 & -2 \\ 1 & 2 & -1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \quad (\alpha)$$

$$A_3^{-1} = \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 & 5 \\ -1 & 2 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 2 & -1 \\ 5 & 2 & 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (\delta)$$



Рис. 12. а. Матрица A_3 третьей программы измерений M^2 массива. б. Обратная матрица A_3^{-1} алгоритма восстановления искомого данных. в. Матрица конфигураций a_{kl} . Кругом обведены конфигурации, реализованные в опыте. Всего выполнено $M^2 = 9$ измерений, результаты которых суммированы по стрелкам.

На рис. 12а дана матрица A_3 , третьей программы. Она получена из массива M^* данных путем суммирования результатов измерений вдоль главной и параллельных ей диагоналей матрицы a_{ki} . На рис. 12б дана матрица алгоритма восстановления. На рис. 13 матрица A_3^{-1} представлена в виде суммы двух матриц. Значения среднеквадратичных ошибок третьей программы приведены на рис. 14.

$$A_3^{-1} = \frac{-1}{12} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 1 & 4 \\ -2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & -2 \\ 4 & 1 & 0 & -2 & 1 \end{bmatrix} + \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Рис. 13. Матрица A_3^{-1} , представленная в виде суммы двух матриц.

Из рис. 8, 11 и 14 видно, что ошибки измерений, выполненных с помощью дважды мультиплексной системы, оказываются различными в разных точках отсчета. Более того, ошибки изменяются при переходе от одной программы измерений к другой. Наименьшую дисперсию имеет третья программа: $\sigma_i = 1,15 \sigma$, $\sigma_i \text{ смещ.} = 0,86 \sigma$. Наибольшую дисперсию дает вторая программа: $\sigma_i = 1,7 \sigma$, $\sigma_i \text{ смещ.} = 1,39 \sigma$. Здесь с необходимостью возникает проблема оптимизации как программы измерения, так и алгоритма восстановления.

§ 4

Можно показать, что алгоритмы восстановления, описываемые матрицами на рис. 7, 10 и 13, оказываются весьма близкими к оптимальным. Для этого найдем полную дисперсию в зависимости от общего параметра смещения α , добавляемого ко всем элементам обратных матриц.

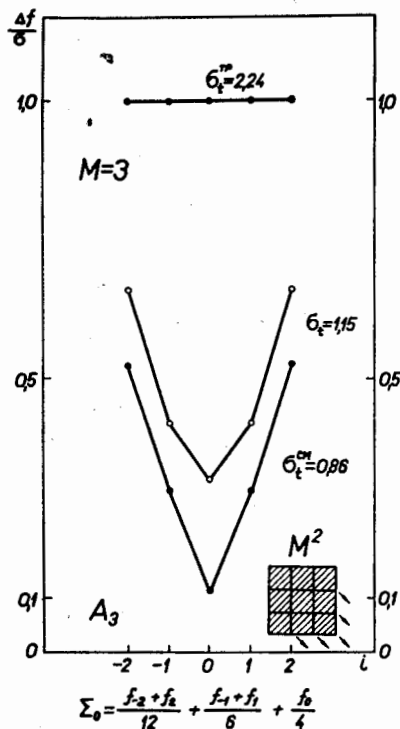


Рис. 14. Значения среднеквадратичных ошибок и полной дисперсии измерений, выполненных по третьей программе (см. рис. 8 и рис. 11). ($M=3$).

Полная дисперсия матрицы A_1^{-1} , равная

$$\sigma_t^2(a) = \frac{1}{16} (30 + 40a + 25a^2), \quad (2)$$

принимает минимальное значение $\sigma_t^2(\min) = 0,875$ при $a_0 = -0,8$. Фактически используемое значение a_0 равно -1 . Полная дисперсия матрицы A_3^{-1}

$$\sigma_t^2(a) = \frac{1}{144} (106 + 72a + 25a^2) \quad (3)$$

принимает значение $\sigma_t^2(\min) = 0,375$ при $a_0 = -1,44$. Фактически используемое значение a_0 равно -1 . На рис. 15 приведены кривые полной

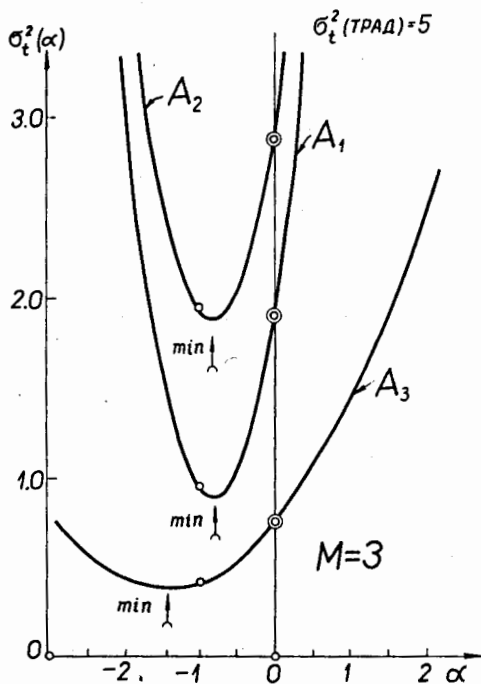


Рис. 15. Кривые зависимостей полной дисперсии $\sigma_i^2(\alpha)$ измерений в зависимости от параметра смещения α . Стрелки указывают положения минимума полной дисперсии для рассмотренных трех программ измерений ($M = 3$).

