

С 344.13
5-8950

6/5-67

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P13 - 3488



В.П. Зрелов, П. Павлович, П. Шулек

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

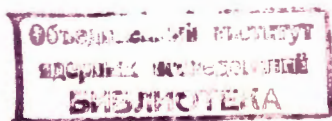
АПОХРОМАТИЗАЦИЯ
И ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ХОДА ЛУЧЕЙ
В СЧЕТЧИКАХ ЧЕРЕНКОВА

1967.

P13 - 3488

В.П. Зрелов, П. Павлович, П. Шулек

АПОХРОМАТИЗАЦИЯ
И ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ХОДА ЛУЧЕЙ
В СЧЕТЧИКАХ ЧЕРЕНКОВА



В в е д е н и е

Одним из возможных путей улучшения разрешающей способности дифференциальных счетчиков Черенкова является использование в них соответствующим образом подобранной системы из одной или нескольких кольцевых призм для компенсации расходимости излучения Вавилова-Черенкова за счет дисперсии показателя преломления радиатора /1,2/.

В первой главе настоящей работы приведены формулы, по которым можно рассчитать апохроматическую систему из двух призм, которая при заданном показателе преломления радиатора и скорости частиц позволяет вывести излучение Вавилова-Черенкова для трех разных длин волн под одним и тем же направлением заданным углом.

Во второй главе рассмотрен ход любого луча конуса излучения Вавилова-Черенкова через следующие оптические элементы, используемые в счетчиках Черенкова: радиатор, кольцевую призму и сферическое зеркало.

Рассмотрим систему из двух оптических призм, через которую проходит излучение Вавилова-Черенкова, возникающее в некотором твердом радиаторе (рис. 1).

Грань радиатора, через которую выходит излучение, расположена перпендикулярно оптической оси системы OO' , совпадающей с направлением движения частицы. Показатели преломления элементов системы обозначим так: радиатора - n_1 ; окружающего газа - n_2 ; первой (на пути луча) и второй призм - n_3 и n_4 соответственно. Везде в настоящей работе используются абсолютные показатели преломления.

Расположение преломляющих граней апохроматической системы будем определять углами V_1 , V_2 и V_3 (см. рис. 1): V_1 - угол образуется первой преломляющей гранью с оптической осью системы, и его отсчет производится от оси, направленной слева направо; V_2 - угол образован первой и второй преломляющими гранями, и отсчет его производится внутри призмы от первой ко второй грани; V_3 - угол образован второй и третьей преломляющими гранями, и его отсчет производится внутри призмы от второй к третьей грани. Углы падения и преломления отсчитываются относительно соответствующих нормалей падения. Направление луча после выхода из призмы задано углом ν , который отсчитывается от оптической оси системы. При этом значение любого угла примем отрицательным, если его отсчет производится по часовой стрелке. В противном случае - угол положительный.

Из рис. 1 видно, что

$$\begin{aligned} x &= r - V_1, \\ y &= y_1 - V_2, \\ z &= y_2 - V_3. \end{aligned} \quad (1)$$

Если частица движется со скоростью $\beta > \frac{1}{n_1}$, то в радиаторе возникает излучение Вавилова-Черенкова под углом θ согласно формуле

$$\cos \theta = \frac{1}{\beta n_1}, \quad (2)$$

которое выходит из радиатора под углом

$$r = \text{Arc sin } \frac{\sqrt{\beta^2 n_1^2 - 1}}{\beta n_2}. \quad (3)$$

Продифференцировав формулы (2) и (3) относительно длины волны излучения, получим расходимость Δr угла выхода излучения из радиатора с разными длинами волн:

$$\Delta r = \frac{1}{\sqrt{\beta^2 n_2^2 - (\beta^2 n_1^2 - 1)}} \left(\frac{\Delta n_1}{n_1} \frac{\beta^2 n_1^2}{\sqrt{\beta^2 n_1^2 - 1}} - \frac{\Delta n_2}{n_2} \sqrt{\beta^2 n_1^2 - 1} \right), \quad (4)$$

где Δn_1 и Δn_2 -разности в показателях преломления соответственно радиатора и окружающей среды для соответствующих длин волн.

Запишем законы преломления на трех гранях нашей системы призм с учетом (1):

$$n_2 \cos x = n_3 \sin \gamma_1, \quad (5)$$

$$n_3 \sin y = n_4 \sin \gamma_2, \quad (6)$$

$$n_4 \sin z = n_2 \cos (x + y + z - R), \quad (7)$$

где $R = r + \gamma_1 + \gamma_2 - \nu$.

Здесь две величины, r и ν , известны (см. (3)) и наперед заданы. Углы γ_1 и γ_2 исключим при помощи уравнений (5) и (6):

$$\gamma_1 = \text{Arc sin} \left(\frac{n_2}{n_3} \cos x \right), \quad (8)$$

$$\gamma_2 = \text{Arc sin} \left(\frac{n_3}{n_4} \sin \gamma \right). \quad (9)$$

В качестве неизвестных остаются три величины: V_1, V_2, V_3 , которые должны удовлетворять уравнению (7) и двум другим уравнениям, выражающим условие апохроматичности: одинаковый угол ν для лучей при трех разных длинах волн.

При условии $\Delta \nu = 0$ из (7) получим

$$\text{tg } z = \frac{\Delta \gamma_2}{\frac{\Delta n_2}{n_2} - \frac{\Delta n_4}{n_4}}, \quad (10)$$

где выражения для $\Delta \gamma_2$, так же как и для $\Delta \gamma_1$, получаются дифференцированием (5) и (6) по n (или λ).

Сделаем подстановки:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta n_2}{n_2} - \frac{\Delta n_4}{n_4} &= K, \\ \frac{\Delta n_3}{n_3} - \frac{\Delta n_4}{n_4} &= L. \end{aligned} \quad (11)$$

Таким образом, определяющими для значений x, y и z являются следующие уравнения:

$$n_4 \sin z = n_2 \cos (x + y + z - R), \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{tg } z &= \frac{\Delta \gamma_2}{K}, \\ \Delta \gamma_2 &= \frac{L \sin y + \Delta \gamma_1 \cos y}{\sqrt{\left(\frac{n_4}{n_3}\right)^2 - \sin^2 y}}, \\ \Delta \gamma_1 &= \frac{(K - L) \cos x - \Delta \gamma \sin x}{\sqrt{\left(\frac{n_3}{n_2}\right)^2 - \cos^2 x}} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

и

$$\operatorname{tg} z = \frac{\Delta y_2'}{K'}$$

$$\Delta y_2' = \frac{L' \sin y - \Delta y_1' \cos y}{\sqrt{\left(\frac{n_4}{n_3}\right)^2 - \sin^2 y}}$$

$$\Delta y_1' = \frac{-(L' + K') \cos x - \Delta r' \sin x}{\sqrt{\left(\frac{n_3}{n_2}\right)^2 - \cos^2 x}}$$
(14)

Величины без штриха относятся к разностям между первой (основной, на направление которой сводятся лучи других двух длин волн) и второй, а величины со штрихом - между первой и третьей длинами волн.

