СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
Дубна

Р13 - 5291

Ю.Ф. Ломакин, Р.В. Чвартацкий

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

ИССЛЕДОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ СТЕКЛА В БОЛЬШОЙ ПУЗЫРЬКОВОЙ КАМЕРЕ

1970

P13 - 5291

Ю.Ф. Ломакин, Р.В. Чвартацкий

ИССЛЕДОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ СТЕКЛА В БОЛЬШОЙ ПУЗЫРЬКОВОЙ КАМЕРЕ

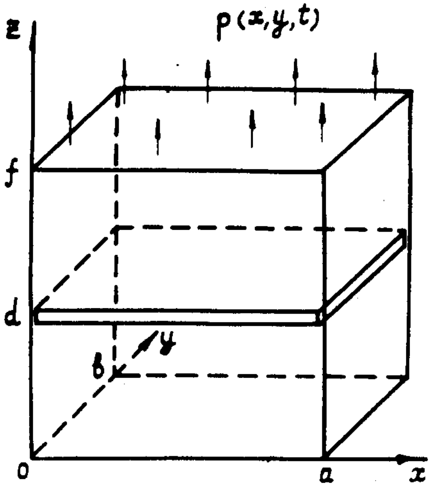
При создании больших пузырьковых камер возникает ряд проблем, решение которых возможно только путем проведения расчётно-теоретических исследований[1]. Так, например, при создании в ОИЯИ 200-литровой пропановой камеры В.П. Джелеповым с сотрудниками был выполнен первый значительный цикл работ[2] по гидродинамике процессов в объеме камеры и системе изменения давления, положенных в основу выбора конструктивных параметров установки в целом. Рассмотрение основано на подходе к пузырьковой камере, как к своего рода резонансной системе.

В настоящей работе проведено общее исследование однородности поля давления в рабочей жидкости большой пузырьковой камеры с "плавающим" стеклом и определены параметры движения стекла, необходимые для расчёта прочности стекла и оценки оптических искажений.

1. Представим схематически пузырьковую камеру в виде сосуда, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда (рис. 1). На грань $z = f$ натянута мембрана. Стекло установлено параллельно мембране и делит сосуд на две несообщающиеся части.

Одна часть (охранный объем), заключенная между гранью $z = 0$ и стеклом ($z = d$), заполняется дистиллированной водой.

Другая часть (рабочий объем), заключенная между стеклом и мембраной, заполняется рабочей жидкостью (пропаном C_3H_8, фреоном F13B1 или их смесью). Стекло, заделанное по контуру в жесткую раму массы M_0, крепится к стенкам сосуда при помощи упругих двусторонних связей, которые допускают его плоско-параллельное перемещение и имеют жесткость $a/2$. Заданный режим изменения давления в рабочей жидкости осуществляется с помощью внешнего воздействия $P(x, y, z, t)$ на мембрану.



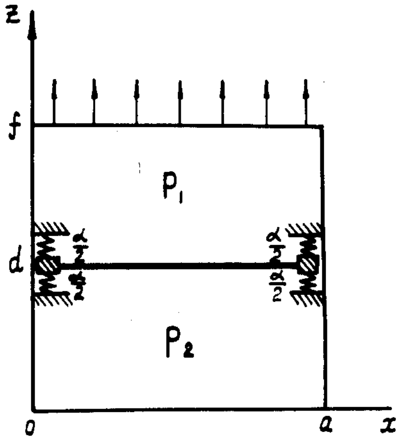


Рис.1

2. В задаче приняты следующие основные допущения. Стенки сосуда считаются абсолютно жесткими; мембрана принимается бесконечно гибкой; жесткость упругих связей и сжимаемость жидких сред считаются постоянными; рассеяние энергии при колебаниях не учитывается; внешнее давление симметрично относительно осей симметрии грани $z = f$. Отклонения рассматриваемой системы от некоторого начального состояния описываются следующими уравнениями:

$$c_1^2 \Delta P_1 - \frac{\partial^2 P_1}{\partial t^2} = 0; \qquad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}; \tag{2.1}$$

$$c_2^2 \Delta P_2 - \frac{\partial^2 P_2}{\partial t^2} = 0; \tag{2.2}$$

$$D \Delta' \Delta' W + \mu \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = (P_2 - P_1)_{z=d}; \quad \Delta' = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}; \tag{2.3}$$

$$M_0 \frac{d^2 W_0}{dt^2} + \alpha W_0 = \int_0^a \int_0^b \left[(P_2 - P_1)_{z=d} - \mu \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} \right] dy\, dx. \tag{2.4}$$

Здесь уравнением (2.1) описывается изменение давления $P_1(x, y, z, t)$ в жидкой среде (плотность ρ_1 и скорость звука c_1), находящейся в промежутке $d \le z \le f$; уравнением (2.2) – изменение давления $P_2(x, y, z, t)$ в жидкой среде (плотность ρ_2 и скорость звука c_2), находящейся в промежутке $0 \le z \le d$; уравнением (2.4) – перемещение рамы $W_0(t)$; уравнением (2.3) – движение стекла

$W(x, y, t)$, имеющего цилиндрическую жесткость $D = \dfrac{E h^3}{12(1-\nu^2)}$ и массу единицы площади μ (где h - толщина стекла, ν - коэффициент Пуассона, E - модуль Юнга).

