

С 344.1 д

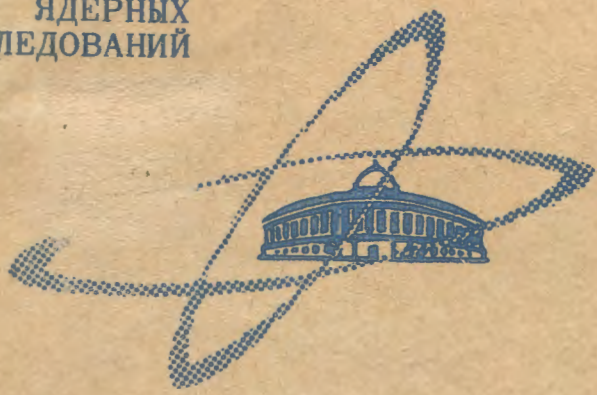
А-441

30 / XI-70

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P13 - 5327



ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

В.А. Акуличев, В.Н. Алексеев,  
К.А. Наугольных, Л.Г. Ткачев, В.Д. Шестаков

О ДИНАМИКЕ ПАРОВЫХ ПУЗЫРЬКОВ  
В ЖИДКОМ ВОДОРОДЕ  
В УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ПУЗЫРЬКОВЫХ КАМЕРАХ

1970

P13 - 5327

В.А. Акуличев,\* В.Н. Алексеев,\*

К.А. Наугольных,\* Л.Г. Ткачев, В.Д. Шестаков

О ДИНАМИКЕ ПАРОВЫХ ПУЗЫРЬКОВ  
В ЖИДКОМ ВОДОРОДЕ  
В УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ПУЗЫРЬКОВЫХ КАМЕРАХ

---

\*Акустический институт АН СССР, Москва.

## В в е д е н и е

Экспериментальные результаты по изучению влияния ультразвукового поля на формирование треков заряженных частиц в пузырьковых камерах, полученные в опытах с жидким гелием<sup>/1/</sup> и жидким водородом<sup>/2,3/</sup>, позволяют заключить, что возможно создание ультразвуковых пузырьковых камер (УЗПК). Их преимущества перед обычными пузырьковыми камерами связывают с возможностью увеличения быстродействия и получения управляемого режима.

Исследование особенностей динамики паровых пузырьков в ультразвуковом поле в пузырьковых камерах является интересной задачей. В настоящей работе теоретически рассмотрено влияние ультразвука на динамику паровых пузырьков в жидком водороде, представляющем наибольший интерес при изучении взаимодействия элементарных частиц.

Прежде всего дадим качественную физическую картину поведения одиночного парового пузырька в жидкости.

Если амплитуда ультразвукового поля  $P_m$  равна нулю, давление  $P_0$  больше давления насыщенных паров  $P_s$  при данной температуре жидкости  $T_\infty$ , то пузырек захлопывается. При этом температура пара  $T'$  больше  $T_\infty$ . Скорость захлопывания пузырька определяется теплопроводностью жидкости. Этот процесс, который будем называть статической тепловой диффузией, подробно рассмотрен в работах /4-6/.

Если  $P_m > 0$ , то меняющееся в жидкости давление вызывает пульсации пузырька, сопровождающиеся конденсацией и испарением на его поверхности. В фазе понижения давления ультразвукового поля паровой пузырек растет и происходит испарение жидкости, а в фазе повышения давления пузырек уменьшается и происходит конденсация пара на его

поверхности. При этом изменение массы пара в пузырьке в каждый момент времени определяется площадью поверхности пузырька, а также градиентом температуры в сферическом слое жидкости, прилегающей к пузырьку. Так как толщина этого слоя больше при уменьшении пузырька, чем при его росте, то испарение жидкости в пузырек происходит с большей поверхности при большем градиенте температуры, а конденсация пара — на меньшей поверхности при меньшем градиенте температуры. Таким образом, за каждый период ультразвукового поля испаряется жидкости больше, чем конденсируется пара, и среднее значение массы пара в пузырьке и его средний размер возрастают. Это явление назовем выпрямленной тепловой диффузией по аналогии с выпрямленной газовой диффузией, исследованной в работах /7-8/.