В итоге расчет апохроматической двойной призмы в счетчиках Черенкова сводится к следующему:

1. Нужно найти в диапазоне от 0 по $(-\pi)$ значение переменной x , которая удовлетворяет уравнению

$$\sqrt{\left(\frac{n_4}{n_3}\right)^2 - \sin^2 y} \cos(x + y - R) - \left[\frac{n_4}{n_2} - \sin(x + y - R)\right] \times$$

$$\times \left\{ \frac{L}{K} \sin y + \frac{\cos y}{\sqrt{\left(\frac{n_3}{n_2}\right)^2 - \cos^2 x}} \left[\left(1 - \frac{L}{K}\right) \cos x - \frac{\Delta r}{K} \sin x \right] \right\} = 0,$$
(15)

где

$$y = \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{\left(\frac{L}{K} - \frac{L'}{K'}\right) \cos x + \left(\frac{\Delta r}{K} - \frac{\Delta r'}{K'}\right) \sin x}{\left(\frac{L}{K} - \frac{L'}{K'}\right) \sqrt{\left(\frac{n_3}{n_2}\right)^2 - \cos^2 x}}$$
(16)

2. На основе найденного значения x считаем значения переменных y и z , причем

$$z = \text{Arc tg} \frac{\cos(x + y - R)}{\frac{n_4}{n_2} + \sin(x + y - R)}, \quad (17)$$

и после подстановки этих значений в формулы (1) получим искомые значения углов V_1 , V_2 и V_3 .

При расчете должны быть соблюдены ограничения, при которых были получены формулы (15-17). А именно должно быть:

$$1) \quad K \neq 0, \quad K' \neq 0 \quad \text{и} \quad \frac{L}{K} \neq \frac{L'}{K'};$$

$$2) \quad |\sin y| < \frac{n_4}{n_3}, \quad |\sin z| < \frac{n_2}{n_4};$$

3) $\sin(V_1 + V_2 + V_3) > \sin \nu$ - если значение $(V_1 + V_2 + V_3)$ лежит в первой четверти, $\sin(V_1 + V_2 + V_3) > -\sin \nu$ - если значение $(V_1 + V_2 + V_3)$ лежит во второй четверти. Последнее условие сформулировано с учетом того, что нигде в настоящем расчете не допускается, чтобы световой луч в результате преломления в оптической системе счетчика стал двигаться справа налево, т.е. в сторону, обратную направлению движения частицы, испустившей излучение.

Заметим, что приведенные здесь формулы можно применить и в случае газового радиатора. Тогда среды с показателями преломления n_1 и n_2 тождественны.

В Приложении I содержится алгоритм нахождения значений углов V_1 , V_2 и V_3 , определяющих апохроматическую призму. Алгоритм написан на этапном языке АЛГОЛ-60 в виде процедуры "apochromat" и после учета особенностей конкретного транслятора может служить программой для вычислительной машины. Алгоритм проверялся на вычислительной машине М-20 с применением транслятора ТА-1. Некоторые из сосчитанных примеров приведены в Приложении II.

На характеристики счетчиков Черенкова, особенно ахроматических или апохроматических, существенное влияние оказывают реальные размеры пучков заряженных частиц, в которых счетчики должны работать. Известно, что решающая способность счетчика с хорошо скомпенсированной дисперсией определяется уже наклоном относительно оси счетчика частиц, которые счетчик должен регистрировать, и порогом регистрации импульсов фотоумножителя. При этом радиус пучка, который конкретный счётчик будет эффективно регистрировать, является вполне определенным и частицы, более удаленные от оси, чем этот радиус будут регистрироваться неэффективно или вообще не будут зарегистрированы. Чтобы увеличить радиус регистрируемого пучка, нужно увеличить размер используемой в нем ахроматической кольцевой системы или наоборот – при заданных диаметре пучка и угловой расходимости частиц в нем определить диаметр ахроматической системы. В последнем случае он может оказаться слишком большим, что нежелательно ввиду значительной стоимости апохроматической кольцевой призмы.

В связи с этим нужно в каждом конкретном случае просчитать, куда в плоскости диафрагмы в счетчике падает излучение Вавилова-Черенкова, испускаемое в радиаторе счетчика разными (т.е. и косыми и смещенными относительно оси счетчика) частицами, встречающимися в реальном пучке, и сделать обоснованные заключения относительно чувствительности рассматриваемого счетчика к таким частицам.

Ниже приводится схема такого расчета, с помощью которой можно проследить ход большого числа отдельных лучей излучения Вавилова-Черенкова через оптическую систему счетчика вплоть до попадания их в плоскость диафрагмы. Основой для построения такой схемы расчета являются формулы, дающие координаты точки прохождения и направляющие косинусы (или числа им пропорциональные) луча на некоторых оптических элементах, наиболее часто встречающихся в счетчиках Черенкова. Последовательно получим такие формулы в случае радиатора, апохроматической кольцевой призмы и сферического зеркала.

1. Р а д и а т о р. Ради конкретности будем иметь в виду твердый радиатор (например, стеклянную пластинку), из которого излучение Вавилова-Черенкова, возникающее в нем, выпускается через плоскую грань, перпендикулярную пучку заряженных частиц.

Нашей целью является определить ход лучей излучения Вавилова-Черенкова после выхода из радиатора, т.е. координаты точки, в которой луч пересекает выпускную плоскую грань радиатора и направляющие косинусы луча, выходящего из этой точки в окружающую радиатор газовую среду.

