ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р13-5751

Л.Г. Ткачев, В.Д. Шестаков

ВЛИЯНИЕ УЛЬТРАЗВУКА НА ДИНАМИКУ ПАРОВОГО ПУЗЫРЬКА В ЖИДКОМ ВОДОРОДЕ

II

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

1971

P 13-5751

Л.Г. Ткачев, В.Д. Шестаков

ВЛИЯНИЕ УЛЬТРАЗВУКА НА ДИНАМИКУ ПАРОВОГО ПУЗЫРЬКА В ЖИДКОМ ВОДОРОДЕ

II

Направлено в ПТЭ

В в е д е н и е

В настоящее время предпринимаются попытки создания ультразвуковых пузырьковых камер (УЗПК)[1,2]. В связи с этим теоретически рассматривается влияние ультразвукового поля на динамику парового пузырька в жидком водороде[3,4]. В данной работе в отличие от[3,4] пар не считается идеальным газом, вследствие чего изменяется система уравнений, описывающих поведение пузырька. Как и следовало ожидать, качественное описание поведения одиночного парового пузырька в жидкости под действием ультразвукового поля не изменилось: по-прежнему механизмом роста пузырька является выпрямленная тепловая диффузия. Учёт свойств реального газа приводит к тому, что пузырек вырастает до существенно больших размеров. Результатом этого является доминирующая роль объемных факторов при установлении динамически равновесных пульсаций пузырька.

Формулировка задачи

Как и в работе[3], ограничимся рассмотрением сферического парового пузырька, совершающего радиальные пульсации под действием синусоидального ультразвукового поля в несжимаемой жидкости. Температурное поле вокруг пузырька предполагается изотропным, а сам пузырек - однородным. Амплитуды и частоты пульсаций пузырька ограничены следующим условием квазиравновесности процесса испарения (конденсации)

$$\dot{M} < 4\pi R^2 \frac{a P' \sqrt{\quad}}{\sqrt{2\pi R_B T'}} , \tag{1}$$

где μ –граммолекулярный вес,

где $\dot{M}$ – скорость изменения массы пузырька, R_B – универсальная газовая постоянная, R –радиус пузырька, P' и T' – давление и температура пара в нем, a – коэффициент аккомодации.

В данной работе рассматриваются достаточно большие пузырьки, для описания поведения которых несущественны члены, обусловленные поверхностным натяжением.

Условие квазиравновесности (1) означает, что пар в пузырьке находится в термодинамическом равновесии с поверхностным слоем жидкости

$$P'(t) = P(R, t), \quad T'(t) = T(R, t), \tag{2}$$

где $P(R,t)$ и $T(R,t)$– давление и температура в жидкости на поверхности пузырька в момент времени t .

Уравнения, определяющие поведение пузырька, следуют из законов сохранения импульса, массы и энергии. Уравнение непрерывности в несжимаемой жидкости

$$r^2 \dot{r} = U_R R^2 \tag{3}$$

позволяет проинтегрировать уравнение Эйлера по пространственной переменной. В результате получаем:

$$R \dot{U}_R + 2 U_R \dot{R} - \frac{1}{2} U_R^2 = \frac{P' - P_a}{\rho} , \tag{4}$$

где r – координата точки в жидкости, $\dot{r}$ и U_R – скорости жидкости в точках r и R соответственно $(U_R \equiv \lim\limits_{r \to R} \dot{r})$, ρ – плотность жидкости, P_∞ – давление в жидкости на бесконечном удалении от пузырька $P_\infty = P_0 - P_1 \sin(2\pi f t)$. Здесь P_0 – статическое давление, P_1 и f – амплитуда и частота ультразвукового поля.