Уравнения (2.1)-(2.4) решаются при следующих граничных условиях. На боковой поверхности и нижней грани из условия равенства нулю нормальной составляющей скорости перемещения жидкости имеем:

$$\text{при } x = 0;\, a \quad \frac{\partial P_i}{\partial x} = 0; \quad \text{при } y = 0;\, в \quad \frac{\partial P_i}{\partial y} = 0; \tag{2.5}$$

$$\text{при } z = 0 \quad \frac{\partial P_2}{\partial z} = 0.$$

На верхней грани

$$\text{при } z = f \quad P_1 = P(x, y, t). \tag{2.6}$$

Кроме того из условия непрерывного контакта жидкой среды с поверхностью стекла можно записать[3]:

$$\text{при } z = d \quad \frac{\partial P_i}{\partial z} = -\rho_i \frac{\partial^2 W}{\partial t^2}. \tag{2.7}$$

Здесь и в (2.5) $i = 1; 2$.

Граничные условия для опертой пластины:

$$\text{при } x = 0;\, a \quad W = W_0; \quad \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}\right) = 0; \tag{2.8}$$

$$\text{при } y = 0;\, b \quad W = W_0; \quad \left(\nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}\right) = 0.$$

3. Для решения системы уравнений (2.1)-(2.4) проведем преобразование Лапласа в уравнениях и граничных условиях[4]. Тогда

$$\Delta p_1 - \frac{r^2}{c_1^2} p_1 = 0, \tag{3.1}$$

$$\Delta p_2 - \frac{r^2}{c_2^2} p_2 = 0, \tag{3.2}$$

$$D\Delta'\Delta' w + \mu r^2 w = (p_2 - p_1)_{z=d}, \tag{3.3}$$

$$M_0 r^2 w_0 + \alpha w_0 = \int_0^a \int_0^b [(p_2 - p_1)_{z=d} - \mu r^2 w] \, dy \, dx, \tag{3.4}$$

где r – переменная преобразования Лапласа; p_1, p_2, w, w_0 здесь и дальше обозначают изображения функций. Все граничные условия сохраняют свой вид, кроме (2.7), которое запишется так:

при $z = d$ $\quad \dfrac{\partial p_i}{\partial z} = -\rho_i r^2 w \qquad i = 1;\ 2.$ $\quad$ (3.5)

Согласно принятому допущению о функции $P(x, y, t)$ в жидких слоях, параллельных плоскости oxy, в стекле возбуждаются только симметричные формы колебаний. Поэтому ищем решение уравнения (3.1) в виде разложения по собственным формам колебаний давления жидкости

$$p_1 = \sum_{m,n=0}^{\infty} F_{(mn)_1}(z) \cos\gamma_m x \text{ xos } \lambda_n y. \tag{3.6}$$

Здесь

$$\gamma_m = \frac{\pi m}{a}; \quad \lambda_n = \frac{\pi n}{b}; \quad m, n = 0, 2, 4, \ldots$$

При этом удовлетворяются граничные условия (2.5).

Подставляя (3.6) в (3.1), получаем

$$\frac{d^2 F_{(mn)_1}}{dz^2} - \eta_{mn}^2 F_{(mn)_1} = 0. \tag{3.7}$$

Здесь

$$\eta^2_{mn} = \left(\frac{\pi m}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi n}{b}\right)^2 + \left(\frac{r}{c_1}\right)^2 .$$

Уравнение (3.7) имеет решение:

$$F_{(mn)_1}(z) = M_{mn}\, \mathrm{sh}\, \eta_{mn} (f - z) + N_{mn}\, \mathrm{ch}\, \eta_{mn} (f - z) . \tag{3.8}$$

Решение уравнения (3.2) есть:

$$p_2 = \sum_{m,n=0}^{\infty} F_{(mn)_2}(z) \cos \gamma_m x \cos \lambda_n y . \quad m,n = 0,2,4,\ldots \tag{3.9}$$

При этом удовлетворяются граничные условия (2.5). Подставляя (3.9) в (3.2), получаем

$$\frac{d F_{(mn)_2}}{d z^2} - \kappa^2_{mn} F_{(mn)_2} = 0 . \tag{3.10}$$

Здесь

$$\kappa^2_{mn} = \left(\frac{\pi m}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi n}{b}\right)^2 + \left(\frac{r}{c_2}\right)^2 .$$

Решение уравнения (3.10), удовлетворяющее однородному граничному условию по z, имеет вид

$$F_{(mn)_2}(z) = Q_{mn}\, \mathrm{ch}\, \kappa_{mn} z . \tag{3.11}$$

Функцию w, удовлетворяющую уравнению (3.3) и граничным условиям (2.8), ищем в виде суммы двух слагаемых. Одно слагаемое представляет собой функцию w_0, описывающую движение контура стекла; другое – функцию, описывающую перемещение стекла относительно рамы.

$$w = w_0 + \sum_{q,\ell=1}^{\infty} A_{q\ell} \sin\gamma_q x \sin\lambda_\ell y \;. \quad q,\ell = 1,3,5,\dots \tag{3.12}$$

Подставляя (3.6), (3.9) и (3.12) в (3.4), получаем

$$w_0 = \frac{a b}{\alpha + r^2 (M_0 + \mu a b)} \left[F_{(00)_2}(d) - F_{(00)_1}(d) \right] - \frac{4\mu r^2}{\pi^2} \sum_{q,\ell=1}^{\infty} \frac{A_{q\ell}}{q\,\ell} \,. \tag{3.13}$$