Геометрические условия прохождения частицы в радиаторе изображены на рис. 2. Предполагается, что плоскость Oxy правой прямоугольной системы координат совмещена с плоскостью радиатора, через которую выходит излучение, а ось z этой системы (пусть совпадает с осью пучка частиц) направлена наружу. Ориентированная прямая, соединяющая начало системы координат с точкой $N(x_0, 0, 0)$, в которой заряженная частица пересекает плоскую грань радиатора, пусть является осью x координатной системы.

Как уже упоминалось в главе 1, не допускаем, чтобы световой луч был направлен в сторону, противоположную направлению движения частиц, т.е. требуем, чтобы угол γ , который образует луч с положительным направлением оси z , находился всегда в диапазоне от 0 по $\frac{\pi}{2}$. Условимся дальше все углы в плоскости Oxy отсчитывать от положительной оси x в сторону движения часовой стрелки, смотря при этом в направлении положительной оси z . Показатели преломления радиатора и окружающей его газовой среды обозначим n и n' соответственно.

Рассмотрим некий луч излучения Вавилова-Черенкова, который испустила заряженная частица в радиаторе. Полное его описание можно сделать при помощи следующих шести параметров:

θ - угол, который световой луч образует с направлением движения частицы в радиаторе ($\cos \theta = \frac{1}{\beta_{n_1}}$);

α - угол, который образует направление движения частицы с положительной осью z (предполагается $\alpha < \frac{\pi}{2}$);

d - расстояние от выпускной грани радиатора до точки S , в которой частица испустила рассматриваемый луч;

x_0 - расстояние от точки N , в которой частица вылетает из радиатора, до начала системы координат (0);

ϕ_0 - азимут, образованный положительным направлением оси x и ориентированной проекцией пути частицы на плоскость Oxy ;

ϕ - азимут, образованный ориентированным отрезком NF , соединяющим точки выхода частицы и рассматриваемого светового луча из радиатора, с положительной осью x .

Из рис. 2 видно, что

$$\left. \begin{aligned} x' &= x_0 + t \cos \phi, \\ y' &= t \sin \phi. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Трехгранный угол HCSF (H — вершина угла) образует на сфере с центром в точке H сферический треугольник, изображенный на рис. 3. Рассматривая этот треугольник, нетрудно убедиться, что:

$$\cos \xi = -\sin \alpha \cos(\phi_0 - \phi) \quad (0 < \xi < \pi). \quad (19)$$

Из обычных треугольников SHF и SGH видим, что

$$t = \frac{d \sin \theta}{\cos \alpha \sin(\theta + \xi)}. \quad (20)$$

Формулы (17) с учетом формулы (19) и (20) определяют координаты x', y' точки F, в которой рассматриваемый луч выходит из радиатора ($z' = 0$).

Определим значения направляющих косинусов $\cos \alpha_0, \cos \beta_0, \cos \gamma_0$ внутри радиатора (рис. 4). Из рис. 2 видно, что

$$\cos \gamma_0 = \frac{d}{v} = \frac{\cos \alpha \sin(\theta + \xi)}{\sin \xi}. \quad (21)$$

Проекция луча в плоскость Oxy образует с положительным направлением оси x угол $\kappa = \phi_0 + \eta$, где η — угол при вершине C в треугольнике GHF (рис. 2). Применяя теорему синусов, получаем, что

$$\sin \eta = -\frac{\sin \theta \sin(\phi_0 - \phi)}{\sin \xi \sin \gamma_0}. \quad (22)$$

Из рассмотрения соответствующих трехгранных углов, изображенных на рис. 4, следует, что

$$\cos \alpha_0 = \sin \gamma_0 \cos(\phi_0 + \eta)$$

$$\cos \beta_0 = \sin \gamma_0 \sin (\phi_0 + \eta). \quad (23)$$

Остается найти значения направляющих косинусов луча после преломления на выпускной грани радиатора ($\cos \alpha'$, $\cos \beta'$, $\cos \gamma'$). Для этого воспользуемся законом преломления, выраженным в векторной форме^{3/3}:

$$\vec{s}' = \vec{s} + \Gamma \vec{o}, \quad (24)$$

где

$$\Gamma = \frac{2 \cos \alpha_0 \cos \alpha'}{n'^2 - n^2 + (\cos \alpha_0)^2 - \cos^2 \alpha'}$$

причем направление вектора \vec{s} (\vec{s}') совпадает с направлением падающего (преломленного) луча, а его длина равна показателю преломления среды, в которой луч движется до (после) преломления, и \vec{o} — единичный вектор, перпендикулярный к преломляющей поверхности и направленный во вторую (на пути луча) среду (рис. 5). Компоненты векторов \vec{s} , \vec{s}' и \vec{o} в нашем случае будут следующие:

$$\begin{array}{lll} \vec{s} : & n \cos \alpha_0 & n \cos \beta_0 & n \cos \gamma_0 \\ \vec{s}' : & n' \cos \alpha' & n' \cos \beta' & n' \cos \gamma' \\ \vec{o} : & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

Из (24) вытекает, что

$$l' = \sqrt{n'^2 - n^2 \sin^2 \gamma_0} - n \cos \gamma_0$$

и, таким образом,

$$\left. \begin{array}{l} n' \cos \alpha' = n \cos \alpha_0, \\ n' \cos \beta' = n \cos \beta_0, \\ n' \cos \gamma' = \sqrt{n'^2 - n^2 \sin^2 \gamma_0}. \end{array} \right\} \quad (25)$$

и

2. Двойная апохроматическая кольцевая призма. С точки зрения прохождения луча через нее речь идет о трехкратном преломлении луча на конической поверхности. Поэтому будем сначала решать задачу о преломлении светового луча на конической поверхности в общем виде. Пусть такая поверхность задана углом V между поверхностью и осью конуса, совпадающей с осью z системы координат, значением Z_0 координаты вершины конуса, а также значениями p_1, p_2 , в пределах которых заключены значения координат z всех точек реальной конической преломляющей поверхности. Таким образом, уравнение последней примет вид:

$$x^2 + y^2 = (z - Z_0)^2 \operatorname{tg}^2 V, \quad p_1 \leq z \leq p_2. \quad (26)$$