Уравнение (4) переходит в известное уравнение Релея, если положить $U_R \equiv \dot{R}$. В общем случае U_R и $\dot{R}$ связаны соотношением, следующим из условия сохранения массы при испарении и конденсации на поверхности пузырька

$$\dot{R} = U_R + \frac{\dot{M}}{4\pi R^2 \rho} . \tag{5}$$

Уравнения (4) и (5) определяют $R(t)$, если известна $P'(t)$. Давление пара определяется из закона сохранения энергии в рассматриваемой системе

$$dE_v + dE_L = -4\pi R^2 P' U_R \, dt , \tag{6}$$

где приращения внутренних энергий пара и жидкости соответственно равны:

$$dE_v = \epsilon_v \, dM + \left(\frac{\partial E_v}{\partial \rho'} \right)_{M,T'} d\rho' + c_v M \, dT' , \tag{7}$$

$$dE_L = -\epsilon_L \, dM - 4\pi R^2 k \frac{\partial T}{\partial R} \, dt . \tag{8}$$

Здесь ϵ_v и ϵ_L – удельные внутренние энергии пара и жидкости, ρ' и c_v – плотность пара и его удельная теплоемкость при постоянном объеме, k – коэффициент теплопроводности жидкости, $\frac{\partial T}{\partial R}$ – градиент температуры в жидкости у поверхности пузырька. Учитывая

$$\epsilon_v - \epsilon_L = L - P'\left(\frac{1}{\rho'} - \frac{1}{\rho}\right), \tag{9}$$

где L – теплота парообразования, уравнение сохранения энергии (6) можно переписать в виде

$$L\,dM + c_S\,\rho'\,dT' = 4\pi R^2 k\,\frac{\partial T}{\partial R}, \tag{10}$$

где c_S – теплоемкость пара вдоль кривой фазового равновесия, равная

$$c_S = c_v + T'\left(\frac{dP'}{dT'}\right)_{\rho'} \frac{d\left(\frac{1}{\rho'}\right)}{dP'}. \tag{11}$$

Термодинамические величины P', T' и ρ' связаны друг с другом уравнением состояния

$$P' = R_B T' \frac{\rho'}{\mu}\left[1 + B\frac{\rho'}{\mu} + C\left(\frac{\rho'}{\mu}\right)^2\right], \tag{12}$$

где μ – граммолекулярный вес, B и C – вириальные коэффициенты, являющиеся известными функциями температуры /5/. В приближении идеального газа $B \equiv C \equiv 0$.

Из выражения (10) следует уравнение, определяющее давление пара в пузырьке

$$\frac{dP'}{dt} = \frac{3}{R}\,\frac{k\frac{\partial T}{\partial R} - \rho' L\dot{R}}{L\frac{d\rho'}{dP'} + c_S\,\rho'\,\frac{dT'}{dP'}}, \tag{13}$$

где производные $\frac{d\rho'}{dP'}$ и $\frac{dT'}{dP'}$ вычисляются вдоль кривой фазового равновесия.

Чтобы вычислить градиент температуры в жидкости у поверхности пузырька, необходимо рассмотреть уравнение теплопроводности в жидкости

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \nu \frac{\dot{R} - U_R \nu^3}{R} \frac{\partial T}{\partial \nu} = \frac{D}{R^2} \nu^4 \frac{\partial^2 T}{\partial \nu^2}, \qquad (14)$$

где D – температуропроводность жидкости, $\nu = \frac{R}{r}$ – безразмерная координата точки в жидкости. При выводе (14) использовано уравнение (3).

Совокупность уравнений (4), (5), (13), (14) позволяет решить задачу о поведении парового пузырька в ультразвуковом поле. Начальные и граничные условия выбираются следующим образом: $R(0) = 5.10^{-4}$ см, $P(0) = P_0$, $T(r = \infty, t) = T(\nu = 0, t) = T_\infty$, начальная скорость $\dot{R}(0)$ и начальное распределение температуры в жидкости $T(\nu, t = 0)$ определялись, согласно /6/, в предположении, что при $t < 0$ ультразвуковое поле отсутствует. Термодинамические величины L, k, c_v считаются известными функциями вдоль кривой фазового равновесия /7,8/.

