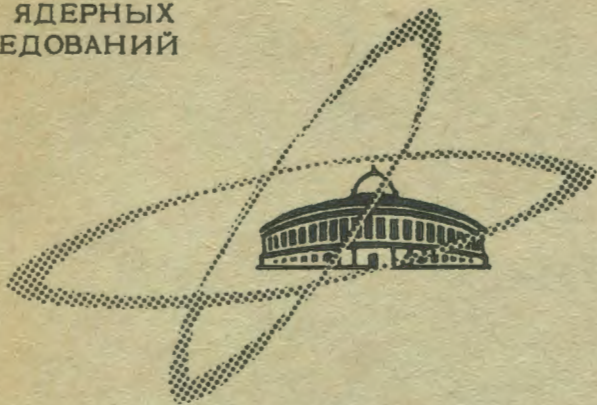


C-302

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P13 - 3812



Б.Ю.Семенов, В.А.Антюхов

РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТИ СПЕКТРОМЕТРА,  
СВЯЗАННОЙ С ФЛЮКТУАЦИЕЙ ФРОНТА  
ВХОДНОГО СИГНАЛА

Представлено на международный симпозиум  
по ядерной электронике. Версаль. 1968 г.

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

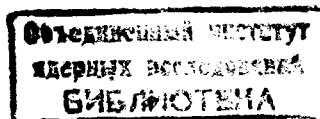
1968

**P13 - 3812**

**Б.Ю.Семенов, В.А.Антюхов**

**РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТИ СПЕКТРОМЕТРА,  
СВЯЗАННОЙ С ФЛЮКТУАЦИЕЙ ФРОНТА  
ВХОДНОГО СИГНАЛА**

Представлено на международный симпозиум  
по ядерной электронике. Версаль. 1968 г.



## 1. Введение

Возросшие требования к точности измерений, повышению загрузочной способности, быстрой реакции спектрометра требуют тщательного анализа различного рода погрешностей, в том числе и погрешности, образующейся при конечном времени нарастания входного сигнала ( $\tau$ ) и при наличии его флуктуации ( $\Delta \tau$ ). Однако вопросы анализа погрешности, связанной с длительностью фронта и спада входного сигнала, детально в технической литературе не разработаны.

В данной работе (раздел III) для спектрометрического тракта с полупроводниковым детектором, зарядочувствительным предусилителем и усилителем с RC-фильтрами (простыми и с коррекцией) произведен анализ погрешности, связанной с длительностью входного сигнала. Проведенное рассмотрение базируется на разделе II работы, где с помощью преобразования Лапласа <sup>/1/</sup> получены необходимые выражения для входных и выходных сигналов, отдельных элементов тракта и систем в целом. Здесь же рассмотрена допустимость некоторых пренебрежений с учетом реальных параметров системы. Решение этого вопроса привело к значительному облегчению анализа и простоте конечных выражений. Этот раздел имеет также самостоятельное значение, т.к. может служить для изучения каких-либо других вопросов или систем с другими комбинациями из RC-фильтров.

## II. Передаточные функции, изображения и временные функции входных и выходных сигналов, допустимые пренебрежения

Энергия, теряемая частицей в полупроводниковом детекторе, пропорциональна образовавшемуся в нем заряду ( $Q$ ), т.е. интегралу от временной функции  $i(t)$

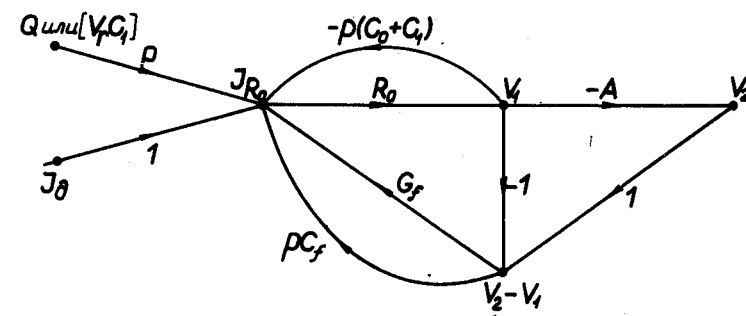
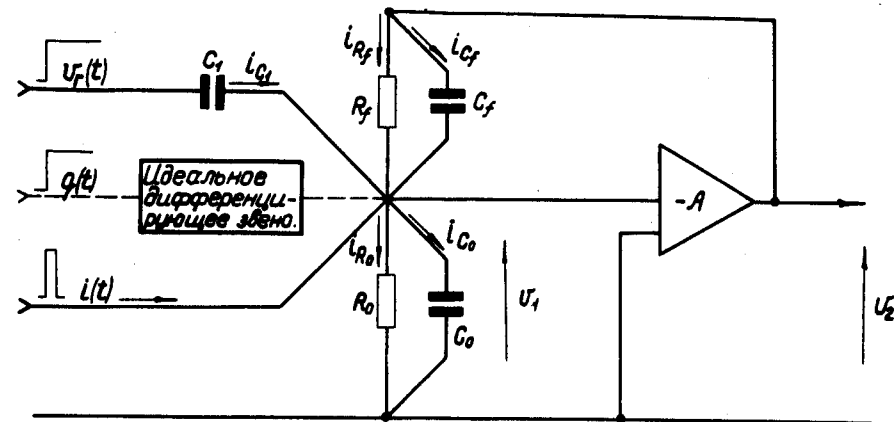
$$E - q = \int_0^{\infty} i(t) dt,$$