Уравнения луча пусть будут:

$$x = x_0 + \frac{z - z_0}{\cos \gamma_0} \cos \alpha_0, \quad (27)$$

$$y = y_0 + \frac{z - z_0}{\cos \gamma_0} \cos \beta_0.$$

После подстановки (27) в (26) получим для координаты z' точки, в которой рассматриваемый луч падает на коническую поверхность, уравнение

$$A z'^2 + 2B z' + C = 0,$$

где

$$A = \frac{\cos^2 \alpha_0 + \cos^2 \beta_0}{\cos^2 \gamma_0} - \operatorname{tg}^2 V,$$

$$B = \frac{x_0 \cos \alpha_0 + y_0 \cos \beta_0}{\cos \gamma_0} - z_0 \frac{\cos^2 \alpha_0 + \cos^2 \beta_0}{\cos^2 \gamma_0} + Z_0 \operatorname{tg}^2 V,$$

$$C = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 \frac{\cos^2 \alpha_0 + \cos^2 \beta_0}{\cos^2 \gamma_0} - 2z_0 \frac{x_0 \cos \alpha_0 + y_0 \cos \beta_0}{\cos \gamma_0} - Z_0^2 \operatorname{tg}^2 V.$$

Тогда имеем:

$$(z')_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{A} . \quad (29)$$

Учитывая, что световой луч не должен быть направлен налево, т.е. в сторону меньших значений z , и обозначая символом p большее из значений z_0 и p_1 , в качестве z' следует принять то из двух значений решения (29), для которого выполняется условие $p \leq z' \leq p_2$. Если это значение z' подставить в (27), то координаты (x', y', z') точки падения луча на коническую поверхность будут определены.

Определим значения направляющих косинусов луча после преломления на поверхности (26). Пусть n_0 (n') обозначает показатель преломления среды, через которую проходит свет до (после) преломления на конической поверхности. Составляющие векторов \vec{s} , \vec{s}' и $\vec{\delta}$ будут:

$$\begin{aligned} \vec{s}: & \quad n_0 \cos \alpha_0 & n_0 \cos \beta_0 & n_0 \cos \gamma_0 , \\ \vec{s}': & \quad n' \cos \alpha' & n' \cos \beta' & n' \cos \gamma' , \\ \vec{\delta}: & \quad -\frac{x'}{D} & -\frac{y'}{D} & \frac{(z' - Z_0) \operatorname{tg}^2 \nu}{D} , \end{aligned}$$

где

$$D = \sqrt{x'^2 + y'^2 + (z' - Z_0)^2 \operatorname{tg}^4 \nu} . \quad (30)$$

Далее можно записать:

$$k = \vec{\delta} \vec{s}' = \frac{1}{D} [-x' n_0 \cos \alpha_0 - y' n_0 \cos \beta_0 + (z' - Z_0) n_0 \cos \gamma_0 \operatorname{tg}^2 \nu] . \quad (31)$$

В связи с тем, что формулировка закона преломления (24) предполагает, что вектор нормали падения $\vec{\delta}$ направлен во вторую (на пути луча) среду, нужно соответствующим выбором знака величины D добиваться того, чтобы было $k \geq 0$. Тогда:

$$\left. \begin{aligned}
 \Gamma &= \sqrt{n'^2 - n^2 + k^2} \dots k, \\
 n' \cos \alpha' &= n_0 \cos \alpha_0 - \frac{\Gamma x'}{D}, \\
 n' \cos \beta' &= n_0 \cos \beta_0 - \frac{\Gamma y'}{D}, \\
 n' \cos \gamma' &= n_0 \cos \gamma_0 + \frac{\Gamma (z' - Z_0) \operatorname{tg}^2 \nu}{D}.
 \end{aligned} \right\} (32)$$

На этом задача о преломлении на конической поверхности решена.

На рис. 6 схематически изображен ход светового луча через двойную призму (две призмы с общей преломляющей гранью BC). Форма и положение такой двойной призмы полностью заданы восемью параметрами: 3 угла, определяющие направление преломляющих граней призмы, — обозначим их V_1, V_2, V_3 и выберем таким образом, как это сделано в главе I настоящей работы; 4 расстояния, определяющие поперечные размеры двойной призмы, — если точки A, B, C и D назовем вершинами двойной призмы, то пусть это будут величины r_1, r_2, r_3 и r_4 , т.е. расстояния вершин призмы от ее оси (как таковые они по определению являются положительными); I координата, определяющая смещение двойной призмы вдоль оси z координатной системы (предположительно вдоль оси счетчика), — обозначим ее Z_1 и пусть она представляет собой z-овую координату первой вершины призмы (точка A).

Для координат Z_i ($i = 2, 3, 4$) остальных вершин двойной призмы (B, C, D) можно написать:

$$\left. \begin{aligned}
 Z_2 &= Z_1 + \frac{r_2 - r_1}{\operatorname{tg} V_1}, & Z_3 &= Z_2 + \frac{r_3 - r_2}{\operatorname{tg} (V_1 + V_2)}, \\
 Z_4 &= Z_3 + \frac{r_4 - r_3}{\operatorname{tg} (V_1 + V_2 + V_3)}.
 \end{aligned} \right\} (33)$$

и

Если форма двойной призмы такая, что все три преломляющие грани пересекаются по одной линии, то в последней из формул (33) нужно брать Z_2 вместо Z_3 и r_2 вместо r_3 . Координаты Z_{0j} ($j = 1, 2, 3$) вершин отдельных преломляющих конусов, из которых образована двойная призма, определены формулами:

$$\left. \begin{aligned} Z_{01} &= Z_1 - \frac{r_1}{\operatorname{tg} V_1}, & Z_{02} &= Z_2 - \frac{r_2}{\operatorname{tg}(V_1 + V_2)}, \\ \text{и} & & Z_{03} &= Z_3 - \frac{r_3}{\operatorname{tg}(V_1 + V_2 + V_3)}. \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

Показатели преломления первой и второй (на пути луча) призм обозначим n_1 и n_2 соответственно и показатель преломления окружающей газовой среды n' .

Если двойная призма задана выше перечисленными восемью параметрами, то, используя формулы (26)–(32), с учетом (33) и (34) можно рассчитать преломление светового луча на первой и затем на второй и третьей преломляющих гранях призмы.

3. Сферическое зеркало. Предположим, что ось z правой прямоугольной системы координат пересекает сферическое зеркало в точке V , которую назовем вершиной зеркала и совместим с ней начало системы координат. Пусть ось z направлена в сторону центра кривизны зеркала. В таком случае уравнение зеркальной поверхности примет вид:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2Rz = 0, \quad (35)$$

где R – радиус кривизны зеркала.