По мере роста среднего радиуса пузырька эффект выпрямленной диффузии, обусловленный кривизной поверхности раздела фаз, уменьшается и при  $P_0 > P_s$  уравнивается эффектом статической диффузии. Наступает состояние динамического равновесия, при котором средний радиус пульсирующего пузырька достигает некоторого асимптотического значения.

#### Формулировка задачи

Рассмотрим сферический паровой пузырек, совершающий радиальные пульсации под действием ультразвукового поля в жидкости, которая предполагается несжимаемой. Тогда изменение радиуса пузырька  $R$  описывается уравнением Релея /9/.

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 + \frac{1}{\rho}[P_{\infty}(t) - P_R(t)] = 0, \quad (1)$$

где  $\rho$  — плотность жидкости,  $P_R(t)$  — давление в жидкости на поверхности пузырька,  $P_{\infty}(t)$  — давление на бесконечности в жидкости,

$$P_{\infty}(t) = P_0 - P_m \sin(2\pi ft), \quad (2)$$

где  $f$  - частота ультразвукового поля.

Уравнение (1) дополним следующими начальными условиями:

$$R(0) = R_0, \quad \dot{R}(0) = \dot{R}_0, \quad (3)$$

где  $R_0$  и  $\dot{R}_0$  - соответственно начальный радиус и начальная скорость пузырька.

Предполагается, что пар в пузырьке находится в термодинамическом равновесии с поверхностным слоем жидкости, т.е.

$$P_R(t) = P' - \frac{2\sigma}{R}, \quad (4)$$

$$T_R(t) = T', \quad (5)$$

где  $P'$  и  $T'$  - соответственно давление и температура пара в пузырьке,  $T_R$  - температура жидкости на поверхности пузырька,  $\sigma$  - поверхностное натяжение жидкости. Соотношения (4-5) выполняются при квазиравновесном процессе испарения (конденсации), который имеет место, если /8/

$$\dot{R} < a \left( \frac{VT'}{2\pi\mu} \right)^{1/2}, \quad (6)$$

где  $a$  - коэффициент аккомодации,  $V$  - универсальная газовая постоянная,  $\mu$  - граммоллекулярный вес. При этом пар в пузырьке является насыщенным,  $P'$  и  $T'$  связаны зависимостью, определяемой кривой фазового равновесия  $P' = P'_s(T')$ .

Из уравнений (1), (4) следует, что для определения  $R(t)$  должна быть известна зависимость  $P'$  от времени, которая определяется из условия сохранения энергии при испарении и конденсации на поверхности пузырька.

$$k \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_R dt = \rho' L dR + \frac{R}{3} C_s \rho' dT' + \frac{R}{3} \left( \frac{\rho' L}{P^*} - 1 \right) dP'. \quad (7)$$

Здесь  $\rho'$  - плотность пара,  $C_s$  - удельная теплоемкость пара вдоль кривой фазового равновесия [10],  $k$  - коэффициент теплопроводности в жидкости,  $L$  - теплота парообразования,  $\left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_R$  - градиент температуры в жидкости у поверхности пузырька. При выводе уравнения (7) предполагалось, что пар является идеальным газом.

Градиент температуры в жидкости у поверхности пузырька определяется уравнением теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \dot{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{D}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{dT}{dr} \right), \quad (8)$$

где  $D$  - коэффициент температуропроводности жидкости,  $\dot{r}$  - скорость жидкости в точке с координатой  $r$ , определяемая из уравнения непрерывности в несжимаемой жидкости

$$\dot{r} = \dot{R} \frac{R^2}{r^2}. \quad (9)$$

Дополним уравнение (8) начальным условием

$$T(r, 0) = T_0(r), \quad R_0 \leq r < \infty \quad (10)$$

и граничными условиями

$$T(\infty, t) = T_\infty, \quad T(R, t) = T_R^1(t). \quad (11)$$

Совместное решение уравнений (1), (7), (8) с соответствующими начальными и граничными условиями определяет динамику парового пузырька в ультразвуковом поле. В такой постановке задача может быть решена только численно с применением современных ЭВМ.