Как и в работе /3/, задача решается численно. Результаты представлены зависимостями $R(t)$, $M(t)$ или $\bar{R}(t)$, где черта означает усреднение по времени за период ультразвукового поля.

Обсуждение результатов

Уравнения, описывающие поведение пузырька, переходят в соответствующие уравнения из работы /3/, если положить $U_R \equiv \dot{R}$ в (4) и $B \equiv C \equiv 0$. Замена уравнения (4) на уравнение Релея приводит к ничтожно малым изменениям результатов в рассмотренной области температур: $24 \div 28^0$K. Влияние свойств пара на поведение пузырька гораздо значительнее, как видно из рис. 1, где приведены зависимости $R(t)$: кривая

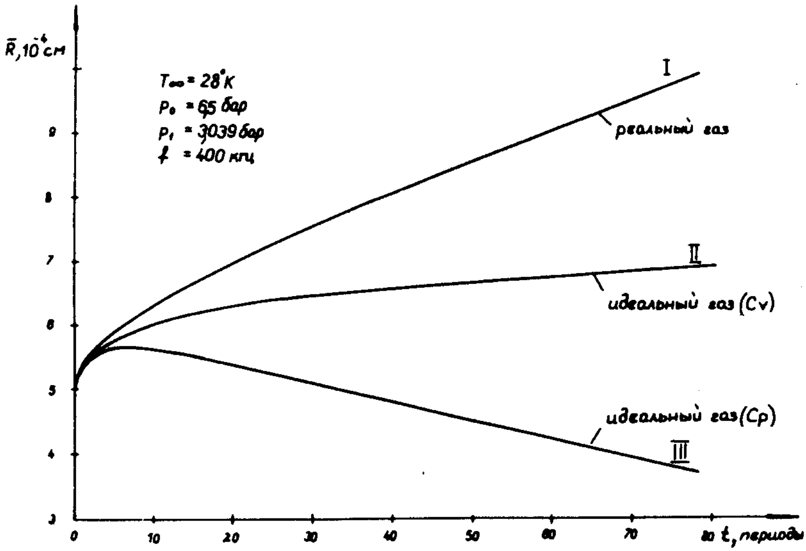

$\bar{R}, 10^{-4}$ см
$T_\infty = 28^\circ K$
$P_0 = 65$ бар
$P_1 = 3039$ бар
$f = 400$ кгц
I
реальный газ
II
идеальный газ (Cv)
идеальный газ (Cp)
III
9
8
7
6
5
4
3
0
10
20
30
40
50
60
70
80
t, периоды

Рис. 1

I соответствует реальному газу, кривые II и III – идеальному. Различие кривых II и III объясняется способом задания экспериментальных данных для теплоемкости пара c_p или c_v, связанных друг с другом уравнением состояния газа. Если используется уравнение состояния идеального газа и данные для $c_p(c_v)$, то получается кривая II (кривая III). Для реального газа получается, естественно, единственный результат – кривая I. В этом случае пузырек достигает намного больших размеров и его поведение характеризуется особенностями, которых не было у маленьких пузырьков.

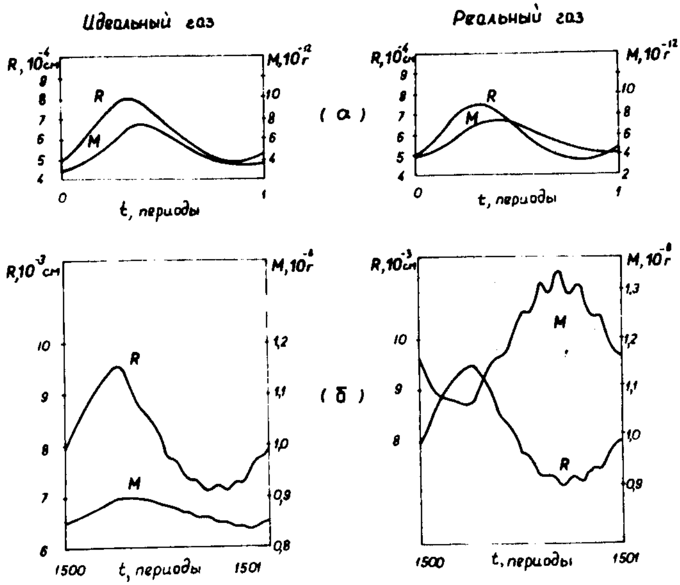
Рассмотрим эти особенности более подробно для случаев идеального и реального газа, воспользовавшись уравнением (10). В этом уравнении присутствуют как поверхностные, так и объемные члены, пропорциональные соответственно R^2 и R^3. При рассмотрении качественного поведения достаточно маленьких пузырьков в течение одного цикла ультразвукового поля объемными членами можно пренебречь, тогда

