

СЗ44.1р

26/11-7

С-655

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

2183 / 2-72

P13 - 6378



Л.М.Сороко

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

УНИПОЛЯРНЫЕ
И БИПОЛЯРНЫЕ МУЛЬТИПЛЕКСНЫЕ СИСТЕМЫ
РЕГИСТРАЦИИ ЧАСТИЦ

1972

P13 - 6378

Л.М.Сороко

**УНИПОЛЯРНЫЕ
И БИПОЛЯРНЫЕ МУЛЬТИПЛЕКСНЫЕ СИСТЕМЫ
РЕГИСТРАЦИИ ЧАСТИЦ**

**Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА**

В предыдущих сообщениях /1-7/ были изложены теория синтеза и принцип работы мультиплексных систем регистрации частиц. Необходимость в таких системах возникает всякий раз, когда точность измерений определяется не статистикой полезных событий, а помехами, создаваемыми внешними условиями опыта и шумами детектора частиц. С помощью мультиплексных систем регистрации частиц достигается повышение коэффициента полезного действия экспериментальной одноканальной установки и ослабляется влияние дрейфа эффективности измерительной аппаратуры.

В данном сообщении подробно анализируется разделение мультиплексных систем на униполярные и биполярные. В качестве типичного примера мультиплексной системы был взят сцинтилляционный счетчик, в котором используется адамаровское кодирование наблюдаемого углового распределения частиц /1/. В униполярном мультиплексном счетчике традиционный сцинтиллятор заменен на гребенку из элементарных сцинтилляторов и просветов (рис. 1). Сцинтиллирующему элементу гребенки приписывается индекс +1, а просвету гребенки дается индекс 0. Для того чтобы найти алгоритм чередования сцинтиллирующих элементов и элементов-просветов, берут квадратную $(M + 1) \times (M + 1)$ матрицу Адамара с элементами +1 и -1. Выбирают такое представление матрицы Адамара, в котором первая строка и первый столбец матрицы содержат только +1 элементы. Далее эту матрицу преобразуют следующим образом. Зачеркивают первый столбец и первую строку, все элементы +1 заменяют на 0, а все элемен-

ты -1 заменяют на $+1$. Получается матрица A_U , строки которой после соответствующих перестановок строк и столбцов приобретают свойство циклической перестановки. А именно, если элементы первой строки матрицы обозначить через $g_1(i)$, то элементы второй строки описываются функцией $g_2(i+1)$, и в общем случае элементы k -строки определяются функцией $g(i+k)$, где индекс M^+ означает, что сложение ведется по модулю M , без переноса.

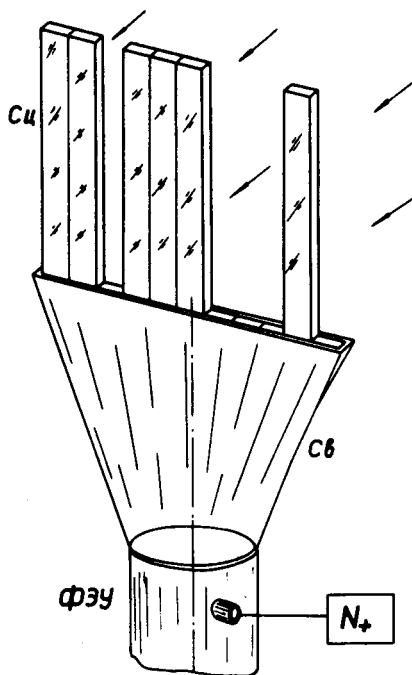


Рис. 1. Схема униполярного мультиплексного сцинтилляционного счетчика, в котором используется адамаровское кодирование углового распределения частиц. Сцинтиллятор имеет вид гребенки из элементарных сцинтилляторов и просветов. Используется один световод, один ФЭУ и один счетчик импульсов. Полное число элементов $M = 11$.