а т.к. блок преобразования, стоящий после усилительного тракта, измеряет амплитуду входного сигнала, то это позволяет сделать вывод о необходимости введения операции интегрирования в усилительную систему. По ряду причин <sup>12/</sup> интегрирование выполняют обычно на входе системы, т.е. в предусилителе, который при этом чаще всего выполняется в виде так называемого зарядочувствительного предусилителя <sup>12/</sup>, изображенного на рис.1. Там же изображен граф сигналов этого усилителя.  $R_f$  и  $C_f$  - сопротивление и емкость обратной связи;  $R_0$  и  $C_0$  - сопротивление и емкость на входе предусилителя, обусловленные в основном параметрами детектора;  $A = 1000$  - коэффициент усиления по напряжению, частотной зависимостью которого можно пренебречь.

Заметим, что действующие в графе сигналы следует понимать как изображенные по Лапласу временные функции. Например,

$$V_2 = V_2(p) = L[v_2(t)].$$

На рис.1 в качестве входных сигналов приняты:  $i(t)$  - временная функция тока детектора и  $v_{\Gamma}(t)$  - сигнал генератора эталонных импульсов ГЭИ, а в графе - соответственно  $I(p)$  и  $V_{\Gamma}(p)$ . Однако в ряде случаев для данной системы удобно считать входными сигналами  $Q(p)$  и  $V_{\Gamma}(p)C_1$ , поданные через идеальный дифференцирующий элемент "p" так, как это изображено на рис.1. Задание входных сигналов в виде  $q$  и  $v_{\Gamma}(Q(p))$  и  $V_{\Gamma}(p)$  более естественно, так как в конечном счете нас интересует зависимость выходного сигнала именно от этих величин, непосредственно несущих полезную информацию ( $q$  - об энергии частицы, а  $v_{\Gamma}$  - после прохождения тракта - о коэффициенте передачи системы). И еще; на выходе сигналы  $Q(p)$  и  $V_{\Gamma}(p)C_1$  не различимы, поэтому анализ системы в отношении одного сигнала распространяется на другой. Сказанное не исключает рассмотрения в качестве входного сигнала  $i(t)[I(p)]$ , так как иногда это удобно.



$$\begin{aligned} G_f &= 1/R_f \\ F_{J_0 - V_2} &= -AR_0 \\ L_1 &= -pR_0(C_0 + C_f) \\ L_2 &= -R_0G_f \\ L_3 &= -pR_0C_f \\ L_4 &= -AR_0G_f \\ L_5 &= -pAR_0C_f \\ \Delta &= 1 + R_0G_f(1+A) + pR_0C_f(1+A) \end{aligned}$$

$$F_{Q \rightarrow V_2} = F_{[V_{\Gamma}C_1] \rightarrow V_2} = -pAR_0$$

Рис.1. Зарядочувствительный предусилитель и его сигнальный граф.

На основании рассмотрения сигнального графа системы для передаточных функций предусилителя  $W_I = \frac{V_2(p)}{I(p)}$ ,  $W_Q = \frac{V_2(p)}{Q(p)}$ ,  $W_{V_r C_1} = \frac{V_2(p)}{V_r(p)C_1}$  и  $W_{V_r} = \frac{V_2(p)}{V_r(p)}$  можно записать следующие точные выражения

$$W_I = - \frac{A}{C_e} \frac{1}{p+a} \quad (1)$$

$$W_Q = - \frac{A}{C_e} \frac{p}{p+a} \quad (2)$$

$$W_{V_r C_1} = - \frac{A}{C_e} \frac{p}{p+a} \quad (3)$$

$$W_{V_r} = - C_1 \frac{A}{C_e} \frac{p}{p+a}, \quad (4)$$

где  $C_e = C_0 + C_1 + C_f(A+1)$ ;  $a = - \frac{R_0^{-1} + R_f^{-1}(A+1)}{C_e}$

или, с учетом того, что обычно  $C_0 \approx 10C_1 \approx 10C_f$ ,  $R_0 \approx R_f$  и  $A > 1000$ , приближенные, но достаточно хорошо (для ряда применений) аппроксимирующие выражения для  $W_I$  в виде

$$W_I = - \frac{1}{C_f} \frac{1}{p+b} \quad (5)$$

$$W_Q = - \frac{1}{C_f} \frac{p}{p+b} \quad (6)$$

$$W_{V_r C_1} = - \frac{1}{C_f} \frac{p}{p+b} \quad (7)$$

$$W_{V_r} = - \frac{C_1}{C_f} \frac{p}{p+b}, \quad (8)$$

где

$$b = 1/R_f C_f.$$

Для решения поставленных задач анализа будем аппроксимировать различными сигналами реально действующие сигналы в системе. В таблице 1 представлены подобные аппроксимации с замечаниями относительно области их применений. Однако окончательно допустимость и целесообразность каждой аппроксимации будет обсуждаться при решении конкретной задачи анализа.