Разложим $p(x, y)$ в двойной ряд Фурье

$$p(x, y) = \sum_{m,n=0}^{\infty} B_{mn} \cos\gamma_m x \cos\lambda_n y \,, \quad m, n = 0,2,4,\dots \tag{3.14}$$

где

$$B_{mn} = \frac{\int_0^a \int_0^b p(x,y) \cos\gamma_m x \cos\lambda_n \, dy\, dx}{\int_0^a \int_0^b \cos^2\gamma_m x \cos^2\lambda_n y \, dy\, dx} \,. \tag{3.15}$$

Тогда из условия (2.6) получаем

$$N_{mn} = B_{mn} \,. \tag{3.16}$$

Из граничных условий (2.7) имеем при $z = d$

$$\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial z} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial z} \,.$$

Отсюда

$$M_{mn}\,\mathrm{ch}\,\eta_{mn}(f-d)+N_{mn}\,\mathrm{sh}\,\eta_{mn}(f-d)+Q_{mn}\frac{\rho_1\,\kappa_{mn}}{\rho_2\,\eta_{mn}}\,\mathrm{sh}\,\kappa_{mn}\,d=0 \qquad (3.17)$$

Подставляя (3.6), (3.9) и (3.12) в (3.3), получаем

$$\sum_{q,\ell=1}^{\infty} A_{q\ell}\,D_{q\ell}\,\sin\gamma_q x\,\sin\lambda_\ell y+\mu\,r^2\,w_0=$$

$$=\sum_{m,n=0}^{\infty}\left[F_{(mn)_2}(d)-F_{(mn)_1}(d)\right]\cos\gamma_m x\cos\lambda_n y\,. \qquad (3.18)$$

Здесь

$$q,\ell=1,3,5,\ldots;\quad m,n=0,2,4,\ldots;\quad D_{q\ell}=D(\gamma_q^2+\gamma_\ell^2)^2+\mu\,r^2\,.$$

Умножая (3.18) на $\sin\gamma_q x\sin\lambda_\ell y$ и интегрируя по площади стекла, получаем

$$\frac{\pi^2}{16}A_{q\ell}\,D_{q\ell}+\frac{\mu\,r^2}{q\ell}\,w_0=\sum_{m,n=0}^{\infty}\left[F_{(mn)_2}(d)-F_{(mn)_1}(d)\right]\frac{q\ell}{(q^2-m^2)(\ell^2-n^2)} \qquad (3.19)$$

Из условия (3.5) имеем

$$\sum_{m,n=0}^{\infty} Q_{mn}\kappa_{mn}\,\mathrm{sh}\,\kappa_{mn}\,d\,\cos\gamma_m x\,\cos\lambda_n y=$$

$$= -\rho_2 r^2 w_0 - \rho_2 r^2 \sum_{q,\ell=1}^{\infty} A_{q\ell} \sin\gamma_q x \sin\lambda_\ell y \,. \tag{3.20}$$

Здесь $q,\ell = 1,3,5,\ldots$; $m,n = 0,2,4,\ldots$.

Умножая (3.20) на $\cos\gamma_m x \cos\lambda_n y$ и интегрируя по поперечному сечению объема, получаем

$$Q_{00}\,\kappa_{00}\,\mathrm{sh}\,\kappa_{00} d = -\rho_2 r^2 w_0 - \frac{4\rho_2 r^2}{\pi^2} \sum_{q,\ell=1}^{\infty} \frac{A_{q\ell}}{q\ell} \,,$$

$$\tag{3.21}$$

$$Q_{mn}\,\kappa_{mn}\,\mathrm{sh}\,\kappa_{mn} d = -\frac{16\rho_2 r^2}{\pi^2} \sum_{q,\ell=1}^{\infty} A_{q\ell} \frac{q\ell}{(q^2-m^2)(\ell^2-n^2)} \,.$$

Здесь $q,\ell = 1,3,5,\ldots$; $m,n = 2,4,6,\ldots$.

Условия (3.13), (3.16), (3.17), (3.19) и (3.21) представляют собой бесконечную систему алгебраических уравнений с бесчисленным множеством неизвестных $A_{q\ell}(r)$, $M_{mn}(r)$, $N_{mn}(r)$, $Q_{mn}(r)$ и $w_0(r)$. Как известно, приближенное решение такой системы может быть найдено методом редукции, т.е. с помощью перехода к решению конечной системы, получающейся из данной бесконечной отбрасыванием всех уравнений и неизвестных, начиная с некоторого /5/.