дисперсии в зависимости от параметра α для трех программ измерений:

A_1 , A_2 и A_3 . Хорошо видны преимущества третьей программы. Во-первых, дисперсия измерений оказывается наименьшей. Во-вторых, зависимость полной дисперсии от параметра смещения α оказывается более плавной, а следовательно, более устойчивой, чем для остальных двух программ. Так, например, значение $\alpha = -2$ в третьей программе дает примерно ту же полную дисперсию, что и $\alpha = -1$. Из рис. 15 также можно заключить, что выигрыш дважды мультиплексной системы по отношению

к традиционной системе равен $\sqrt{5/0,375} = 3,65$, если его относить к величине ошибки измерений, или $\frac{5}{0,375} = 13,33$, если его относить ко времени измерений, которое необходимо затратить, чтобы получить заданную ошибку.

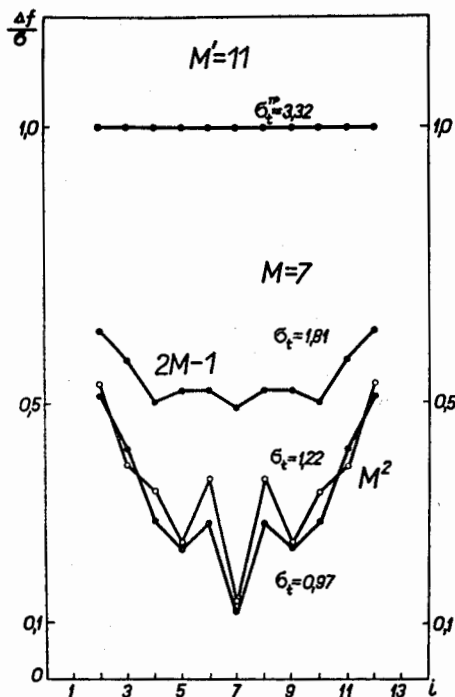


Рис. 16. Значения среднеквадратичных ошибок и полной дисперсии измерений, выполненных с помощью дважды мультиплексной системы при $M = 7$. Используются только $M = 11$ точек наблюдения, вместо $2M-1 = 13$. Измерения ведут по двум программам: M^2 - программе и $(2M-1)$ -программе. Также показан результат неоптимизированных измерений частично смещенных данных ($\sigma_t = 0,97$).

М	М'	ПОЛНАЯ ДИСПЕРСИЯ В Б						
		Традиц. система	Однократно мультиплексная система			Дважды мультиплексная система		
			Униполярная	Биполярная	Биполярная со смещен.	Униполярная	Биполярная	Биполярная со смещением
3	3	3	2,25	1,5	0,562	2,56	-	-
	5	5	-	-	-	-	0,737	0,875
7	7	7	3,06	1,75	0,766	2,00	-	-
	II	II	-	-	-	-	1,76	I, II неоптим.
II	II	II	3,36	1,834	0,84	1,51	-	-
	I7	I7	-	-	-	-	-	-
М	М	М	$\frac{4M^2}{(M+1)^2}$	$\frac{2M}{M+1}$	$\left[\frac{M}{M+1}\right]^2$	$\approx \frac{22,2}{M}$	-	-

В качестве второго примера дважды мультиплексной системы был рассмотрен случай $M_1 = 7$. Значения ошибок измерений приведены на рис. 16 для программ M^2 и $(2M - 1)$ соответственно с полными дисперсиями $\sigma_i = 1,22$ и $\sigma_i = 1,81$ вместо $\sigma_i = 3,32$ для традиционной схемы. Там же приведена кривая ошибок для одного варианта восстановления смещенных значений функций. Вопрос об оптимизации программ измерений и алгоритма восстановления здесь не рассматривался. Однако видно, что алгоритм восстановления неоптимально смещенных функций дает полную дисперсию в $(1,25)^2$ раз меньше, чем при восстановлении несмещенной функции.

В таблице приведены значения полных дисперсий для разных систем наблюдения. Видно, что дважды мультиплексные системы регистрации частиц обладают высокими информационными показателями, которые характеризуются более узким коридором ошибок измерения фона, чем в традиционной и однократно мультиплексной системах. Дважды мультиплексные системы дают неодинаковые значения ошибок измерений, причем, как правило, наименьшие ошибки измерений имеют центральные участки изучаемого интервала углов.

Информационные показатели дважды мультиплексной системы варьируются в широких пределах в зависимости от программы измерений и алгоритма восстановления искомым данных. Эти показатели должны быть оптимизированы при планировании эксперимента путем моделирования на ЭВМ.

В заключение автор выражает благодарность Т.А. Стриж за помощь в работе.

Литература

1. Л.М. Сороко. Сообщение ОИЯИ, P13-5696, Дубна, 1971.
2. Л.М. Сороко. Сообщение ОИЯИ, P13-5699, Дубна, 1971.
3. Л.М. Сороко. Сообщение ОИЯИ, P13-5722, Дубна, 1971.
4. M.Harwit, P.G.Phillips, T.Fine, N.J.A.Sloane. Doubly Multiplexed Dispersive Spectrometers, Appl.Optics, 9, No.5, 1149-1154, 1970.
5. Л.М. Сороко. Сообщение ОИЯИ, P13-6378, Дубна, 1972.

Рукопись поступила в издательский отдел
17 апреля 1972 года.