Заметим, что эквивалентность сигналов 1ЭИ и детектора,  $v_r(t)C_1$  и  $q(t)$  при одинаковой их форме, имеет место при выполнении соотношений

$$r_q = r_v = r \quad (9)$$

$$Q = v_0 C_1. \quad (10)$$

Естественно, что при различии в формах можно говорить лишь о приближенном равенстве (эквивалентности) сигналов.

*Графы сигналов, передаточные функции, асимптотические логарифмические амплитудно-частотные характеристики (ЛАЧХ) формирующих RC-цепей (RC-фильтров)*

В таблице 2 представлены используемые при последующем рассмотрении характеристики различных RC-фильтров. Представленные формулы справедливы в условиях отсутствия реакции последующих цепей на предыдущие, т.е. при ( $R_{\text{вых}}$  предыдущего  $\rightarrow 0$ , а ( $R_{\text{входа}}$  последующего  $\rightarrow \infty$ ).

обычно выполняемых в реальных схемах. Передаточные функции фильтров представлены в виде  $K \frac{T_1 p + 1}{T_2 p + 1}$  - удобным для построения ЛАЧХ и в виде  $K \frac{p + a}{p + b}$  - удобным для аналитического рассмотрения.

В графе 6 таблицы 2 для удобства использования материала помещены полученные ранее передаточные функции предусилителя и изображена его ЛАЧХ.

*Передаточные функции систем, изображения и временные функции выходных сигналов при различных воздействиях на входе. Допустимые пренебрежения*

В таблице 3 представлены основные соотношения, характеризующие системы  $[I - [(CR) - (RC)]]$  - система с простыми RC-фильтрами,  $II - [(CR)_k - (RC)]$  - система, имеющая RC-фильтры с коррекцией), при различной аппроксимации входных сигналов.

При выводе формул коэффициенты передачи усилительных каскадов принимались равными 1, а их частотной зависимостью пренебрегалось. Ограничение рассмотрения простейшими системами фильтров обусловлено постановкой задачи. Вместе с тем оно создает базу для анализа более сложных систем, а в ряде случаев полученные далее соотношения с некоторой потерей точности могут быть непосредственно там использованы. Реальные значения величин "m", "a" и "g" ( $m = 1/r$ ;  $a = 1/R_f C_f$ ;  $g = 1/RC$ ) обычно удовлетворяют соотношениям

$$m > (5 + 10) g ; [RC > (5 + 10) r] \quad (11)$$

$$g > 500 a ; [R_f C_f > 500 RC]. \quad (12)$$

При выполнении (11), (12) можно значительно упростить ряд исходных соотношений без существенного снижения точности получаемых в дальней-

Таблица 1

Аппроксимация сигналов детектора  $i(t)$ ,  $q(t)$  и сигнала ГЭИ  $v_f(t) \cdot C_f$

N <sup>o</sup> n/n	Название сигнала	График	Аналитическое выражение	Изображение	Примечание
1	Дельта функция.		$\int i dt = Q = \text{const}$	Q	Наиболее простая, но вместе с тем наиболее грубая аппроксимация. Весьма рационально применение в тех случаях анализа, когда несущественно конечное время действия сигнала ( $i = i(t)$ ).
2	Прямоугольный импульс.		$i = J [0 < t < \tau]$ $i = 0 [t > \tau]$	$J \left[ \frac{1}{p} - \frac{e^{-\tau p}}{p} \right]$	В ряде случаев либо тот, либо другой сигнал хорошо аппроксимирует реальный. Применяется в тех случаях анализа, когда необходимо учесть конечное время действия сигнала.
3	Треугольный импульс.		$i = -\frac{J}{2\tau} t + J [0 < t < 2\tau]$ $i = 0 [t > 2\tau]$	$J \left[ \frac{2\tau}{p} - \frac{1 + e^{-2\tau p}}{p^2} \right]$	
4	Импульс с экспоненциальным спадом.		$i = J e^{-t/\tau}$	$J \frac{1}{p + 1/\tau}$	
5	Дельта функция с периодом T.			$Q \frac{1}{1 - e^{-T p}}$	Позволяет исследовать с хорошей точностью частотную зависимость ряда величин усилительного тракта.
6	Единичная функция.		$q = q [t > 0]$	$q \frac{1}{p}$	Наиболее простая, но вместе с тем наиболее грубая аппроксимация. Весьма рационально применение в тех случаях анализа, когда несущественно конечное время нарастания сигнала $q = q(t)$ .
7	Сигнал с линейным нарастанием фронта.		$q = \frac{q}{\tau} t [0 < t < \tau]$ $q = q [t > 0]$	$q \left[ \frac{1}{p^2} - \frac{e^{-\tau p}}{p^2} \right]$	В ряде случаев либо тот, либо другой сигнал хорошо аппроксимирует реальный. Применяется в тех случаях анализа, когда необходимо учесть конечное время нарастания сигнала.
8	Сигнал с параболическим нарастанием фронта.		$q = -\frac{q}{4\tau^2} t^2 + \frac{q}{\tau} t [0 < t < 2\tau]$ $q = q [t > 0]$	$q \left[ \frac{2\tau}{p^2} - \frac{1 + e^{-2\tau p}}{p^3} \right]$	
9	Сигнал с экспоненциальным фронтом.		$q = q [1 - e^{-t/\tau}]$	$q \left[ \frac{1}{p} - \frac{1}{p + 1/\tau} \right]$	

<sup>\*)</sup> Примечание: Аппроксимация сигнала  $q(t)$  детектора может быть применена для сигнала генератора эмпалльных импульсов (ГЭИ)  $v_f$ , умноженного на величину емкости  $C_f$ , через которую этот сигнал подается на вход предусилителя  $q(t) \cdot v_f(t) \cdot C_f$ .