Найдем координаты x', y', z' точки, в которой луч, заданный при помощи уравнений (27), падает на зеркальную поверхность. Подставляя выражения (27) в (35), получим для значения z' уравнение

$$Az'^2 + 2Bz' + C = 0,$$

где теперь

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{\cos^2 \alpha_0 + \cos^2 \beta_0}{\cos^2 \gamma_0} + 1, \\ A' &= \frac{x_0 \cos \alpha_0 + y_0 \cos \beta_0}{\cos \gamma_0}, \\ B &= A' - z_0 (A - 1) - R, \\ C &= x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 (A - 1) - 2z_0 A'. \end{aligned} \right\} (36)$$

Если меньшее из двух значений z' (см. (29)) подставим в (27), получим значения координат точки падения луча на зеркало.

Закон отражения, записанный при помощи векторов \vec{s} , \vec{s}' и \vec{o} , будет иметь форму /3/:

$$\vec{s}' = \vec{s} - 2(\vec{o} \vec{s}) \vec{o}. \quad (37)$$

Так как уравнение нормали падения в нашем случае запишется следующим образом:

$$\frac{x}{x'} = \frac{y}{y'} = \frac{z - R}{R - z'},$$

то составляющие векторов \vec{s} , \vec{s}' и \vec{o} будут следующими:

$$\begin{aligned} \vec{s}: & \quad \cos \alpha_0 & \quad \cos \beta_0 & \quad \cos \gamma_0 \\ \vec{s}': & \quad \cos \alpha' & \quad \cos \beta' & \quad \cos \gamma' \\ \vec{o}: & \quad \frac{x'}{\sqrt{x'^2 + y'^2 + (R - z')^2}} & \quad \frac{y'}{\sqrt{x'^2 + y'^2 + (R - z')^2}} & \quad \frac{z' - R}{\sqrt{x'^2 + y'^2 + (R - z')^2}}. \end{aligned}$$

Таким образом, для направляющих косинусов луча после отражения на сферическом зеркале получаем следующие выражения:

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha' &= \cos \alpha_0 - 2Dx', \\ \cos \beta' &= \cos \beta_0 - 2Dy', \\ \cos \gamma' &= \cos \gamma_0 - 2D(z' - R), \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

где

$$D = \frac{x' \cos \alpha_0 + y' \cos \beta_0 + (z' - R) \cos \gamma_0}{x'^2 + y'^2 + (R - z')^2}$$

В черенковских счетчиках часто встречаются случаи, когда центр кривизны или даже вершина сферического зеркала не лежат на оптической оси счетчика. Чтобы применить полученные здесь формулы для отражения луча на сферическом зеркале, нужно предварительно провести соответствующее преобразование системы координат.

Представим себе, что сферическое зеркало находится в общем положении относительно введенной (например, таким образом, как это сделано в первом пункте настоящей части) системы координат, т.е. вершина зеркала не лежит на оси z , а ось зеркала наклонена относительно оси z на угол δ ($\delta < \frac{\pi}{2}$). Проекцию вершины зеркала в плоскость Oxy обозначим A , а проекцию центра кривизны в эту же плоскость обозначим B . Плоскость Oxy изображена на рис. 7 (если смотреть в направлении положительной оси z ; O — начало системы координат). Ориентированный вектор \vec{OA} длиной Δ образует с положительной осью x угол μ , а ориентированный вектор \vec{OB} образует с той же осью угол ν . Отсчет углов производится в сторону движения часовой стрелки, если смотреть при этом в направлении положительной оси z .

Пусть Z_v обозначает координату z вершины зеркала. Далее, пусть световой луч, падающий на зеркало, задан уравнением

$$\frac{x - x_1}{\cos \alpha_1} = \frac{y - y_1}{\cos \beta_1} = \frac{z - z_1}{\cos \gamma_1} \quad (39)$$

Если теперь преобразуем систему координат таким образом, чтобы она совпала с той, которая была введена в начале настоящего пункта, то значения $x_1, y_1, z_1, \cos \alpha_1, \cos \beta_1, \cos \gamma_1$ в уравнениях (39) нужно заменить на значения $x_0, y_0, z_0, \cos \alpha_0, \cos \beta_0, \cos \gamma_0$, полученные при помощи следующих формул:

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= (x_1 - \Delta \cos \nu) \cos \mu \cos \delta - (y_1 + \Delta \sin \nu) \sin \mu \cos \delta + (z_1 - Z_v) \sin \delta, \\ y_0 &= -(x_1 - \Delta \cos \nu) \sin \mu - (y_1 + \Delta \sin \nu) \cos \mu, \\ z_0 &= (x_1 - \Delta \cos \nu) \cos \mu \sin \delta - (y_1 + \Delta \sin \nu) \sin \mu \sin \delta - (z_1 - Z_v) \cos \delta, \\ \cos \alpha_0 &= \sin \delta \cos \gamma_1 + \cos \delta (\cos \mu \cos \alpha_1 - \sin \mu \cos \beta_1), \\ \cos \beta_0 &= -\sin \mu \cos \alpha_1 - \cos \mu \cos \beta_1, \\ \cos \gamma_0 &= -\cos \delta \cos \gamma_1 + \sin \delta (\cos \mu \cos \alpha_1 - \sin \mu \cos \beta_1). \end{aligned} \right\} (40)$$

Заметим еще, что после осуществления такого преобразования направление оси x новой системы координат является таким, что проекция этой оси на плоскость Oxy первоначальной системы координат совпадает с вектором \vec{AB} .

Преобразования (40) нужно делать и в менее общих случаях, т.е. когда нет, например, наклона зеркала (тогда $\mu = 0, \delta = 0$) или параллельного смещения зеркала (тогда $\nu = 0, \Delta = 0$) или даже когда нет ни того ни другого.

Наконец, определим координаты x', y', z' точки, в которой световой луч, заданный уравнениями (27), пересекает любую плоскость, параллельную оси y , введенной нами в начале настоящего пункта системы координат. Речь идет, например, о фокальной плоскости сферического зеркала или вообще о плоскости, в которой размещается фотокатод фотоумножителя в счетчике. Пусть такая плоскость задана уравнением (см. рис. 8).

$$z = a - x \operatorname{tg} \epsilon. \quad (41)$$

Напомним, что система координат (x, y, z) — правая и угол ϵ отсчитывается от положительного направления оси x по часовой стрелке, если смотреть при этом в направлении оси y .