## Обсуждение результатов

В настоящей работе, во-первых, представлены результаты численных решений указанной системы уравнений, полученных для случая паровых пузырьков в жидком водороде, и, во-вторых, результаты приближенных решений, полученных при ряде допущений и предположений, указанных ниже.

В случае приближенных вычислений ограничимся рассмотрением таких частот и амплитуд ультразвукового поля, когда можно пренебречь инерционными членами в уравнении (1). Пренебрегая также членом  $\frac{2\sigma}{R}$  из уравнений (1-2), (4), получим

$$P_R(t) = P'(t) = P_0 - P_m \sin(2\pi f t), \quad (12)$$

т.е. определим закон изменения давления пара в пузырьке в ультразвуковом поле.

Воспользовавшись соотношением  $P' = P_s(T')$ , можно найти температуру  $T_R(t)$ , т.е. полностью определить граничные условия (11).

На рис. 1 представлена кривая фазового равновесия для водорода в диапазоне температур, характерных для работы пузырьков камер. Здесь же сплошной кривой 1 показано изменение во времени давления  $P_R$ . При приближенных вычислениях будем считать, что периодические изменения давления происходят так, как показано штриховой кривой 2, т.е. давление скачком изменяется через интервал времени  $\tau$  и принимает значение либо  $P_1 = P_0 - P_m$ , либо  $P_2 = P_0 + P_m$ . При этом период изменения давления равен  $2\tau$ , так что  $f = 1/2\tau$ . Рассматривая паровые пузырьки, для которых выполняется условие  $R > (\pi D \tau)^{1/2}$ , можно оценить градиенты температуры на поверхности пузырька как /4/

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_R \approx \frac{T_0 - T_1'}{(\pi D t)^{1/2}}, \quad 0 < t < \tau, \quad (13)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_R \approx -\frac{T_2' - T_0}{(\pi D t)^{1/2}}, \quad r < t < 2r, \quad (14)$$

где  $T_1'$  ( $T_2'$ ) - температура пара, равновесная давлению  $P_1'$  ( $P_2'$ ). Подставляя (13) и (14) в уравнение (7), можно получить, что рост парового пузырька в интервале  $(0, r)$  и захлопывание в интервале  $(r, 2r)$  определяются следующими соотношениями:

$$R = R_0 (1+F) + K_1 (D_1 t)^{1/2}, \quad 0 < t < r, \quad (15)$$

$$R = R_m (1-F) - K_2 (D_2 t)^{1/2}, \quad r < t < 2r, \quad (16)$$

где

$$R_m = R_0 (1+F) + K_1 (D_1 r)^{1/2}, \quad (17)$$

$$F = \frac{C_6}{3L} (T_2' - T_1') + \frac{P_2' - P_1'}{3L\rho'} \left( \frac{\rho' L}{P_0} - 1 \right). \quad (18)$$

Здесь

$$K_1 = \frac{2C_{P_1} \rho_1}{\pi^{1/2} \rho_1' L_1} (T_0 - T_1'), \quad K_2 = \frac{2C_{P_2} \rho_2}{\pi^{1/2} \rho_2' L_2} (T_2' - T_0), \quad (19)$$

где индексы 1 и 2 указывают, что значения параметров жидкого и паробразного водорода берутся при температуре соответственно  $T_1'$  и  $T_2'$ . В формуле (18) значения этих параметров берутся при температуре  $T_{ср.} = T_\infty$ . Из уравнений (15-17) следует, что приращение радиуса за период ультразвукового поля равно



$$\Delta R = -\bar{R}F^2 + K_1(1-F-K^{-1})(D_1 r)^{1/2}, \quad (20)$$

где

$$K = \frac{K_1}{K_2} \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^{1/2}, \quad (21)$$