Таблица 2  
Графы сигналов, передаточные функции и лях формирующих RC-цепей (фильтров) и предусилителя.

N n/n	Название цепи и ее схема	Граф сигналов в изображении функции $V_1 = V_1(p) = L[U_1(t)]$ $V_2 = V_2(p) = L[U_2(t)]$	Передаточная функция $W(p) = \frac{V_2(p)}{V_1(p)} = \frac{L[U_2(t)]}{L[U_1(t)]}$	Асимптотическая логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛЯХ) $A(\omega) = 20 \lg  W  - \varphi(\omega)$
1	Простая дифференцирующая цепь (CR-цепь) 		$W_0 = \frac{RCp}{RCp+1} = \frac{p}{p+1/RC}$	
2	Простая интегрирующая цепь (RC-цепь) 		$W_0 = \frac{1}{RCp+1} = \frac{1/RC}{p+1/RC}$	
3	Дифференцирующая цепь с коррекцией (CRK-цепь) 		$W_{0K} = \frac{R}{R+R_k} \frac{RCp+1}{RCp+1} = \frac{p+1/R_k}{p+1/RC}$ $\text{где } \gamma = \frac{R_k}{R+R_k}$	
4	Интегрирующая цепь с коррекцией (RCk-цепь) 		$W_{0K} = \frac{R_k}{R+R_k} \frac{1}{RCp+1} = \frac{1}{p+1/R_k} \frac{1/RC}{1+R/R_k}$ $\text{где } h = \frac{R_k+R}{R_k}$	
5	Интегрирующая цепь с коррекцией (RCk-цепь) 		$W_{0K} = \lambda \frac{1}{RCp+1} = \frac{1/RC}{p+1/RC}$ $\text{где } \lambda = \frac{R_k}{R+R_k} = \frac{1}{RC_k+1}$	
6	Предусилитель схема и граф сигналов которого изображены на рис. 1		$W_0 = \frac{V_2(p)}{V_1(p)} = -\frac{A}{\alpha C_f} \frac{p}{(1/\alpha)p+1} = -\frac{A}{C_f} \frac{p}{p+\alpha}$ $W_0 \approx -R_f/R_i C_f p = -\frac{1}{C_f} \frac{p}{p+\delta}$ $W_j = \frac{V_j(p)}{V_1(p)} \approx -\frac{1}{C_f} \frac{1}{p+\delta}$	

шем результатов, облегчив тем самым получение простых, удобных для практического применения конечных выражений.

Покажем, что для анализа процессов на интервале от начала выходного импульса до момента прохождения его через максимум ( $0 < t \leq t_m$ ) влияние конечного значения постоянной времени  $R_f C_f$  при условии выполнения (11), (12) мало, и что ею в этом случае можно пренебречь. Или другими словами, результаты анализа системы II для этого интервала времени могут быть применимы с хорошей точностью к системе I. Приведем указанное рассмотрение лишь для входного сигнала с экспоненциальным фронтом нарастания. Очевидно, что полученные результаты могут быть распространены и на другие способы аппроксимации фронта.

Из таблицы 3 для выходных сигналов систем I и II при экспоненциальном фронте нарастания входного сигнала имеем

$$[v(t)]_I = -\frac{Q}{C_f} \left[ \frac{g}{g-a} \frac{m}{m-g} gte^{-qt} + \frac{m}{m-a} \frac{mg}{(m-g)^2} e^{-mt} - \right.$$

$$\left. - \frac{g^2 - ma}{(g-a)^2} \frac{mg}{(m-g)^2} e^{-qt} - \frac{mga}{(g-a)^2(m-a)} e^{-at} \right]$$

$$[v(t)]_{II} = -\frac{Q}{C_f} \left[ \frac{m}{m-g} gte^{-qt} + \frac{mg}{(m-g)^2} e^{-mt} - \frac{mg}{(m-g)^2} e^{-qt} \right].$$

$[v(t)]_I$  отличается от  $[v(t)]_{II}$  лишь наличием дополнительной компоненты  $\frac{mga}{(g-a)^2(m-a)} e^{-at}$  и множителями  $\frac{g}{g-a}$ ;  $\frac{m}{m-a}$ ;  $\frac{g^2 - ma}{g-a}$  при других составляющих. Легко заметить, что при выполнении соотношений (11) и (12) указанные множители мало отличны от единицы, а составляющая  $\frac{mga}{(g-a)^2(m-a)} e^{-at} = \frac{a}{g} e^{-at}$  мала по сравнению с остальными, да к тому же практически не изменяется на интервале  $0 < t \leq t_m$ .