4. Рассмотрим важный для практических приложений случай, когда внешнее воздействие имеет форму полуволны синусоиды, аналитическое выражение которой имеет вид

$$P(x,y,t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ -P \sin\omega t & 0 < t < \dfrac{\pi}{\omega} \\ 0 & t > \dfrac{\pi}{\omega} \end{cases} \tag{4.1}$$

Здесь $\omega = \frac{2\pi}{T}$; T - период колебания внешнего воздействия. Изображение функции Лапласа $P(x, y, t)$ имеет вид

$$p(x,y) = -\frac{P_0\,\omega}{r^2 + \omega^2}\left(e^{-r\frac{\pi}{\omega}} + 1\right). \tag{4.2}$$

Разложение $p(x, y)$ в ряд по косинусам дает следующие значения коэффициентов:

$$B_{00} = -\frac{P_0\,\omega}{r^2 + \omega^2}\left(e^{-r\frac{\pi}{\omega}} + 1\right); \quad B_{mn} = 0. \tag{4.3}$$

Ограничиваясь определением первой формы колебаний пластины, получаем из (3.13), (3.16), (3.17), (3.19), (3.21) следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} N_{00} = B_{00}(r) \\[2mm] M_{00}\,\mathrm{ch}\,\dfrac{r(f-d)}{c_1} + N_{00}\,\mathrm{sh}\,\dfrac{r(f-d)}{c_1} + Q_{00}\,\dfrac{\rho_1\,c_1}{\rho_2\,c_2}\,\mathrm{sh}\,\dfrac{rd}{c_2} = 0 \\[2mm] A_{11}\dfrac{\pi^2}{16}\left[D(\gamma_1^2 + \lambda_1^2)^2 + \mu\,r^2\right] + M_{00}\,\mathrm{sh}\,\dfrac{r(f-d)}{c_1} + N_{00}\,\mathrm{ch}\,\dfrac{r(f-d)}{c_1} - \\ \qquad\qquad - Q_{00}\,\mathrm{ch}\,\dfrac{rd}{c_2} + w_0\,\mu\,r^2 = 0 \\[2mm] A_{11}\dfrac{4\rho_2\,r^2}{\pi^2} + Q_{00}\,\dfrac{r}{c_2}\,\mathrm{sh}\,\dfrac{rd}{c_2} + w_0\,\rho_2\,r^2 = 0 \\[2mm] A_{11}\dfrac{4\mu\,r^2}{\pi^2} + M_{00}\,\mathrm{sh}\,\dfrac{r(f-d)}{c_1} + N_{00}\,\mathrm{ch}\,\dfrac{r(f-d)}{c_1} - Q_{00}\,\mathrm{ch}\,\dfrac{rd}{c_2} + \\ \qquad\qquad + w_0\,\dfrac{\alpha + r^2(M_0 + \mu\,ab)}{ab} = 0. \end{cases} \tag{4.4}$$

Изображения искомых функций можно записать в виде:

$$p_1 = -B_{00}(r)\frac{\Delta_M(r)}{\Delta(r)}\,sh\frac{r(f-z)}{c_1} + B_{00}(r)\,ch\frac{r(f-z)}{c_1}, \tag{4.5}$$

$$p_2 \mp - B_{00}(r)\frac{\Delta_Q(r)}{\Delta(r)}\,ch\frac{rz}{c_2}, \tag{4.6}$$

$$w_0 = B_{00}(r)\frac{\Delta_{w_0}(r)}{\Delta(r)}, \tag{4.7}$$

$$w = w_0(r) + B_{00}(r)\frac{\Delta_A(r)}{\Delta(r)}\sin\frac{\pi x}{a}\sin\frac{\pi y}{b}. \tag{4.8}$$

Здесь $\Delta(r)$ - определитель системы (4.4); $\Delta_A(r)$, $\Delta_M(r)$, $\Delta_Q(r)$ и $\Delta_{w_0}(r)$ - миноры определителей соответствующих неизвестных, взятые по первой строке. Переходя к оригиналу, получаем

$$P_1(z,t) = \begin{cases} -\dfrac{P_0\Delta_M(\omega)}{\Delta(\omega)}\sin\dfrac{\omega}{c_1}(f-z)\sin\omega t - \dfrac{2P_0\omega}{\theta_1^2-\omega^2}\,\dfrac{\Delta_M(\theta_1)}{\Delta'(\theta_1)}\sin\dfrac{\theta_1}{c_1}(f-z)\sin\theta_1 t - \\ \qquad -P_0\cos\dfrac{\omega}{c_1}(f-z)\sin\omega t\ ; \quad 0<t<\dfrac{\pi}{\omega} \\ -\dfrac{4P_0\omega}{\theta_1^2-\omega^2}\,\dfrac{\Delta_M(\theta_1)}{\Delta'(\theta_1)}\cos\dfrac{\theta_1\pi}{2\omega}\sin\dfrac{\theta_1}{c_1}(f-z)\sin\theta_1\left(t-\dfrac{\pi}{2\omega}\right); \\ \qquad t>\dfrac{\pi}{\omega} \end{cases} \tag{4.9}$$

$$
P_2(z,t)=\begin{cases}
\dfrac{P_0\,\Delta_Q(\omega)}{\Delta(\omega)}\,\mathrm{ch}\,\dfrac{\omega z}{c_2}\,\sin\omega t+\dfrac{2P\;\omega}{\theta_1^2-\omega^2}\,\dfrac{\Delta_Q(\theta_1)}{\Delta'(\theta_1)}\,\mathrm{ch}\,\dfrac{\theta_1 z}{c_2}\,\sin\theta_1 t & 0<t<\dfrac{\pi}{\omega}\\[2ex]
\dfrac{4P_0\,\omega}{\theta_1^2-\omega^2}\,\dfrac{\Delta_Q(\theta_1)}{\Delta'(\theta_1)}\,\cos\dfrac{\theta_1 z}{c_2}\,\cos\dfrac{\pi\,\theta_1}{2\,\omega}\,\sin\theta_1\left(t-\dfrac{\pi}{2\,\omega}\right) & t>\dfrac{\pi}{\omega}
\end{cases}
\tag{4.10}
$$