а  $\bar{R}$  - среднее значение радиуса пузырька за период. Из (20) следует, что с ростом  $R$  наступает такой момент, когда приращение  $\Delta R = 0$ . При этом пузырек достигает асимптотического размера  $\bar{R}_\infty$ .

$$\bar{R}_\infty = (D_1 r)^{1/2} K_1 \frac{1-F-K^{-1}}{F^2}. \quad (22)$$

Формула (22) позволяет оценить размеры, достигаемые паровыми пузырьками при их росте в ультразвуковом поле. Необходимо отметить, что при температурах, характерных для пузырьковых камер, и амплитудах ультразвукового поля, достаточных для роста паровых пузырьков, справедливы неравенства  $F < 1$ ,  $K_1 > 1$ ,  $K > 1$ .

На рис. 2 показаны зависимости  $\bar{R}(t)$  при различных значениях температуры  $T_\infty$  в жидкости, полученные в результате численного решения системы (1), (7) и (8). Начальное значение радиуса  $R(0)$  принималось равным  $10^{-4} - 10^{-5}$ . При определении начальных условий использовались результаты работы [6]. Видно, что по истечении определенного времени средний радиус пузырька достигает асимптотического значения. При этом выпрямленная и статическая диффузии уравновешивают друг друга.

На рис. 3-5 приведены зависимости  $\bar{R}_\infty$  от частоты и амплитуды ультразвукового поля и от величины статического давления. Сплошные линии соответствуют точным решениям, штриховые - приближенным решениям. Значение  $f$ , при котором изменяется наклон сплошной

кривой  $\bar{R}_\infty(f)$  на рис. 5, является границей применимости приближенного метода. При больших значениях частот ультразвукового поля становятся существенными инерционные члены в уравнении (1).

Из рис. 3-5 следует, что в жидком водороде в ультразвуковом поле асимптотические размеры паровых пузырьков тем больше, чем ниже температура  $T_\infty$ , чем меньше величина  $P_0 - P_S(T_\infty)$  и чем больше амплитуда  $P_m$ . Из представленных расчетов следует, что при амплитуде  $P_m = 3,0$  атм на частоте  $f = 40,0$  кгц и при типичных для пузырьковых камер величинах  $T_\infty = 26^\circ$  К,  $P_0 - P_S = 0,5$  атм асимптотический радиус достигает величины  $\bar{R}_\infty \approx 4 \cdot 10^{-3}$  см. При понижении частоты до десятков кгц размеры паровых пузырьков могут достигнуть  $\bar{R}_\infty \approx 10^{-2}$  см.

Необходимо отметить, что полученные результаты и принятые допущения могут быть проверены при сравнении с экспериментальными данными. К сожалению, в настоящее время отсутствуют количественные экспериментальные результаты о динамике паровых пузырьков в жидком водороде в ультразвуковом поле. Качественным результатом, полученным в работах /1-3/, выводы данной работы не противоречат.

В заключение авторы благодарят А.Ф. Писарева, Г.И. Селиванова и А.И. Филиппова за плодотворные дискуссии.