Следовательно, на интервале  $0 < t \leq t_m$  при выполнении (11) и (12)

$$[v(t)]_I \approx [v(t)]_{II} \quad (13)$$

III . Погрешность измерения при флюктуации отношения постоянной времени фильтров к времени нарастания входного сигнала ( $\eta = T/\tau$ )

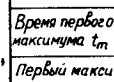
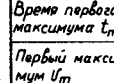
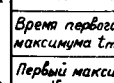
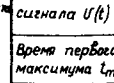
В рамках систем с RC-фильтрами (простыми и с коррекцией) при различных аппроксимациях входного сигнала (экспоненциальной, параболической и линейной) будем искать аналитическое выражение для погрешности, образующейся при конечном времени нарастания входного сигнала ( $\tau$ ) и при наличии его флюктуации ( $\Delta \tau$ ) или флюктуации постоянной времени фильтров системы ( $\Delta T$ ) ( $T = 1/g$ ). Эта погрешность обычно количественно характеризуется через так называемый "дефицит", определяемый как относительная погрешность, образующаяся при изменении  $\tau$  от 0 до величины  $T$  при линейном нарастании сигнала детектора  $[q(t)]$ , т.е. для сигнала детектора в виде прямоугольного импульса с длительностью, равной  $\tau$ . Чрезвычайная грубость этой оценки очевидна, так как здесь, по сути дела, определяется лишь одна из точек функции ошибки, к тому же еще при значении аргумента  $\eta = T/\tau = 1$ , отстоящего достаточно далеко от его типичного интервала изменения  $100 > \eta > (5+10)$ . Рассмотрение отдельных вопросов, связанных с этой погрешностью, посвящен один из разделов работы [3]. Представленные там формулы, таблицы и график несут гораздо больше информации и более точны, чем "дефицит". Однако ограничение рассмотрения случаем линейного нарастания входного сигнала так же как и ряд более мелких недостатков, в основном по форме представления результатов, не позволяют считать эту задачу окончательно решенной.

Будем характеризовать рассматриваемую погрешность через величину  $\epsilon_i$ , определяемую как

$$\epsilon_i = \frac{v_m - v_{m \tau i}}{v_m} 100\% ; \quad (14)$$

где  $v_m$  - значение выходного сигнала в максимуме при входном сигнале в виде единичной ступенчатой функции;  $v_{m \tau i}$  - значение выходного сигнала в максимуме при входном сигнале с временем нарастания

Таблица 3  
Передаточные функции изображения и временные функции выходного сигнала усилителя при различных воздействиях на входе