$$
W_0(t)=\begin{cases}
-\dfrac{P_0\,\Delta_{w_0}(\omega)}{\Delta(\omega)}\,\sin\omega t-\dfrac{2P_0\,\omega}{\theta_1^2-\omega^2}\,\dfrac{\Delta_{w_0}(\theta_1)}{\Delta'(\theta_1)}\,\sin\theta_1 t & 0<t<\dfrac{\pi}{\omega}\\[2ex]
-\dfrac{4P_0\,\omega}{\theta_1^2-\omega^2}\,\dfrac{\Delta_{w_0}(\theta_1)}{\Delta'(\theta_1)}\,\cos\dfrac{\theta_1\pi}{2\,\omega}\,\sin\theta_1\left(t-\dfrac{\pi}{2\,\omega}\right) & t>\dfrac{\pi}{\omega}
\end{cases}
\tag{4.11}
$$

$$
W(x,y,t)=\begin{cases}
W_0(t)-\dfrac{P_0\,\Delta_A(\omega)}{\Delta(\omega)}\,\sin\dfrac{\pi x}{a}\,\sin\dfrac{\pi y}{b}\,\sin\omega t-\dfrac{2P_0\,\omega}{\theta_1^2-\omega^2}\times\\
\qquad\times\dfrac{\Delta_A(\theta_1)}{\Delta'(\theta_1)}\,\sin\dfrac{\pi x}{a}\,\sin\dfrac{\pi y}{b}\,\sin\theta_1 t & 0<t<\dfrac{\pi}{\omega}\\[2ex]
W_0(t)-\dfrac{4P_0\,\omega}{\theta_1^2-\omega^2}\,\dfrac{\Delta_A(\theta_1)}{\Delta'(\theta_1)}\,\sin\dfrac{\pi x}{a}\,\sin\dfrac{\pi y}{b}\,\cos\dfrac{\theta_1\pi}{2\,\omega}\,\sin\theta_1\left(t-\dfrac{\pi}{2\,\omega}\right) & t>\dfrac{\pi}{\omega}
\end{cases}
\tag{4.12}
$$

Здесь

$$\Delta_M(\omega) = \frac{1}{i} \Delta_M(r)\big|_{r=i\omega} \quad ; \quad \Delta_M(\theta_1) = \frac{1}{i} \Delta_M(r)\big|_{r=i\theta_1} \quad ;$$

$$\Delta'(\theta_1) = i \frac{d\Delta(r)}{dr}\Big|_{r=i\theta_1} \quad ; \quad \Delta_Q(\omega) = \Delta_Q(r)\big|_{r=i\omega} \quad ;$$

$$\Delta_Q(\theta_1) = \Delta_Q(r)\big|_{r=i\theta_1} \quad ; \quad \Delta_{w_0}(\omega) = \Delta_{w_0}(r)\big|_{r=i\omega} \quad ;$$

$$\Delta_{w_0}(\theta_1) = \Delta_{w_0}(r)\big|_{r=i\theta_1} \quad ; \quad \Delta_A(\omega) = \Delta_A(r)\big|_{r=i\omega} \quad ;$$

$$\Delta_A(\theta_1) = \Delta_A(r)\big|_{r=i\theta_1} \quad ; \quad \Delta(\omega) = \Delta(r)\big|_{r=i\omega} \quad .$$

$i\theta_1$ - первый корень частотного уравнения $\Delta(r) = 0$.

5. Практическим применением результатов решения поставленной задачи является выяснение влияния габаритов конструкции, массы рамы и свойств жидкой среды на однородность поля давления в рабочей жидкости и на амплитуду первой формы колебаний стекла с целью выбора оптимальных размеров камеры и определения напряженно-деформированного состояния стекла.

По формулам, полученным в п.4, на ЭВМ был выполнен расчёт для следующих размеров камеры:

Вариант 1	a =400 см;	b =150 см;	d =100 см;	f =200 см;
Вариант 2	a =400 см;	b =150 см;	d =250 см;	f =350 см;
Вариант 3	a =600 см;	b =150 см;	d =150 см;	f =250 см;
Вариант 4	a =600 см;	b =150 см;	d =375 см;	f =475 см.

Расчёт проведен для всех четырех вариантов в двух предположениях о заполнении рабочего объема камеры:

а) рабочий объем заполнен смесью пропана с фреоном ($\rho_1 = 0{,}51\cdot10^{-6}$ кгсек^2/см^4, $c_1 = 0{,}4\cdot10$ см/сек);

б) рабочий объем заполнен чистым фреоном ($\rho_1 = 1{,}53\cdot10^{-6}$ кгсек^2/см^4, $c_1 = 0{,}7\cdot10^5$ см/сек).

Охранный объем заполнен дистиллированной водой ($\rho_2 = 1{,}02\cdot10^{-6}$ кгсек^2/см^4, $c_2 = 1{,}45\cdot10^5$ см/сек).

В расчёте было принято: начальное давление в камере 30 атм; перепад давления P_0 =22 атм; пластина предполагалась изготовленной из стекла марки К8 толщиной 10 см ($\mu = 25{,}7\cdot10^{-6}$ кгсек^2/см^3, E =8230кг/мм^2); жесткость упругих связей $\alpha = 22\cdot10^3$ кг/см; T =0,2 сек.