$$L\dot{M} \approx 4\pi R^2 k \frac{\partial T}{\partial R}. \tag{15}$$

Исходя из этого выражения, легко показать, что выполняется неравенство $\dot{R}\dot{M} > 0$ (рис. 2а), которое означает, что в фазе роста (сжатия) пузырька растет (уменьшается) и его масса. При этом качественное поведение пузырька можно описать в терминах выпрямленной и статической тепловой диффузии /3/ безотносительно к тому, считается ли пар идеальным газом или нет.

Переходя к достаточно большим пузырькам, можно пренебречь поверхностными членами в уравнении (10), тогда

$$L\dot{M} + c_s M\dot{T} \approx 0. \tag{16}$$



f = 40 кгц ; T_∞ = 26,15°K ; P_0 = 4,6 бар ; P_1 = 2,03 бар,

Рис. 2. Зависимости R(t) и M(t) для маленьких (а) и для больших (б) пузырьков за период ультразвукового поля.

Учитывая, что всегда $\dot{R}\dot{T} < 0$, заключаем, что знак произведения $\dot{R}\dot{M}$ зависит от знака удельной теплоемкости пара c_s.

Теплоемкость идеального газа $c_s = c_p - \frac{L}{T}$ может быть как положительной, так и отрицательной. Теплоемкость реального газа вдоль кривой фазового равновесия, вычисляемая согласно (11), по экспериментальным данным /5/, всегда отрицательна.

Таким образом, в рассматриваемой области температур (окрестность 26^0K) удельные теплоемкости идеального и реального газов вдоль кривой фазового равновесия имеют противоположные знаки, как следствие этого, $\dot{R}\dot{M} > 0$ в первом случае и $\dot{R}\dot{M} < 0$ - во втором (рис. 2в). Заметим, что несмотря на это, в обоих случаях $\dot{\bar{R}}\dot{\bar{M}} > 0$, т.е. в среднем масса пара увеличивается, если растет средний размер пузырька.

В случае $\dot{R}\dot{M} < 0$ условия термодинамического равновесия достаточно большого парового пузырька требуют конденсации пара в фазе роста пузырька при понижении его температуры и, наоборот,- испарения жидкости в фазе сжатия пузырька при повышении его температуры. Очевидно, что перенос энергии, сопровождающий переход вещества из одной фазы в другую, и перенос энергии, обусловленный выпрямленной тепловой диффузией, направлены в противоположные стороны. Вследствие этого динамическое равновесие достаточно больших пузырьков в ультразвуковом поле устанавливается тогда, когда оба потока компенсируют друг друга. Новый характер установления динамического равновесия пульсирующего пузырька влечет за собой, как увидим, качественно новую зависимость между равновесными значениями P_1, P_0 и $\bar{R}_\infty \equiv \lim_{t \to \infty} \bar{R}(t)$.