Линейно независимые конфигурации элементарных сцинтилляторов и просветов для случая $M = 3$ получаются из матрицы Адамара 4×4 ,

$$H_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

и образуют униполярную матрицу 3×3 :

$$A_U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Если совокупность искоемых данных представить в виде матрицы-столбца $f (f_1 , f_2 , f_3)$, а результаты трех независимых измерений - в виде матрицы-столбца $r (r_1 , r_2 , r_3)$, то

$$\left. \begin{array}{l} r_1 = f_1 + f_3 \\ r_2 = f_2 + f_3 \\ r_3 = f_1 + f_2 \end{array} \right\} , \quad \text{или} \quad r = A_U \cdot f. \quad (3)$$

Обратная матрица A_U^{-1} , определяющая восстанавливающие операции

$$\left. \begin{array}{l} f_1 = \frac{1}{2}(-r_1 + r_2 + r_3) \\ f_2 = \frac{1}{2}(r_1 + r_2 - r_3) \\ f_3 = \frac{1}{2}(r_1 - r_2 + r_3) \end{array} \right\} , \quad \text{или} \quad f = A_U^{-1} r, \quad (4)$$

имеет вид

$$A_U^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Если через σ_i обозначить ошибку измерения величин $r (r_1 , r_2 , r_3)$, которая по условию определяется только ошибками измерения фона, так что

$$r_i = r_{i0} \pm \sigma_i \quad (i = 1, 2, 3), \quad (6)$$

где r_{i0} - результаты измерения в отсутствие фона, то ошибка Δf_i искомых данных

$$f_i = f_{i0} \pm \Delta f_i \quad (7)$$

равняется

$$(\Delta f_i)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sigma_i^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sigma_i^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sigma_i^2 = \frac{3}{4} \sigma_i^2. \quad (8)$$

Поскольку посторонний фон по условию является постоянной величиной, то ошибку измерения фона можно характеризовать среднеквадратичными значениями Δf и σ .

Таким образом, коридор ошибок функции f имеет постоянную ширину независимо от значений самой функции f . Полная дисперсия измерений функции f в данном примере равна

$$\sigma_i^2 = 3 \cdot (\Delta f)^2 = \frac{9}{4} \sigma^2 \quad (9)$$

вместо $3 \cdot \sigma^2$ в случае, если бы использовался традиционный сцинтилляционный счетчик с одним сцинтиллятором.

8 2

В биполярном мультиплексном сцинтилляционном счетчике используют две гребенки, элементы которых взаимно дополняют друг друга, образуя гетерогенный сцинтиллятор (рис. 2). Элементарным сцинтиллятором, световые вспышки из которых попадают в нижний световод, присписывается индекс +1. Элементарные сцинтилляторы, световые вспышки из которых попадают в верхний световод, имеют индекс -1. Для того чтобы найти алгоритм чередования направления выхода света, берут квадратную $(M + 1) \times (M + 1)$ матрицу Адамара с элементами +1 и -1 в таком представлении, что первая строка и первый столбец содержат только элементы +1. Затем эту матрицу преобразуют следующим образом. Зачер-

квивают первый столбец и первую строку. Оставшиеся строки и столбцы переставляют так, что строки полученной матрицы приобретают отмеченное выше свойство циклической перестановки. Линейно независимые конфигурации чередования направлений выхода вспышек света в один из двух световодов для случая $M = 3$ образуют биполярную матрицу 3×3