На рис. 2 изображена функция $P_1(t)$ при $z = d$ и $\frac{M_0}{\mu a b} = 1$. Приведенный график соответствует расчёту по 4 варианту габаритных размеров при заполнении рабочего объема фреоном.

С целью обсуждения результатов расчёта однородности поля давления в рабочей жидкости представим решение (4.9) в виде

$$P_1(t) = \begin{cases} S(z)\sin\omega t + R(\theta_1, z)\sin\theta_1 t; & 0 < t < \dfrac{\pi}{\omega} \\[3em] \delta R(\theta_1, z)\sin\theta_1\left(t - \dfrac{\pi}{2\omega}\right); & t > \dfrac{\pi}{\omega} \end{cases} \qquad (4.13)$$

где

$$S(z) = -\left[\frac{P_0 \Delta_M(\omega)}{\Delta(\omega)} \sin \frac{\omega}{c_1}(f-z) + P_0 \cos \frac{\omega}{c_1}(f-z) \right],$$

$$R(\theta_1, z) = -\frac{2 P_0 \omega}{\theta_1^2 - \omega^2} \frac{\Delta_M(\theta_1)}{\Delta'(\theta_1)} \sin \frac{\theta_1 (f-z)}{c_1},$$

$$\delta = 2 \cos \theta_1 \frac{\pi}{2\omega}.$$

Очевидно, что $0 \leqq \delta \leqq 2$.

Из (4.13) видно, что на изменение давления в рабочем объеме с частотой внешнего воздействия ω накладываются высокочастотные осцилляции давления с частотой θ_1 (рис. 2).

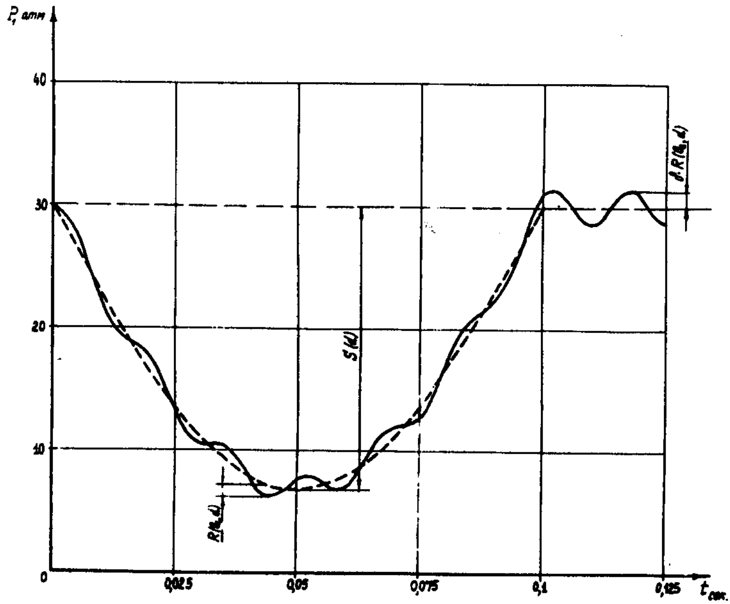


Рис.2

Полученную функцию $S(z)$ с достаточной степенью точности можно аппроксимировать линейной зависимостью

$$S(z) = \frac{P_0 (k-1)}{f-d} (z-f) - P_0 , \tag{4.14}$$

где $k = 1{,}074$ (при заполнении рабочего объема смесью пропан-фреон); $k = 1{,}051$ (при заполнении рабочего объема фреоном). При этом во всех случаях ошибка аппроксимации не превышает 0,2%. При заполнении рабочей камеры смесью пропана с фреоном $S(f) = 22$ атм; $S(d) = 23{,}6$ атм. Для фреона $S(f) = 22$ атм; $S(d) = 23{,}15$ атм.

Амплитуда высокочастотных осцилляций $R(\theta_1, z)$ существенно зависит от размеров камеры и соотношения $M_0 / \mu a b$.

На рис. 3 и 4 представлены зависимости $R(\theta_1, d)$ рассматриваемых вариантов размеров камеры от $M_0 / \mu ab$ для смеси и фреона соответственно. Цифрами 1, 2, 3, 4 здесь и на рис. 6 и 7 обозначены варианты размеров камеры. Для варианта 1 при $M_0 / \mu ab = 1$ амплитуда $R(\theta_1, d)$ равна 0,1 атм при заполнении камеры смесью и 0,45 атм при заполнении камеры фреоном.

На рис. 5 изображено перемещение центра стекла W' относительно плоскости рамы. Приведенный график соответствует расчёту по первому варианту размеров и $M_0 / \mu ab = 1$ при заполнении камеры дистиллированной водой и смесью. Как видно из графика рис. 2, стекло совершает колебания относительно некоторого прогиба, соответствующего внешнему воздействию, с частотой θ_1 .

Величина наибольшего прогиба W' равна 0,0041 см, что не опасно для прочности стекла.

На рис. 6 и 7 представлены графики зависимости W'_{max} от соотношения $M_0 / \mu ab$ для смеси и фреона соответственно. Полученные результаты показывают существенное влияние соотношения $M_0 / \mu ab$, габаритов и упругих свойств жидкой среды на относительный прогиб стекла W'_{max} и позволяют установить требования к конструкции камеры с точки зрения прочности стекла.