Решая совместно уравнения (27) и (41), получим:

$$\left. \begin{aligned} x' &= \frac{x_0 \cos \gamma_0 + (a - z_0) \cos \alpha_0}{\cos \gamma_0 + \operatorname{tg} \epsilon \cos \alpha_0} , \\ y' &= y_0 + \frac{a - z_0 - x_0 \operatorname{tg} \epsilon}{\cos \gamma_0 + \operatorname{tg} \epsilon \cos \alpha_0} \cos \beta_0 , \\ z' &= a - \frac{x_0 \cos \gamma_0 + (a - z_0) \cos \alpha_0}{\cos \gamma_0 + \operatorname{tg} \epsilon \cos \alpha_0} \operatorname{tg} \epsilon . \end{aligned} \right\} (42)$$

Если, например, интересуемся местом падения луча на фокальную плоскость сферического зеркала, то в (42) следует подставить: $a = \frac{R}{2}$ (R - радиус кривизны зеркала) и $\epsilon = 0$.

Применяя последовательно, согласно конструкции конкретного счетчика Черенкова, результаты, полученные здесь, можно сосчитать ход луча излучения Вавилова-Черенкова в любом счетчике, в котором не применены другие оптические элементы, кроме кодышевой призмы и плоского или сферического зеркала. Еще заметим, что ограничение на твердый радиатор, которое мы сделали в первом пункте настоящей части, формальное. Случай газового радиатора можно включить, например, таким образом, что в качестве среды, окружающей радиатор, примем тот же самый газ, что и для радиатора.

В приложении III содержатся алгоритмы расчета хода луча через рассмотренные здесь оптические элементы счетчиков Черенкова. Алгоритмы написаны на языке АЛГОЛ-60 в виде нескольких процедур, которые можно комбинировать в зависимости от конструкции конкретного счетчика. Эти алгоритмы проверялись на вычислительной машине М-20 с применением транслятора ТА-1.

Авторы выражают свою благодарность В.И. Никитину за помощь при написании программной части работы, а также за прочтение рукописи настоящей работы.

Процедура "Aprochromat"

Процедура "apochromat" вычисляет значения массивов s , v и h на основе результатов главы I настоящей работы. Для нахождения корня уравнения (I5) используется метод деления интервала пополам (алгоритм 4а в /4/) с предварительным разделением диапазона (0, $-\pi$) на 12 участков, причем поиск корней в первом и последнем участках опущен. Значение корня x вычисляется с погрешностью меньшей, чем 10^{-6} . Процедура заканчивает работу, если:

1. не выполнены ограничения I или 3, перечисленные в конце главы I - выход на метку `limit` ;
2. нет перемены знака на концах всех 10 участков или если перемена знака происходит в участке, где значение левой стороны (I5) не определено - выход на метку `onesign` ;
3. в радиаторе или в рассчитанной призме происходит полное внутреннее отражение хотя бы для одной волны - выход на метку `totref` ;
4. луч для одной из двух побочных длин волн не падает на призму (соответствующее $\tau_i \geq V_i$) - выход на метку `nofall` ;
5. задача решена.

Идентификаторы формальных параметров процедуры:

<u>array</u>					
	$n[1:12]$		$s[1:6]$		
$n[1]$	-	n_1	$s[1]$	-	V_1
$n[2]$	-	Δn_1	$s[2]$	-	V_2
$n[3]$	-	$\Delta n_1'$	$s[3]$	-	V_3

n[4]	-	n_2	s[4]	-	y_1
n[5]	-	Δn_2	s[5]	-	y_2
n[6]	-	$\Delta n_2'$	s[6]	-	y_3
n[7]	-	n_3			
n[8]	-	Δn_3	v[1:3]		
n[9]	-	$\Delta n_3'$	v[1]	-	x_1
n[10]	-	n_4	v[2]	-	x_2
n[11]	-	Δn_4	v[3]	-	x_3
n[12]	-	$\Delta n_4'$			
			h[1:3]		
			h[1]	-	h_1
			h[2]	-	h_2
			h[3]	-	h_3
		<u>real</u>			
	b	-	β		
	ni	-	γ		

Идентификаторы, локализованные в теле процедуры:

		<u>real</u>			
pi	-	π	f	-	значения левой стороны в уравнении (I5)
bn1	-	$(\beta n_2)^2$	g	-	
bn2	-	βn_2	p	-	
root1	-	$\sqrt{(\beta n_2)^2 - 1}$	q	-	границы промежутка, содержащего корень уравнения $f=0$
root2	-	$\sqrt{(\beta n_2)^2 - [(\beta n_2)^2 - 1]}$	g1	-	
k1	-	K	g2	-	δ_2
k2	-	K'	er	-	R
l1	-	$\frac{L}{K}$	n1	-	$\frac{n_3}{n_2}$
l2	-	$\frac{L}{K} - \frac{L'}{K'}$	n2	-	$\frac{n_4}{n_3}$

dr1	-	$\frac{\Delta \tau}{K}$	o	-	$\nu - V_1 - V_2 - V_3 + \frac{\pi}{2}$
dr2	-	$\frac{\Delta \tau}{K} - \frac{\Delta \tau'}{K'}$	sum	-	$V_1 + V_2 + V_3$
r	-	τ	l	-	максимальное среди значений ν_i
x	-	χ	l0	-	минимальное среди значений ν_i
y	-	γ	t	-	максимальное среди значений τ_i
z	-	z	t0	-	минимальное среди значений τ_i

real procedure

ar(q) - вычисляет значение угла ar в диапазоне от $-\frac{\pi}{2}$ до $\frac{\pi}{2}$,
для которого $\sin(ar)=q$

procedure

гер(q,p) - вычисляет значение угла p в диапазоне от $-\frac{\pi}{2}$ до $\frac{\pi}{2}$,
для которого $\sin(p)=q$ с выходом на метку totref
если $q \geq 1$