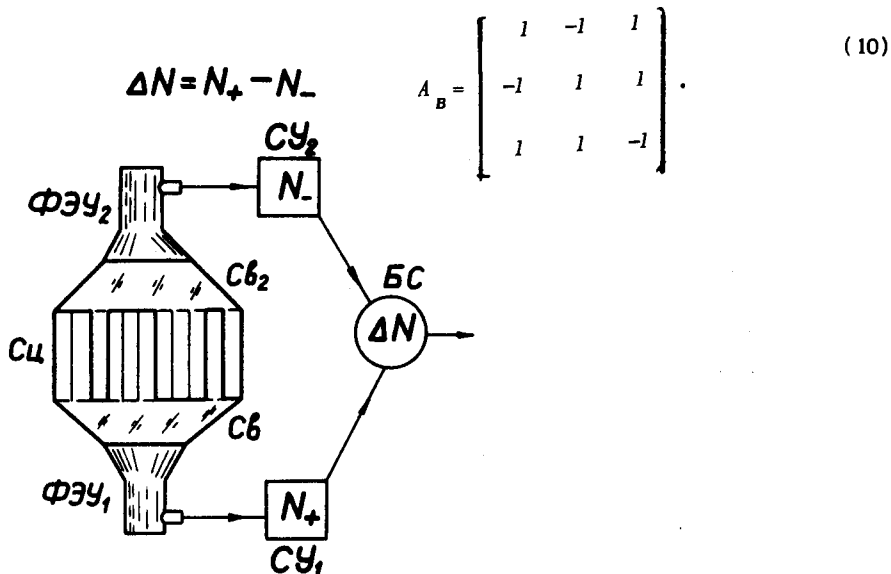


Рис. 2. Схема биполярного мультиплексного сцинтилляционного счетчика, в котором используется адамаровское кодирование углового распределения частиц. Сцинтиллятор состоит из двух групп элементарных сцинтилляторов, светозащищенных друг от друга. Сцинтиллятор расположен между внешними гранями двух световодов. Используется два ФЭУ и регистрирующий блок, на выходе которого подключен биполярный счетчик электрических импульсов.

Три независимых измерения r (r_1, r_2, r_3) содержат данные о трех линейных комбинациях

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= f_1 - f_2 + f_3 \\ r_2 &= -f_1 + f_2 + f_3 \\ r_3 &= f_1 + f_2 - f_3 \end{aligned} \right\}, \quad \text{или} \quad r = A_B \cdot f. \quad (11)$$

Напомним здесь, что регистрирующий блок биполярного мультиплексного сцинтилляционного счетчика содержит биполярный счетчик электрических

импульсов. Этот счетчик регистрирует разность между числом частиц, попавших в элементарные сцинтилляторы с индексом +1, и числом частиц, попавших в элементарные сцинтилляторы с индексом -1.

Обратная матрица A_B^{-1} , задающая восстанавливающие операции

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \frac{1}{2} (r_2 + r_3) \\ f_2 &= \frac{1}{2} (r_1 + r_2) \\ f_3 &= \frac{1}{2} (r_1 + r_3) \end{aligned} \right\} , \quad \text{или} \quad f = A_B^{-1} r , \quad (12)$$

имеет вид

$$A_B^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} , \quad (13)$$

Среднеквадратичная ошибка измерений равна в этом случае:

$$(\Delta f)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sigma^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sigma^2 = \frac{1}{2} \sigma^2 . \quad (14)$$

Полная дисперсия измерений равна

$$\sigma_t^2 = 3(\Delta f)^2 = \frac{3}{2} \sigma^2 . \quad (15)$$

83

Из сравнения (9) и (15) видно, что полная дисперсия измерений в биполярной системе оказывается меньше, чем в униполярной системе. Более того, преимущества биполярной системы в действительности еще больше, чем это следует из (9) и (15). А именно, стадию декодирования, описываемую обратной матрицей (13), как оказывается, можно осуществить с помощью прямой матрицы (10), в результате чего среднеквадратичные ошибки измерений и полная дисперсия уменьшаются дополнительно. Правда, при таком алгоритме декодирования полностью теряется информация об абсолютном значении функции $f (f_1 , f_2 , f_3)$, но зато улучшается прорисовка контура функции f . Если это условие совместимо с задачами опыта и экспериментатору достаточно увидеть максимумы и минимумы на фоне частотного спектра, образованного помехой, то в этом случае обратную матрицу A_B^{-1} (13) можно представить в виде суммы

$$A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} + \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Первое слагаемое в (16) определяет контуры функции f , а второе слагаемое задает величину смещения, которая оказывается одинаковой для всех точек. Здесь экспериментатор фактически использует априорную информацию, которая заключается в том, что фон по условию является постоянной величиной. Найдем среднеквадратичную ошибку контура смещенной функции f смещ.:

$$(\Delta f_{\text{смещ.}})^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \sigma^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 \sigma^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 \sigma^2 = \frac{3}{16} \sigma^2 \quad (17)$$