#### Л и т е р а т у р а

1. R.C.A. Brown, H.J. Hilke, A.H. Rogers. *Nature*, 220, 1177 (1968).
2. В.А. Акуличев, Л.Р. Гаврилов, В.Г. Гребинник, В. А. Жуков, Г. Либман, А.П. Маныч, Ю.И. Рудин, Л.Д. Розенберг, Г.И. Селиванов. *ДАН СССР*, 189, 973 (1969).
3. R.C.A. Brown, H.J. Hilke, A.H. Rogers. *Prep. CERN, D.Ph. II, USBC 70-1*, 1970.
4. M.S. Plesset, S.A. Zwick. *J. Appl. Phys.*, 25, 493 (1954).
5. L.E. Scriven. *Chem. Eng. Sci.*, 10, 11 (1959).
6. Л.Г. Ткачев. Препринт ОИЯИ, P13-3726, Дубна, 1968.
7. E.N. Harvey, D.K. Barnes, W.D. McErloy, A.H. Whiteley, D.C. Pease, K.W. Cooper. *J. Cellular Comp. Physiol.*, 24, 1 (1944).

8. A. Eller, H.G. Flynn. *J.Aconst.Soc.Am.*, 37, 493 (1965).

9. H.G. Flynn. In. *Physical Aconst.* (ed. W.P. Mason), v. 18, N.Y., 1964.

10. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Статистическая физика*, 1964.

Рукопись поступила в издательский отдел

18 августа 1970 года.

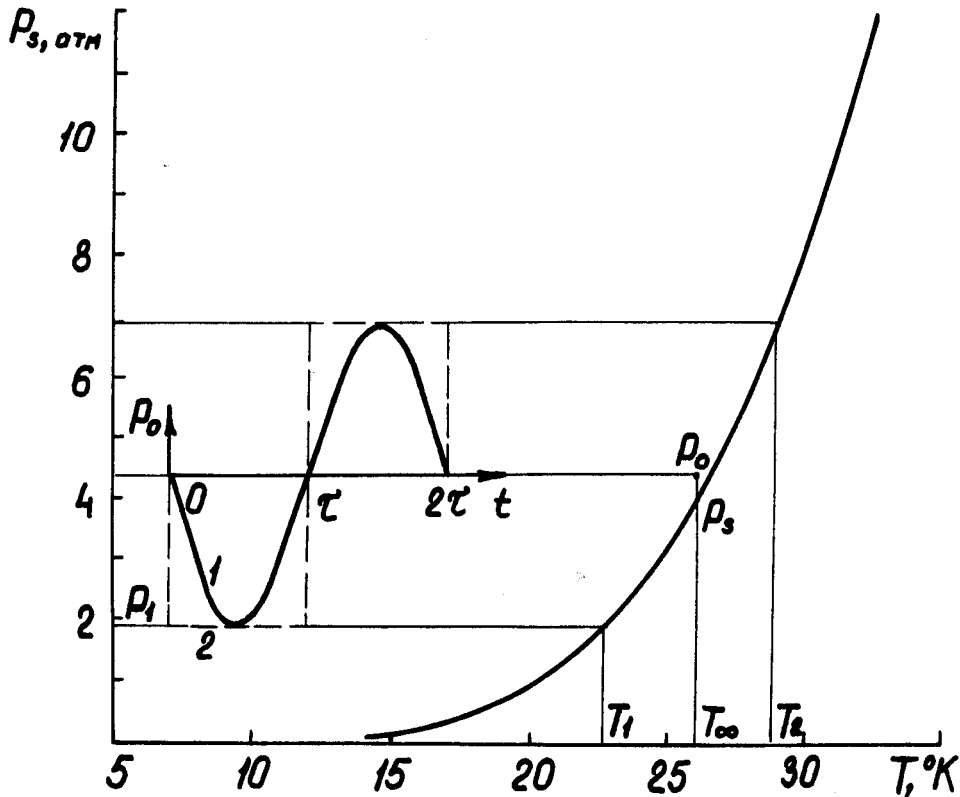


Рис. 1. Кривая фазового равновесия водорода  $P_s(T)$ .