N	№		I Система с простыми RC-цепочками $(CR)_0 = (RC)_1 = RC = 1/g$	II Система, использующая дифференцирующую цепочку с коррекцией (см. таб. 2) $(RCR)_0 = (RC)_1 = 1/g, R_1 C = R_2 C = 1/a$
1	Передаточные функции	$W_{a-\tau} = \frac{Y(p)}{X(p)}$	$-\frac{g}{C} \frac{p^2}{(p+a)(p+g)^2}$	$-\frac{g}{C} \frac{p}{(p+g)^2}$
2		$W_{\tau-\tau} = \frac{Y(p)}{V(p)}$	$-C \frac{g}{C} \frac{p^2}{(p+a)(p+g)^2}$	$-C \frac{g}{C} \frac{p}{(p+g)^2}$
3		$W_{\tau-\tau} = \frac{Y(p)}{X(p)}$	$-\frac{g}{C} \frac{p}{(p+a)(p+g)^2}$	$-\frac{g}{C} \frac{1}{(p+g)^2}$
4	При воздействии на входе сигнала $q(t)$ , $[v(t)]$ в виде ступенчатой функции	Изображение выходного сигнала $U(p)$	$-\frac{ag}{C} \frac{p}{(p+a)(p+g)^2}$	$-\frac{ag}{C} \frac{1}{(p+g)^2}$
5		Временная функция выходного сигнала $U(t)$	$-\frac{ag}{C} \left[ \frac{g}{g-a} t e^{-gt} + \frac{ag}{(g-a)^2} e^{-at} - \frac{ag}{(g-a)^2} e^{-at} \right]$	$-\frac{ag}{C} t e^{-gt}$
6		Время первого максимума $t_m$		$\frac{1}{g}$
7		Первый максимум $U_m$		$-\frac{a}{C} e^{-a/g}$
8	При воздействии на входе сигнала $q(t)$ , $[v(t)]$ в виде сигнала с линейным нарастанием фронта	Изображение выходного сигнала $U(p)$	$-\frac{ag}{C} \frac{1}{(p+a)(p+g)^2} [1 - e^{-\tau p}]$	$-\frac{ag}{C} \frac{1}{(p+g)^2} \left[ \frac{1}{p} - \frac{e^{-\tau p}}{p} \right]$
9		Временная функция выходного сигнала $U(t)$ (при $t > \tau$ )	$-\frac{ag}{C} e^{-gt} \left[ t \frac{e^{g\tau} - 1}{g} + \frac{e^{g\tau}(g\tau - 1)}{g^2} \right]$	$-\frac{ag}{C} e^{-gt} \left[ t \frac{e^{g\tau} - 1}{g} + \frac{e^{g\tau}(g\tau - 1)}{g^2} \right]$
10		Время первого максимума $t_m$		$\tau \frac{1}{1 - e^{-g\tau}}$
11		Первый максимум $U_m$		$-\frac{ag}{C} \exp \left[ -\frac{a}{1 - e^{-g\tau}} \right] (e^{g\tau} - 1)$
12	При воздействии на входе сигнала $q(t)$ , $[v(t)]$ в виде сигнала с параболическим нарастанием фронта	Изображение выходного сигнала $U(p)$	$\frac{ag}{2C} \frac{p^2}{(p+a)(p+g)^2} \left[ \frac{2\tau}{p^2} - \frac{1 - e^{-\tau p}}{p^3} \right]$	$\frac{ag}{2C} \frac{p}{(p+g)^2} \left[ \frac{2\tau}{p^2} - \frac{1 - e^{-\tau p}}{p^3} \right]$
13		Временная функция выходного сигнала $U(t)$ (при $t > 2\tau$ )		$-\frac{ag}{C} e^{-gt} \left[ t \frac{e^{2g\tau} - 2g\tau - 1}{2g^2} - \frac{(g\tau + 1)(g\tau - 1)e^{2g\tau}}{2g^2} \right]$
14		Время первого максимума $t_m$		$\frac{1}{g} \frac{1 + (4/3)\tau g}{1 + (2/3)\tau g}$ , где $z = g\tau$
15		Первый максимум $U_m$		$-\frac{ag}{C} \exp \left[ -\frac{1 + (4/3)\tau g}{1 + (2/3)\tau g} \right] [1 + (4/3)\tau g]$
16	При воздействии на входе сигнала $q(t)$ , $[v(t)]$ в виде сигнала с экспоненциальным нарастанием фронта	Изображение выходного сигнала $U(p)$	$-\frac{ag}{C} \frac{p}{(p+a)(p+g)^2} \left[ 1 - \frac{p}{p+m} \right]$	$-\frac{ag}{C} \frac{1}{(p+g)^2} \left[ 1 - \frac{p}{p+m} \right]$
17		Временная функция выходного сигнала $U(t)$	$-\frac{g}{C} \frac{m}{(m-g)(g-a)} t e^{-gt} - \frac{m^2 g}{(m-g)^2} e^{-mt} - \frac{(g^2 - m^2 g - a)}{(g-g)(m-g)} e^{-at} - \frac{m g a}{(g-a)(m-a)} e^{-at}$	$-\frac{g}{C} \frac{m}{m-g} g t e^{-gt} + \frac{m g}{(m-g)^2} e^{-mt} - \frac{m g}{(m-g)^2} e^{-at}$
18		Время первого максимума $t_m$		$\frac{1}{g} \frac{z}{z-1}$ , где $z = \frac{1}{g\tau}$
19		Первый максимум $U_m$		$-\frac{a}{C} \frac{1}{z-1} e^{-1/(z\tau)}$
20	Изображение выходного сигнала при воздействии на входе сигнала $U(t)$ в виде $\delta$ -функции с периодом $T$		$-\frac{ag}{C} \frac{p}{(p+a)(p+g)^2} \frac{1}{1 - e^{-\tau p}}$	$-\frac{ag}{C} \frac{1}{(p+g)^2} \frac{1}{1 - e^{-\tau p}}$



$r_i$ . Как следует из (14), под  $\epsilon_i$  понимается относительная погрешность, образующаяся при изменении  $r$  в интервале  $0 < r < r_i$  или, что все равно,  $\eta = T/r = 1/g r$  в интервале  $\infty > \eta > \eta_i$ . Заметим, что  $\epsilon_i$  подобна понятию "дефицит" (при линейном нарастании входного сигнала детектора  $g(t)$ ), но имеет другой интервал изменения.

$$\begin{array}{l} \text{Дефицит} \\ \epsilon_i \end{array} \quad \begin{array}{l} - \\ - \end{array} \quad \begin{array}{l} 0 < r \leq T \\ 0 < r \leq r_i \end{array}$$

Континуум значений  $\epsilon_i$  определяется функциональной зависимостью  $\epsilon = \phi(\eta)$ . Найдем эту зависимость для системы с простыми RC-фильтрами (CR-RC) и для системы, имеющей RC-фильтры с коррекцией [(CR)<sub>v</sub>-RC], при различных способах аппроксимации фронта входного сигнала (экспоненциальном ( $\epsilon_{\text{э}}$ ), параболическом ( $\epsilon_{\text{п}}$ ) и линейном ( $\epsilon_{\text{л}}$ )).