Полная дисперсия смещенной функции равна

$$\sigma_{\text{смещ.}}^2 = 3 \cdot \frac{3}{16} \sigma^2 = \frac{9}{16} \sigma^2 \quad (18)$$

Таким образом, дисперсия измерений, осуществляемых с помощью мультиплексной системы, определяется не только алгоритмом считывания интегрального образа - униполярным или биполярным, но также и алгоритмом обработки - несмещенным или смещенным. Результаты анализа случая $M = 3$ приведены в табл. 1.

§ 4

Найдем теперь соотношение между дисперсиями униполярных и биполярных мультиплексных систем регистрации частиц. С этой целью рассмотрим еще один пример, для $M = 7$. На рис. 3 приведена униполярная матрица A_U для $M = 7$. Количество элементов "1" в любой строке на единицу больше, чем количество элементов "0". Обратная матрица A_U^{-1} для случая $M = 7$ приведена на рис. 4. Далее на рис. 5 дана биполярная матрица A_B . Обратная матрица A_B^{-1} приведена на рис. 6.

Таблица 1

Среднеквадратичные ошибки различных систем наблюдения
для случая $M = 3$

	Традиционный счетчик	Униполярный мультиплек- сный счетчик	Биполярный мультиплек- сный счетчик	
			Несмещен- ные данные	Смешенные данные
Среднеквадра- тичная ошибка измерений	σ^2	$\frac{3}{4}\sigma^2$	$\frac{1}{2}\sigma^2$	$\frac{3}{16}\sigma^2$
Полная дисперсия	$3\sigma^2$	$\frac{9}{4}\sigma^2$	$\frac{3}{2}\sigma^2$	$\frac{9}{16}\sigma^2$

$$A_U = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Рис. 3. Униполярная матрица A_U для $M = 7$.

По аналогии с (16) обратную матрицу A_B^{-1} можно разбить на биполярную матрицу и матрицу, все элементы которой равны "1" (рис. 7). Нетрудно показать, что среднеквадратичная ошибка и полная дисперсия для произвольного M , входящего во множество мультиплексных чисел, определяется соотношениями, которые сводятся в табл. 2.

Таблица 2

	Среднеквадратичная ошибка		Полная дисперсия	
	Произвольное M	$M \gg 1$	Произвольное M	$M \gg 1$
Традиционная система	σ^2	σ^2	$M\sigma^2$	$M\sigma^2$
Униполярная мультиплексная система	$\frac{4M}{(M+1)^2} \sigma^2$	$\frac{4}{M} \sigma^2$	$4\left(\frac{M}{M+1}\right)^2 \sigma^2$	$4\sigma^2$
Биполярная мультиплексная система Несмещенные данные	$\frac{2}{M+1} \sigma^2$	$\frac{2}{M} \sigma^2$	$2\frac{M}{M+1} \sigma^2$	$2\sigma^2$
Биполярная мультиплексная система Смещенные данные	$\frac{M}{(M+1)^2} \sigma^2$	$\frac{1}{M} \sigma^2$	$\left(\frac{M}{M+1}\right)^2 \sigma^2$	σ^2

На рис. 8 приведены значения $\Delta f/\sigma$ в зависимости от M для традиционной системы, униполярной мультиплексной и двух вариантов биполярной мультиплексной системы. На рис. 9 показаны соответствующие полные дисперсии σ_t^2/σ^2 для значений $M = 3; 7; 11$ и 19 .

$$A_U^{-1} = \frac{1}{4} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

Рис. 4. Обратная матрица A_U^{-1} для $M = 7$.

$$A_B = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

Рис. 5. Биполярная матрица A_B для $M = 7$.

$$A_B^{-1} = \frac{1}{4} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Рис. 6. Обратная матрица A_B^{-1} для $M = 7$.

$$A_{B_{cm}}^{-1} = \frac{1}{8} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} + \frac{1}{8} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Рис. 7. Схема разбиения матрицы A_B^{-1} на два слагаемых для $M = 7$.