На рис. 3 и 4 приведены зависимости $\bar{R}(t)$ при различных значениях амплитуды ультразвукового поля для частот f =400 кгц и f =40 кгц. По мере роста амплитуды P_1 "время жизни" начального пузырька уве-

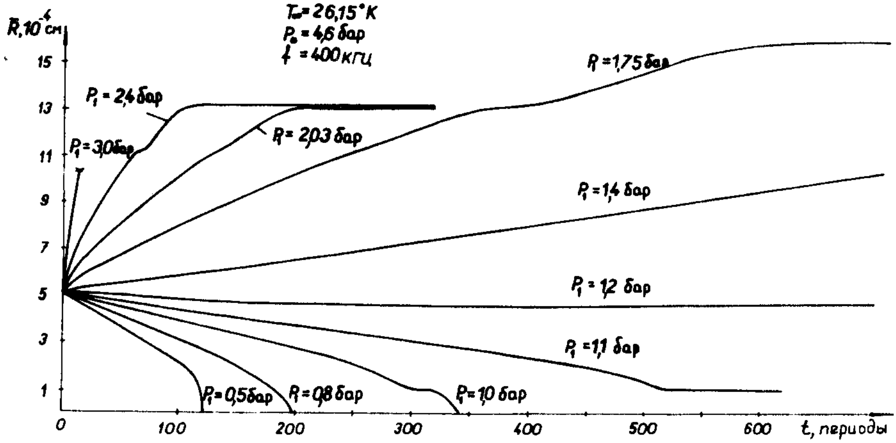


Рис. 3. Зависимости $\bar{R}(t)$ при различных амплитудах ультразвукового поля.

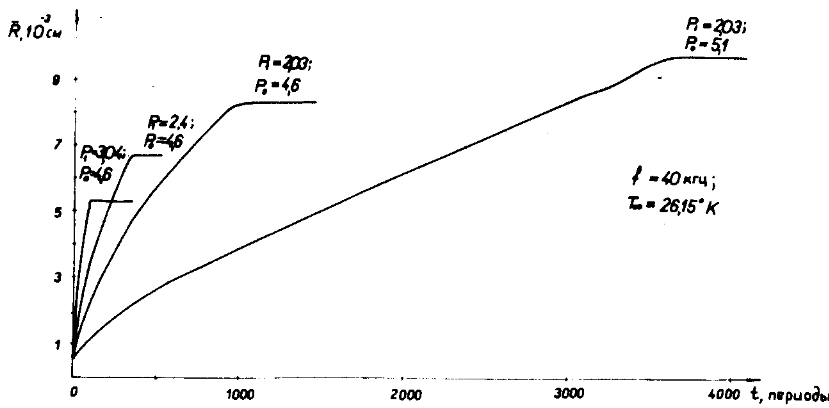


Рис. 4. Зависимости $\bar{R}(t)$ при различных амплитудах ультразвукового поля и различном статическом давлении.

личивается и становится бесконечно большим, когда амплитуда достигает значений диффузионного порога $P_1 \geq P_{дифф}$. При этом значение асимптотического радиуса $\bar{R}_\infty$ достаточно мало, так что объемные факторы не играют заметной роли при установлении динамического равновесия по сравнению с поверхностными. Поэтому при увеличении амплитуды ультразвукового поля $\bar{R}_\infty$ растет (рис. 3, $P_1 = 1,1$ бар, $P_1 = 1,2$ бар).

В случае больших амплитуд ультразвукового поля поведение пузырька усложняется не только тем, что существенную роль играют объемные эффекты, но и за счёт резонансных явлений, усиливающихся по мере роста пузырька и приближения его собственной частоты к частоте ультразвукового поля. Когда частоты кратны друг другу, пульсации пузырька на собственной частоте становятся особенно интенсивными. Это приводит либо к возникновению резонансных уровней на кривой $\bar{R}(t)$, либо к нарушению условия квазиравновесности процесса (1). Кривые, соответствующие $P_1 = 2,4$ бар и $P_1 = 2,03$ бар на рис. 3, являются примером того, что резонансный уровень превратился в равновесный, так как только из-за сильных пульсаций на собственной частоте можно получить одно и то же значение $\bar{R}_\infty$ для разных амплитуд ультразвукового поля.