Отметим, что проводимое рассмотрение справедливо как для флуктуаций  $r$  ( $\Delta r$ ), так и для флуктуаций  $T$  ( $\Delta T$ ), как для сигнала детектора  $q(t)$ , так и для сигнала ГЭИ  $v_r(t) C_1$ . При выводе зависимостей  $\epsilon_{\text{э}} = \phi_{\text{э}}(\eta)$ ,  $\epsilon_{\text{п}} = \phi_{\text{п}}(\eta)$  и  $\epsilon_{\text{л}} = \phi_{\text{л}}(\eta)$  используем (14) и выражения (5), (9), (10), (11), (13), (14), (15), (17), (18), (19) столбца II таблицы 3. После соответствующих преобразований и упрощений с учетом (13) получим <sup>x)</sup>:

Для экспоненциального нарастания фронта входного сигнала

$$\epsilon_{\text{э}} = \left[ 1 - \frac{\eta}{\eta - 1} \exp\left(-\frac{1}{\eta - 1}\right) \right] 100\% \quad (15)$$

или после разложения в ряд  $\exp\left(-\frac{1}{\eta - 1}\right)$  более простое и с хорошим приближением на интервале  $\infty > \eta > 5 \div 10$

$$\epsilon_{\text{э}} \approx \frac{1}{2(\eta - 1)^2} 100\% \quad (16)$$

<sup>x)</sup> Более подробный вывод этих зависимостей приведен в работе /7/.

Для параболической аппроксимации фронта нарастания сигнала

$$\epsilon_{\text{п}} = \left[ 1 - \left(1 + \frac{2}{3\eta}\right) \exp\left(-\frac{2}{3\eta + 2}\right) \right] 100\% \quad (17)$$

или после разложения в ряд  $\exp\left(-\frac{2}{3\eta + 2}\right)$  более простое и с хорошим приближением на интервале  $\infty > \eta > 5 \div 10$

$$\epsilon_{\text{п}} \approx \frac{2}{9\eta\left(\eta + \frac{2}{3}\right)} 100\% \quad (18)$$

Для линейной аппроксимации фронта нарастания сигнала

$$\epsilon_{\text{л}} = \left[ 1 - \eta \exp\left(1 - \frac{1}{\eta[1 - \exp(-1/\eta)]}\right) (\exp 1/\eta - 1) \right] 100\% \quad (19)$$

На рис.2 представлены графики зависимостей (16), (18) и (19). Заметим, что при флуктуации  $\eta$  на величину  $\Delta\eta = \eta_1 - \eta_2$  относительная погрешность измерения будет равна

$$\Delta\epsilon = \epsilon(\eta_1) - \epsilon(\eta_2)$$

и может быть определена по графикам рис.2 как разность соответствующих ординат. Зависимость  $\epsilon_{\text{э}} = \phi(\eta)$  (16) и соответствующий ей график на рис.2 применимы также для выяснения влияния на величину погрешности  $\epsilon$  переходных характеристик каскадов усиления и АЦП. Действительно, передаточные функции этих элементов могут быть представлены выражением вида  $\frac{1}{r p + 1}$  /4,5/, а общая передаточная функция "п" одинаковых каскадов усиления и АЦП может быть записана как

$$\frac{1}{(r_y p + 1)^n (r_{3y} p + 1)^n} \quad (20)$$

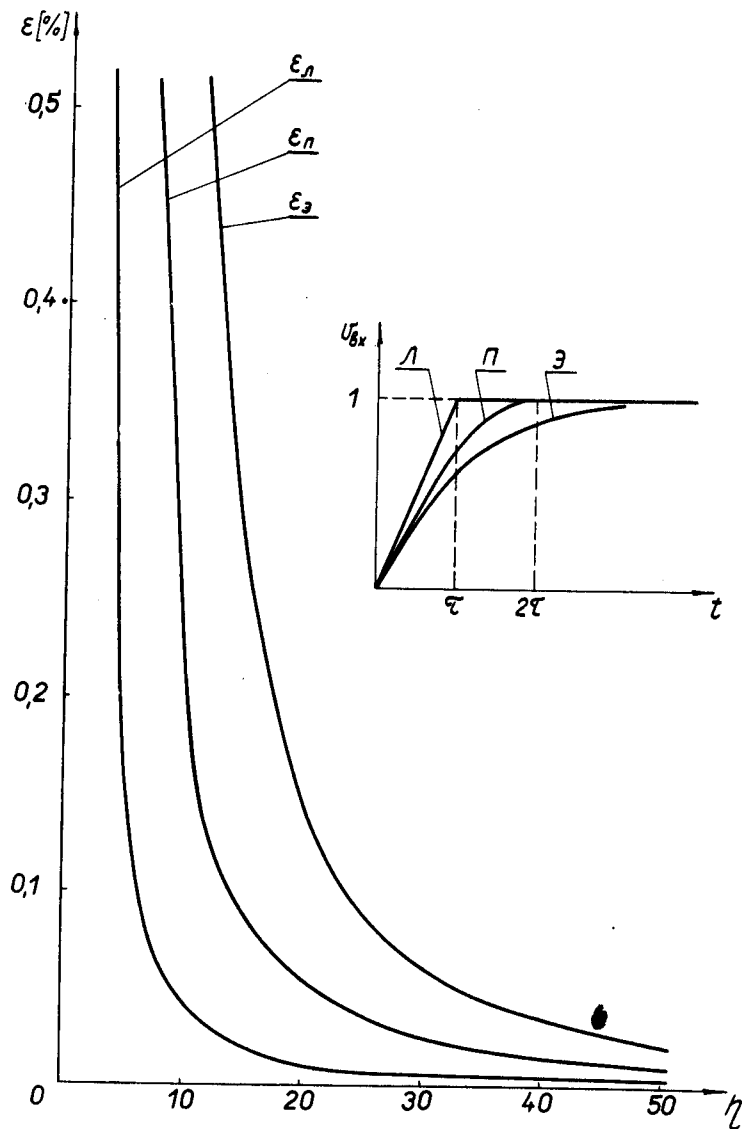


Рис.2. Графики зависимостей  $\epsilon_{\text{э}} = \phi_{\text{э}}(\eta)$ ,  $\epsilon_{\text{п}} = \phi_{\text{п}}(\eta)$  и  $\epsilon_{\text{л}} = \phi_{\text{л}}(\eta)$  соответственно при экспоненциальной, параболической и линейной форме (аппроксимации) фронта входного сигнала, характеризующих влияние величины  $\eta$  при ее флюктуации на погрешность измерения.