Рис. 8. Значения среднеквадратичных ошибок $\Delta f/\sigma$ в зависимости от M для традиционной системы, для униполярной мультиплексной системы U , для биполярной мультиплексной системы B с несмещенными данными и для биполярной мультиплексной системы B смещ. со смещенными данными.

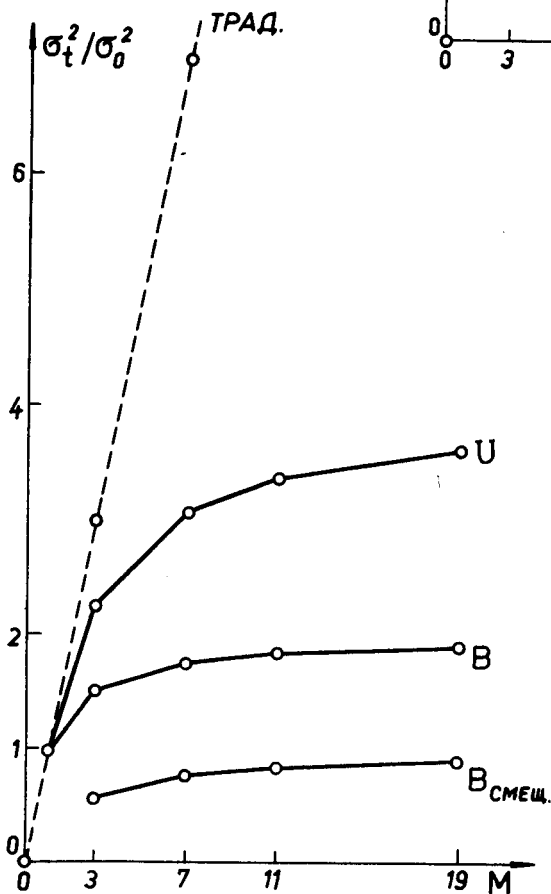
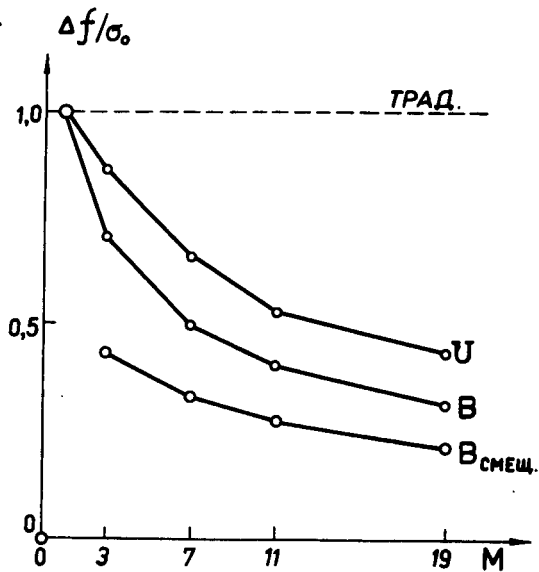


Рис. 9. Значения полных дисперсий σ_t/σ для традиционной и трех видов мультиплексных систем при $M = 3; 7; 11$ и 19 .

Литература

1. Л.М. Сороко. Сообщение ОИЯИ, Р13-5696, Дубна, 1971.
2. Л.М. Сороко. Сообщение ОИЯИ, Р13-5699, Дубна, 1971.
3. Л.М. Сороко. Сообщение ОИЯИ, Р13-5722, Дубна, 1971.
4. Л.М. Сороко. Сообщение ОИЯИ, Р13-5896, Дубна, 1971.
5. Л.М. Сороко. Сообщение ОИЯИ, Р13-6019, Дубна, 1971.
6. Л.М. Сороко. Сообщение ОИЯИ, Р13-6032, Дубна, 1971.
7. Л.М. Сороко. Сообщение ОИЯИ, Р13-6078, Дубна, 1971.

Рукопись поступила в издательский отдел
13 апреля 1972 года.