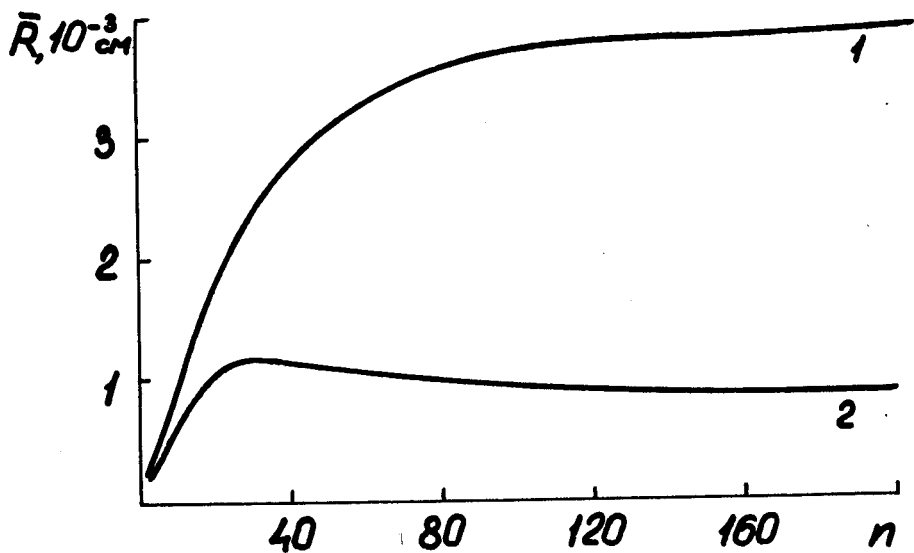


Рис. 2. Зависимость среднего радиуса пузырька  $\bar{R}$  от времени  
 ( $n$  - число периодов ультразвукового поля) при  $R_0 = 10^{-4}$  см,  
 $P_0 - P_s = 0,5$  атм,  $f = 40,0$  кгц,  
 1 :  $T = 26^\circ$  К,  $P_m = 3,0$  атм,  
 2 :  $T = 28^\circ$  К,  $P_m = 4,0$  атм.

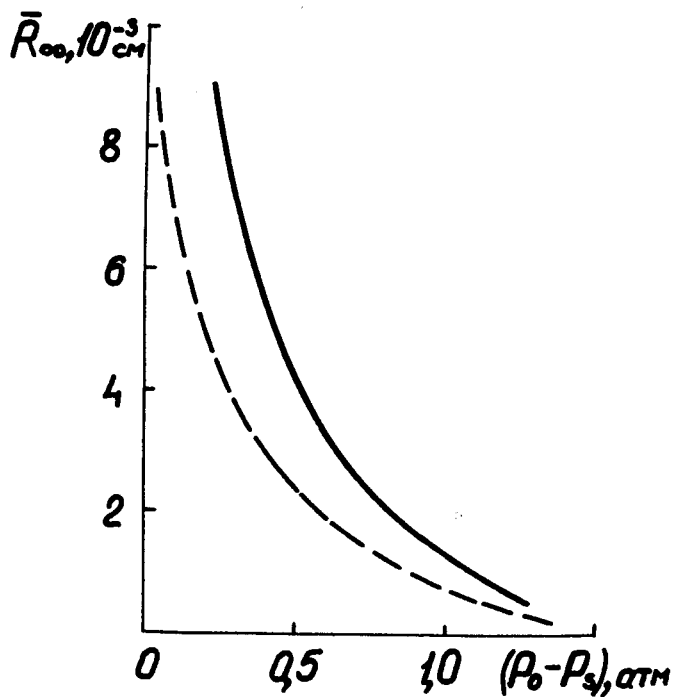
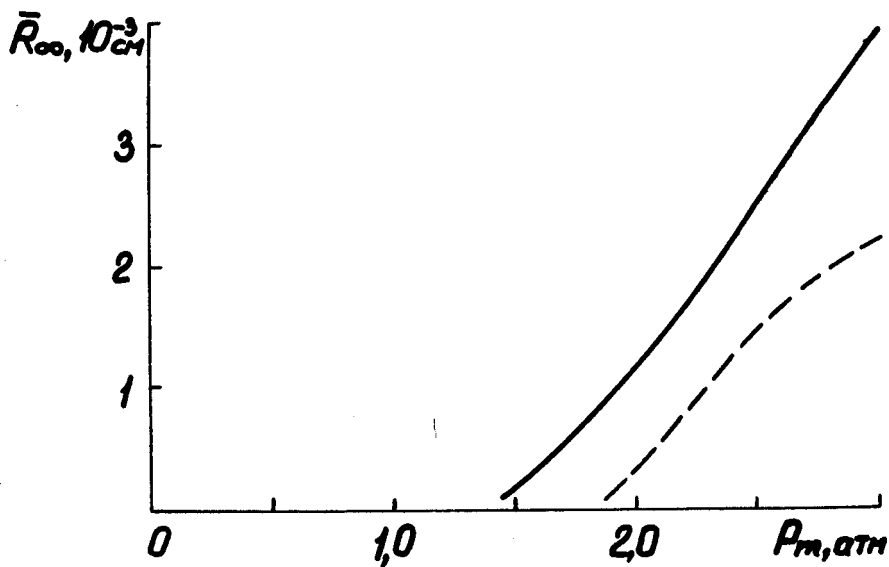