fun(a) - вычисляет значение "a" левой стороны уравнения (I5 ,
и переменной y для текущего значения переменной x
с выходом на метку no , если значение "a" на этом
месте не определено.

```

procedure apochromat(b,ni,n,limit,onesign,totref,nofall)
    result:(s,h,v);
    value b,ni,n; real b,ni; array n,s,h,v;
    label limit,onesign,nofall,totref;
begin real p1,bn1,bn2,root1,root2,k1,k2,l1,l2,dr1,dr2,r,sum,
        o,l,l0,t,t0,x,y,z,f,g,p,q,n1,n2,g1,g2,er;
        integer i,j,e,k; array m[1:12];
real procedure ar(q); value q; real q;
        ar:=arctan(q/sqrt(1-q2));
procedure rep(q,p); value q; real q,p;
        if abs(q) ≥ 1 then go to totref else p:=ar(q);
procedure fun(a); real a;
        begin real d,re,u,t;
            u:=cos(x);
            t:=sin(x);
            y:=arctan((l2 × u+dr2 × t)/(l2 × sqrt(n12-u2)));
            d:=sin(y);
            if abs(d/n2) ≥ 1 then go to no;
            re:=r-n1+ar(u/n1)+ar(d/n2);
            a:=sqrt(n22-d2) × cos(y+x-re)-(n1 × n2+sin(y+x-re)) ×
                (l1 × d+cos(y) × ((1-l1) × u-dr1 × t)/sqrt(n12-u2));
            if abs(a) ≤ 10-6 then go to fin;
        end fun;
    p1:=3.141593;
    n1:=n[7]/n[4];
    n2:=n[10]/n[7];
    bn1:=(b × n[1])2;
    bn2:=b × n[4];
    root1:=sqrt(bn1-1);
    if root1 ≥ bn2 then go to totref;

```



```

comment   если последнее условие выполнено, то излучение из
            радиатора не выходит;
root2:=sqrt(bn2↑2-bn1+1);
k1:=-n[11]/n[10]+n[5]/n[4];
k2:=-n[6]/n[4]-n[12]/n[10];
if k1=0 $\vee$ k2=0 then go to limit;
l1:=(n[8]/n[7]-n[11]/n[10])/k1;
l2:=11-(n[9]/n[7]-n[12]/n[10])/k2;
if l2=0 then go to limit;
r:=arctan(root1/root2);
dr1:=(n[2]  $\times$  bn1/(n[1]  $\times$  root1)-n[5]  $\times$  root1/n[4])/(root2  $\times$  k1);
dr2:=dr1-(n[3]  $\times$  bn1/(n[1]  $\times$  root1)-n[6]  $\times$  root1/n[4])/(root2  $\times$  k2);
comment   дальше начинается решение основного уравнения ( I5 );
p:=-0.1; x:=p; fun(f);
for i:=1 step 1 until 10 do
    begin
        x:=-1  $\times$  0.3; fun(g);
        q:=p; p:=x;
        if sign(g)=sign(f) then go to no;
    iter:   x:=p/2+q/2; fun(g);
        if sign(f)=sign(g) then q:=x else p:=x;
        if abs(p-q)  $\geq$  10-6 then go to iter;
fin:   comment   значения  $\chi$  и  $\gamma$ . вычислены, начинается вычисление
            углов  $V_1, V_2, V_3$ ;
g1:=ar(cos(x)/n1);
rep(sin(y)/n2,g2);
er:=r-n1+g1+g2;
z:=arctan(cos(er-y-x)/(n1  $\times$  n2-sin(er-y-x)));
if abs(sin(z))  $\geq$  1/(n1  $\times$  n2) then go to totref;
s[1]:=r-x;

```

```

s[2]:=g1-y;
s[3]:=g2-z;
comment значения углов  $V_1, V_2, V_3$  найдены, дальше де-
ляется проверка, выполняется ли ограничение 3
( см. конец главы I);
sum:=s[1]+s[2]+s[3];
if sum>pi/2 then go to con;
if sin(sum)≤sin(ni) then go to limit;
go to rip;
con: if sin(sum)≤-sin(ni) then go to limit;
rip: h[1]:=sin(x)×cos(y)×cos(z)/(sin(ni-sum)×cos(g1)×cos(g2));
h[2]:=bn2×cos(x)×root1×b;
comment ниже делается проверка полученного результата -
считаются значения угла  $\gamma$  поочередно для основной,
I-ой побочной и 2-ой побочной длины волны;
l:=t:=-10; l0:=t0:=10;
for j:=1,2,3 do
begin
e:=(j-1)×(4-j)/2;
for k:=0,3,6,9 do
m[k+j]:=(n[k+1]+n[k+j]×e)×b;
rep(sqrt(m[j]↑2-1)/m[j+3],v[j]);
if v[j]≥s[1] then go to nofall;
t0:=if v[j]<t0 then v[j] else t0;
t:=if v[j]>t then v[j] else t;
g1:=ar((m[j+3]/m[j+6])×cos(v[j]-s[1]));
rep((m[j+6]/m[j+9])×sin(g1-s[2]),g2);
rep((m[j+9]/m[j+3])×sin(g2-s[3]),o);
s[j+3]:=sum+o-pi/2;
l0:=if s[j+3]<l0 then s[j+3] else l0;

```

```

l:=if s[j+3]>l then s[j+3] else l
end j;
h[3]:=(1-l0)/((t-t0)×h[1]);
go to solved;
no: end i; go to onesign;
solved: end apochromat;

```

Т а б л и ц а
Некоторые апохроматические двойные призмы

Номер случая	I	2	3	4	5	6	7	8
δ	0,8	0,8	0,8	0,8	0,92	1,0	1,0	1,0
γ	0,174533	0,174533	0,174533	0,174533	0,087266	0,087266	0,174533	0,087266
материал	раднатора	ст. ЛК6	ст. ЛК6	ст. ЛК6	флюорит	ЛФ	H ₂ O	пропан40ат
	1-ой призмы	" БФ6	" БФ6	" БФ6	" ЛК3	ст. К8	ст. БФ6	ст. БФ6
	2-ой призмы	" БФ12	" БФ12	" БФ12	" К8	" ТК16	" ТК16	" ТК16
длина волны	основная	G ¹	F	G ¹	G ¹	G ¹	G ¹	G ¹
	1-я побочная	3650 A ⁰	G ¹	G ¹	3650 A ⁰	3650 A ⁰	3650 A ⁰	3650 A ⁰
	2-я побочная	C	D	C	C	C	C	C
показатели преломления	n_1	1,47963	1,48778	1,47573	1,47963	1,44000	1,39732	1,34073
	Δn_1	0,00815	-0,00815	0,00390	0,00815	0,00541	0,00443	0,00661
	$\Delta n_1'$	-0,01094	-0,01909	-0,00492	-0,01094	-0,00710	-0,00609	-0,00921
	n_2	1,58494	1,59974	1,57821	1,49653	1,52687	1,58494	1,58494
	Δn_2	0,01480	-0,01480	0,00673	0,00804	0,00939	0,01480	0,01480
	$\Delta n_2'$	-0,01826	-0,03306	-0,00818	-0,01082	-0,01256	-0,01826	-0,01826
	n_3	1,64745	1,66948	1,63779	1,52687	1,62643	1,62643	1,62643
	Δn_3	0,02203	-0,02203	0,00466	0,00939	0,01266	0,01266	0,01266
$\Delta n_3'$	-0,02568	-0,04771	-0,01144	-0,01256	-0,01650	-0,01650	-0,01650	
τ_1	0,913241	0,938394	0,901371	0,913241	1,235338	1,349845	1,103547	0,295022
τ_2	0,938394	0,913241	0,913241	0,938394	1,261280	1,380858	1,125997	0,297715
τ_3	0,880187	0,880187	0,886537	0,880187	1,203791	1,313009	1,073615	0,291538