Кривые, приведенные на рис. 4, демонстрируют роль объемных факторов при установлении динамического равновесия больших пузырьков: с увеличением амплитуды ультразвукового поля значение $\bar{R}_\infty$ уменьшается в противоположность случаям, когда равновесие устанавливается вследствие равенства статической и выпрямленной диффузии. Такое поведение асимптотического радиуса пузырька можно пояснить следующими приближенными расчётами. В случае динамического равновесия все физические величины $M(t)$, $T(\nu,t)$, $T'(t)$ и т.д. становятся периодическими функциями с периодом ультразвукового поля τ. Разделим уравнение (10) на M и проинтегрируем его от t до $t+\tau$

$$\int_t^{t+\tau} L \frac{\dot M}{M} dt + \int_t^{t+\tau} c_s \dot T' dt = \int_t^{t+\tau} \frac{4\pi R^2}{M} k \frac{\partial T}{\partial R} dt . \qquad (17)$$

При рассмотрении качественного поведения пузырька можно считать, что термодинамические величины L, c_s, k не зависят от температуры, а, следовательно, и от времени. Тогда левая часть соотношения (17) обращается в нуль, так что

$$\int_t^{t+\tau} \frac{1}{R} \frac{\partial T}{\partial R} dt = \int_t^{t+\tau} \frac{1}{R^2} \frac{\partial T(\nu=1,t)}{\partial \nu} dt \approx 0 . \qquad (18)$$

Разлагая в ряд подинтегральные функции $\frac{1}{R^2}$, $\frac{\partial T(\nu=1,t)}{\partial \nu}$ и оставляя в разложениях наиболее существенные гармоники, можно показать, что имеет место приближенная формула

$$\bar R_\infty P_1 \approx \text{const} , \qquad (19)$$

с которой хорошо согласуются результаты, приведенные на рис. 4.

По поводу соотношения (19), а также кривых на рис. 4 и 5, можно заметить следующее. Уменьшение P_1, f или увеличение P_0 ведет к уменьшению скорости пульсаций пузырька. Так как объемные члены в уравнении (10) пропорциональны производным по времени, то они уменьшаются быстрее, чем поверхностные. Поэтому относительная роль выпрямленной диффузии возрастает и динамическое равновесие устанавливается при больших значениях $\bar R_\infty$. Естественно, что при уменьшении амплитуды и скорости пульсаций пузырька кривая $\bar R(t)$ растет медленнее.

На рис. 6 показаны зависимости $\bar R(t)$, полученные при различных температурах жидкости T_∞ при условиях, когда превышение стати-

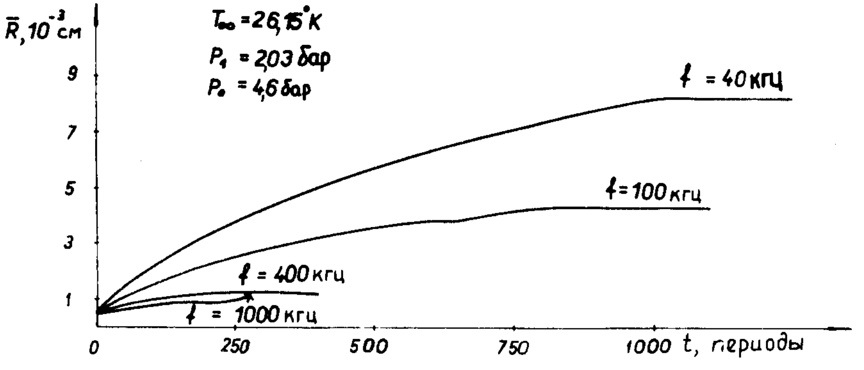


Рис. 5. Зависимости $\bar{R}(t)$ при различных частотах ультразвукового поля. Звезда на кривой означает, что дальнейшее рассмотрение соответствующего случая несовместимо с условием квазиравновесности (1).