где:  $\tau_y$  - постоянная времени усилительного каскада,  $\tau_{\text{зу}}$  - постоянная времени зарядного устройства АЦП /4/.

Тогда изображение выходного сигнала, воздействующего на рассмотренную ранее систему с передаточной функцией  $\frac{1}{(p+q)^2}$  при экспоненциальном фронте нарастания сигнала детектора  $[q(t)]$  с постоянной времени  $\tau$ , будет представлено выражением

$$V_{\text{вых}}(p) = \frac{1}{p(\tau p + 1)(\tau_y p + 1)(\tau_{\text{зу}} p + 1)} \quad (21)$$

(21) для данного случая может быть заменено с использованием интегральной характеристики

$$\tau_g = \sqrt{\tau^2 + \tau_y^2 + \tau_{\text{зу}}^2}, \quad (22)$$

введенной W.G. Elmore /6/, более простым приближенным выражением

$$V_{\text{вых}}(p) = \frac{1}{p(\tau_g p + 1)}, \quad (23)$$

имеющим оригинал

$$v_{\text{вых}}(t) = 1 - e^{-t/\tau_g}. \quad (24)$$

Таким образом, если в выражении  $\eta = T/\tau$  положить  $\tau = \tau_g$ , то функция  $\epsilon_{\text{э}} = \phi(\eta)$  и соответствующий ей на рис.2 график могут служить для оценки влияния постоянных времени  $\tau$ ,  $\tau_y$ ,  $\tau_{\text{зу}}$ . Соотношения (23) и (24) можно рассматривать также как одну из возможных для данной задачи аппроксимаций изображения входного сигнала, заданного сложной формулой вида (21).

### Заключение

В работе для количественного определения погрешности измерения при флюктуациях отношения  $\eta = T/\tau$  введена величина  $\epsilon$ , значительно более информативная, чем ранее используемое понятие "дефицит". Получены простые и с хорошим приближением аналитические выражения для зависимости  $\epsilon = \phi(\eta)$  при различных аппроксимациях входного сигнала. Даны также графические представления этих зависимостей. Указанные графики и аналитические выражения при определенных требованиях к точности, известных зависимостях погрешности по другим причинам от величины постоянной времени фильтров системы и известной величине флюктуаций  $\eta$  позволяют решать вопросы о выборе оптимальных величин постоянных времени фильтров, собственного времени нарастания усилительных каскадов, времени нарастания импульса ГЭИ, т.е. способствуют оптимизации характеристики системы в целом.

В разделе II собраны материалы, необходимые для последующего анализа. Здесь же рассмотрена допустимость некоторых пренебрежений с учетом реальных параметров системы. Решение этого вопроса привело к значительному облегчению анализа и простоте конечных выражений.

Авторы считают, что этот раздел имеет также самостоятельное значение, так как его материалы могут быть использованы для решения каких-либо других вопросов и в других системах (в рамках систем, использующих РС-фильтры, простые и с коррекцией).

В заключение отметим, что работа велась в тесном контакте с сотрудниками ОИЯИ Р.Арльтом, Э.Г.Имаевым, К.Г.Родионовым, В.Г.Тишиным, Б.В.Фефиловым. Авторы приносят им благодарность за полезные обсуждения. Особую благодарность авторы приносят сотруднику ЛЯР В.Г.Субботину, принимавшему наиболее деятельное и плодотворное участие в дискуссиях.

### Л и т е р а т у р а

1. Г.Дёч. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа. Изд. физ. - матем. литер., 1958г.
2. E. Fairstein, J. Hahn. *Nucleonics* vol 23, 24 NN7, 9, 11, 13 1965, 1966.
3. Э.Г.Имаев, В.И.Приходько, В.Г.Тишин, Б.В.Фефилов. Препринт ОИЯИ Р13-3246, Дубна, 1967.
4. Б.Ю.Семенов. Анализ зарядного устройства амплитудного кодировщика повышенной точности. Препринт ОИЯИ, Р13-3275, Дубна 1967г.
5. Е.Б.Уша. В кн. Труды Союзного научно-исследовательского института приборостроения. Вып.У, М., Атомиздат, 1967, стр.56.
6. W.C.Elmore. *The Transient Responce of Damped Linear Networks. Journal of Applied Physics*, January 1948.
7. В.А.Антюхов. Некоторые вопросы анализа линейных блоков спектрального тракта высокого разрешения. Дипломная работа, Дубна, 1968г.

Рукопись поступила в издательский отдел  
15 апреля 1968 года.