В заключение следует отметить, что изложенное решение задачи в

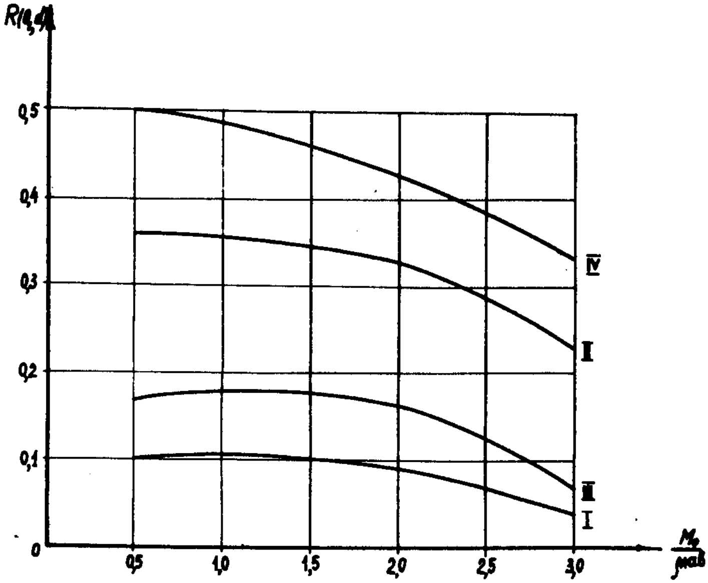

R(q,d)
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
0,5
1,0
1,5
2,0
2,5
3,0
IV
II
III
I

Рис.3

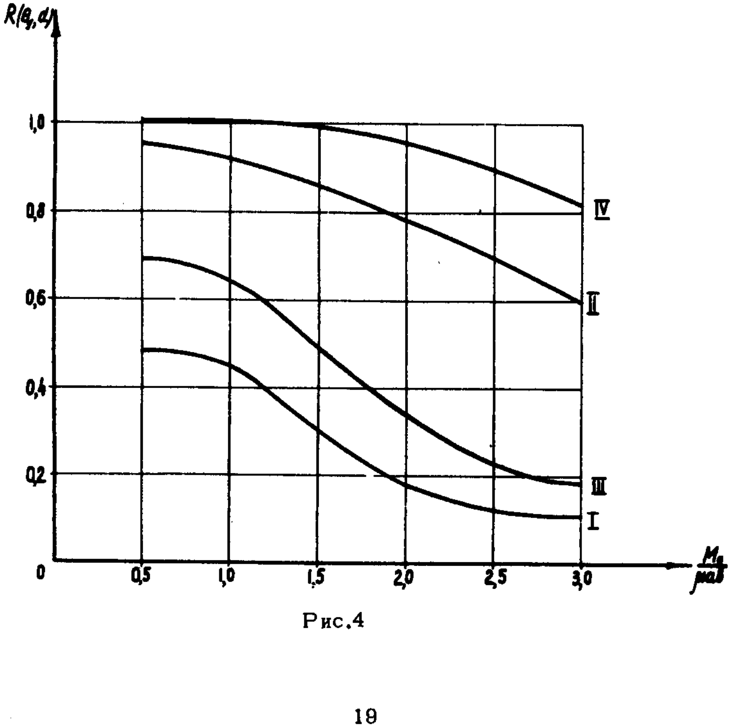
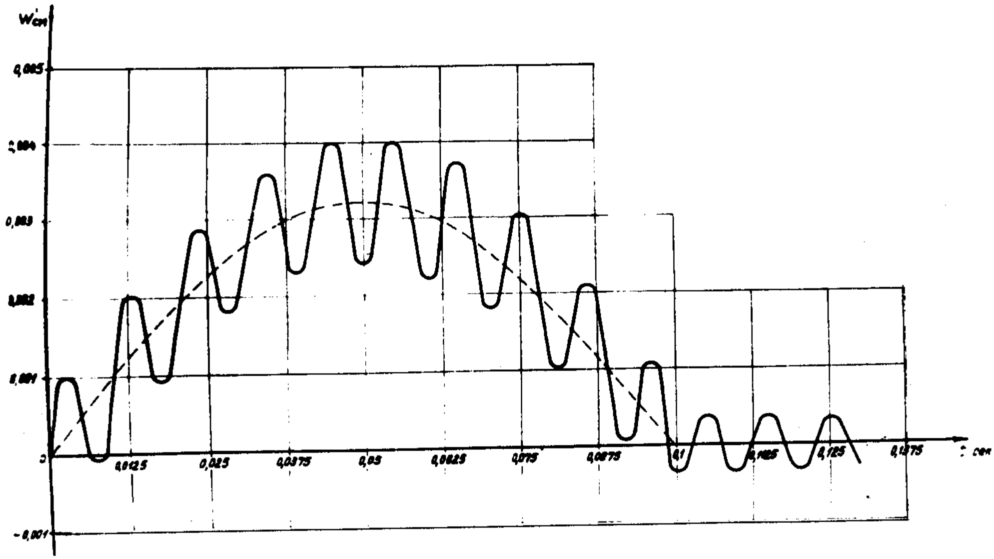
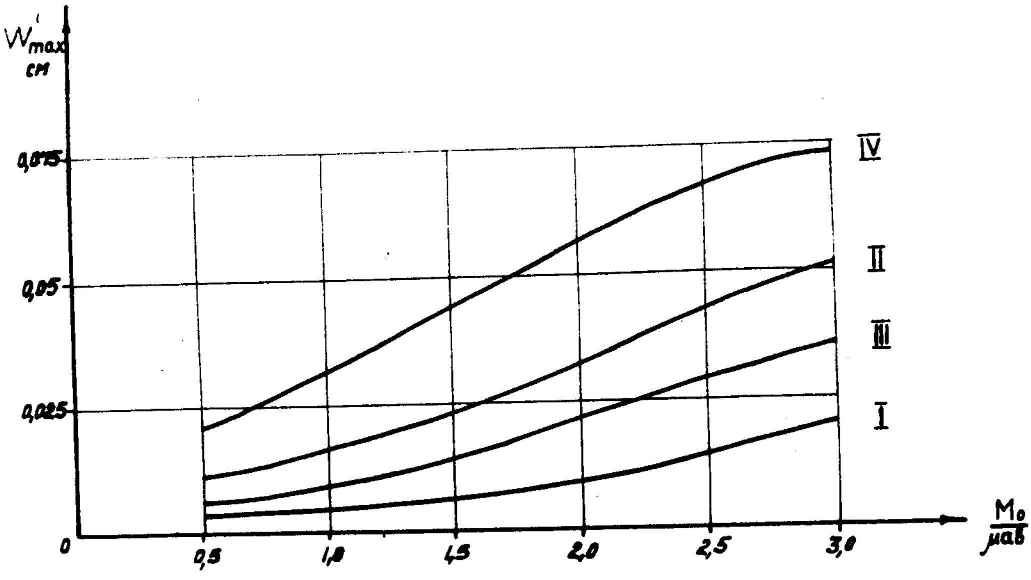