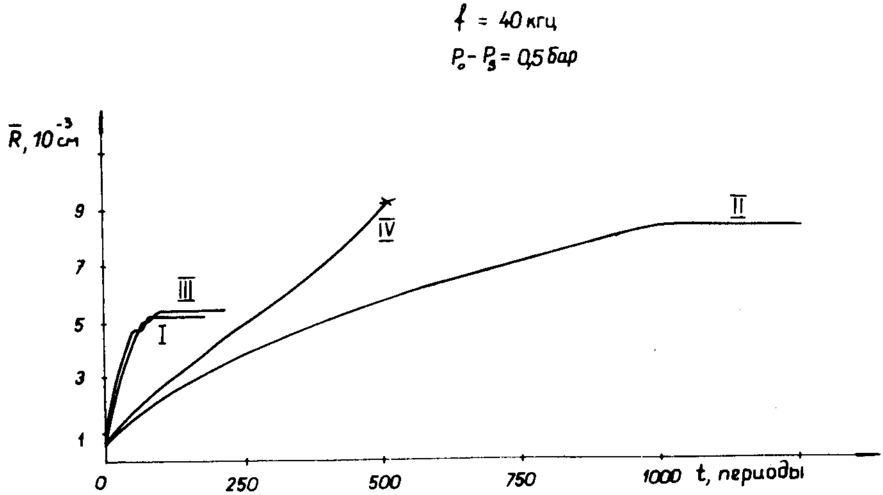


Рис. 6. Зависимости $\bar{R}(t)$ при различных температурах.

$P_1 = 2{,}03$ бар $\begin{cases} T_\infty = 24^0K \ (I) \\ T_\infty = 26{,}15^0K\ (II) \end{cases}$ $P_1 = 3{,}04$ бар $\begin{cases} T_\infty = 26{,}15^0K(III) \\ T_\infty = 28^0K\ (IV) \end{cases}$

ческого давления в жидкости над давлением насыщенного пара постоянно: $P_0 - P_S = 0{,}5$ бар и когда амплитуда и частота ультразвукового поля также постоянны. Как видно из кривых, резонансные явления при амплитудах 2–3 бар весьма существенны. По этой причине трудно указать температуру, оптимальную в смысле технической реализации УЗПК. С точки зрения рассмотрения динамики зародышевых пузырьков из-за меньшей величины поверхностного натяжения, по-видимому, предпочтительны более высокие температуры.

Необходимо отметить, что полученные результаты относятся к идеализированному, однородному пузырьку. Как видно из рис. 1, общая картина поведения пузырька в ультразвуковом поле существенно зависит от способа описания свойств пара, поэтому в дальнейшем представляется интересным рассмотрение динамики неоднородных пузырьков.

В заключение авторы благодарят В.А. Акуличева, В.Н. Алексеева, В.А. Жукова, Г.И. Селиванова и А.И. Филиппова за полезное обсуждение.

Литература

1. R.C.A. Brown, H.J. Hilke, A.H. Rogers. Nature, 220, 1177(1968).
R.C.A. Brown, G. Harigel, H.J. Hilke. Nucl. Instr. Meth., 82, 327(1970).
2. В.А. Акуличев, Л.Р. Гаврилов, В.Г. Гребинник, В.А. Жуков, Г. Либман, А.П. Маныч, Ю.И. Рудин, Л.Д. Розенберг, Г.И. Селиванов. ДАН СССР, 189, 973 (1969).
3. Л.Г. Ткачев, В.Д. Шестаков. Акустический журнал, 17, №3 (1971).
4. В.А. Акуличев, В.Н. Алексеев, К.А. Наугольных. Акустический журнал 17, №3, (1971).
5. H.M. Roder, L.A. Weber, R.D. Goodwin. NBS Monograph, 494(1965).
6. Л.Г. Ткачев. Препринт ОИЯИ, Р13-3726, Дубна (1967).

7. Selected Cryogenic Data Notebook, B.N.L. 10200 (1966).
8. V.P. Konney, W.D. Shephard, W.B. Madden, E.A. Harrington. Preprint ANL 60439 (1967).

Рукопись поступила в издательский отдел
13 апреля 1971 года.