Рис. 3. Величина асимптотического радиуса  $\bar{R}_{\infty}$  как функция  $(P_0 - P_n)$ .  
 $T_{\infty} = 28^{\circ}$  К,  $P_m = 3,0$  атм,  $f = 40,0$  кгц.  
 Сплошная кривая - численные решения, штриховая - приближенные решения.



ис. 4. Величина асимптотического радиуса  $\bar{R}_\infty$  как функция  $P_m$ .  
 $T = 26^\circ \text{ K}$ ,  $P_0 - P_s = 0,5 \text{ атм}$ .  
 Сплошная кривая - численные решения, штриховая - приближенные решения.

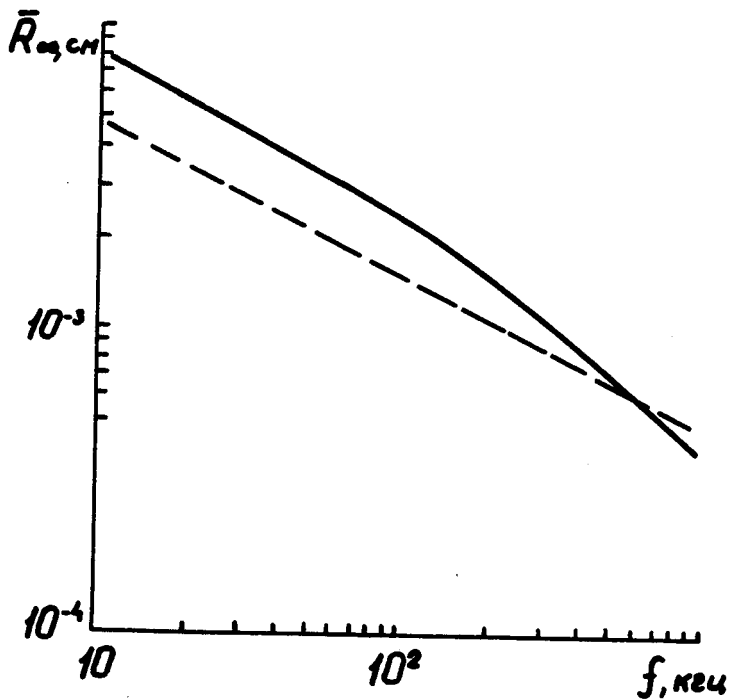


Рис. 5. Зависимость асимптотического радиуса  $\bar{R}_\infty$  от частоты ультразвукового поля.  
 $T_\infty = 28^\circ \text{K}$ ,  $P_0 - P_S = 0,5 \text{ атм}$ ,  $P_m = 3,0 \text{ атм}$ .  
 Сплошная кривая - численные решения, штриховая - приближенные решения.