R(q,d)
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
0,5
1,0
1,5
2,0
2,5
3,0
IV
II
III
I

Рис.4



W'см
0,005
0,004
0,003
0,002
0,001
0
-0,001
0,0125
0,025
0,0375
0,05
0,0625
0,075
0,0875
0,1
0,1125
0,125
0,1375
t сек

Рис.5



W'max см
0,075
0,05
0,025
0
0,5
1,0
1,5
2,0
2,5
3,0
M0 / mab
IV
II
III
I

Рис.6

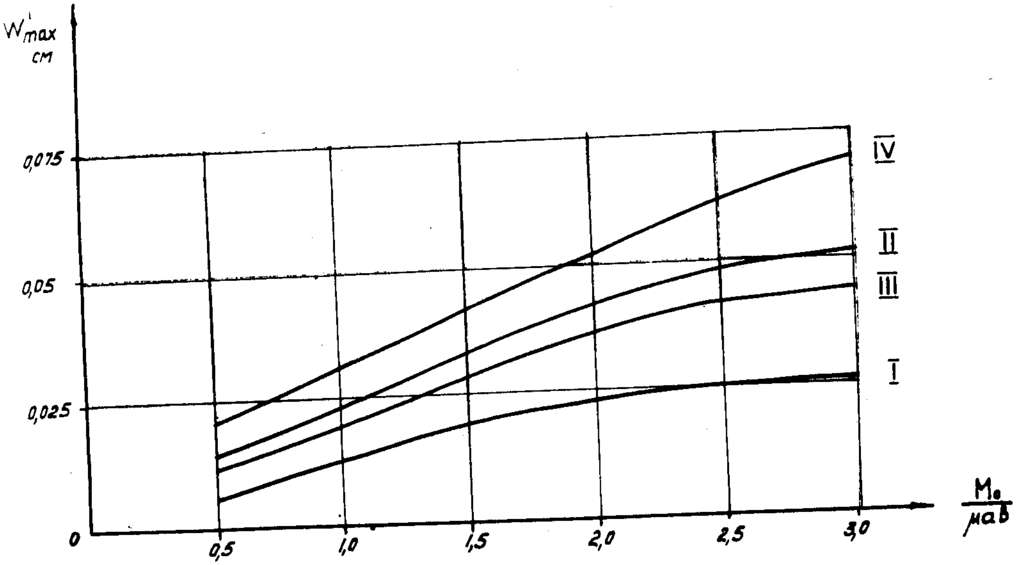


Рис.7

первом приближении достаточно хорошо отражает картину динамических процессов в пузырьковых камерах больших размеров. Учёт большего числа членов рядов дает несущественное уточнение численных результатов при значительном увеличении объема вычислительных работ.

Авторы благодарят В.А. Пальмова за ценные советы и помощь, оказанную при выполнении настоящей работы.

Литература

1. M.S. Dykes, G. Bachy. Vibration of Bubble Chamber Liquid during Expansion. International Colloq. on Bubble Chamber, CERN 67-26, Vol. 2, pp. 349-369 (1967).
2. Ю.А. Будагов, В.П. Джелепов и др. ПТЭ, №2, 46 (1964); ПТЭ №4, 56 (1964); ПТЭ, №5, 55 (1964); ПТЭ, №4, 42 (1965).
3. В.А. Пупырев. О соотношении вибрационных и акустических воздействий на упругую пластину. МТТ, №1 (1968).
4. Х. Карлсроу, Д. Егер. Операционные методы в прикладной математике. ИЛ, Л., 1948.
5. Л.В. Канторович, В.И. Крылов. Приближенные методы высшего анализа. Физматгиз, М., 1962.

Рукопись поступила в издательский отдел
28 июля 1970 года.