Т а б л и ц а (продолжение)

Номер случая	I	2	3	4	5	6	7	8
V_1	1,256695	1,285137	1,241573	1,195400	1,819286	1,822709	1,618901	2,864211
V_2	1,464397	1,481341	1,462269	0,981049	0,39105	-0,463446	-0,480610	0,034165
V_3	-0,513380	-0,506975	-0,522903	-0,002322	0,838009	1,662022	1,530873	0,065401
v_1	0,174532	0,174532	0,174532	0,174532	-0,087266	0,087265	0,174532	0,087264
v_2	0,174246	0,174251	0,174467	0,174208	-0,070476	0,089770	0,174567	0,087264
v_3	0,174028	0,173009	0,174429	0,173964	-0,066126	0,090698	0,174570	0,087264
h_1	0,432	0,438	0,426	0,384	86,62	1,981	0,791	1,924
h_2	0,248	0,244	0,249	0,248	0,242	0,214	0,402	0,304
h_3	0,020	0,060	0,009	0,025	0,0042	0,026	0,00089	0,00003

$$\lambda_G = 4341 \text{ \AA} ; \quad \lambda_F = 4861 \text{ \AA} ; \quad \lambda_D = 5893 \text{ \AA} ; \quad \lambda_C = 6563 \text{ \AA}$$

Объяснение символов, использованных в таблице

τ_1, τ_2, τ_3 (ν_1, ν_2, ν_3) - углы лучей, принадлежащих соответственно основной, I-ой побочной и 2-ой побочной длине волны после выхода из радиатора (призмы);

$$h_1 = \frac{\Delta \nu}{\Delta \tau} = \frac{\sin \bar{x} \cos \bar{y} \cos \bar{z}}{\sin(\nu - \nu_1 - \nu_2 - \nu_3) \cos \gamma_1 \cos \gamma_2} ;$$

$$h_2 = \frac{\Delta \beta}{\Delta \tau} = \beta^2 n_2 \cos \tau \operatorname{tg} \theta ;$$

$$h_3 = \frac{1}{h_1} \frac{(\Delta \nu)_{\max.}}{(\Delta \tau)_{\max.}} ,$$

где $(\Delta \nu)_{\max.}$ и $(\Delta \tau)_{\max.}$ - максимальные разности в углах ν_i и τ_i ($i = 1, 2, 3$) для данного случая.

Заметим здесь, что

$$\frac{\Delta \beta}{\Delta \nu} = \frac{h_2}{h_1} .$$

Параметр h_3 представляет собой меру апохроматичности данной системы, так как он дает отношение разрешающих способностей счетчика при использовании апохроматической системы и без нее (имеется в виду разрешающая способность, которую позволяет дисперсия, а не другие факторы).

При расчете в случаях I ÷ 7 в качестве окружающей среды (n_2) принимался воздух со следующими значениями показателей преломления:

$$\begin{aligned} \lambda_{3650} &= 1,000284; & \lambda_{G'} &= 1,000280; & \lambda_F &= 1,000279; \\ \lambda_D &= 1,000277; & \lambda_C &= 1,000276. \end{aligned}$$

Из данных, приведенных в таблице, можно сделать некоторые заключения:

1. Сравнение случаев 1 и 2 между собой показывает, что в качестве основной длины волны, на направление которой сводятся лучи остальных двух длин волны, следует принимать ту, которая лежит между крайними длинами волны.

2. Случай 4 интересен тем, что роль апохроматического дублета почти полностью выполняет первая призма (из оптического стекла ЛКЗ); в практическом случае наверно можно было бы ограничиться ею одной.

3. В случае 5 лучи падают на последнюю преломляющую грань призмы под углом, очень близким к углу полного внутреннего отражения, и с этим связаны большие значения величин h_1 и $(\Delta \nu)_{\text{макс}}$.

4. Отметим исключительно малую остаточную расходимость лучей в случае радиатора на воде (случай 7) и на пропане (случай 8).

Процедура "Rad"

Процедура "rad" вычисляет значения координат точки, в которой луч излучения Вавилова-Черенкова выходит из радиатора, и числа, пропорциональные направляющим косинусам луча после его выхода из радиатора. Процедура заканчивает работу, если:

1. Поперечный размер радиатора недостаточный - выход на метку small ;

2. Луч испытывает внутреннее отражение на выпускной грани радиатора - выход на метку innerref;

3. задача решена.

Идентификаторы формальных параметров процедуры:

	<u>real</u>		<u>array</u>	<u>r[1:6]</u>
b	- β	r[1]	-	x'
n1	- n	r[2]	-	y'
n2	- n'	r[3]	-	z'
d	- d	r[4]	-	$n' \cos \alpha'$
x0	- x_0	r[5]	-	$n' \cos \beta'$
alfa	- α	r[6]	-	$n' \cos \gamma'$
f1	- φ			
f10	- φ_0			
r0	- z_0			

метки

small

innerref

Идентификаторы, локализованные в теле процедуры:

		<u>real</u>			
pi	-	π	cksi	-	$\cos \xi$
teta	-	θ	s	-	$s \text{ GF}$
ksi	-	ξ	m	-	$\cos \alpha \sin(\theta + \xi)$
t	-	t (HF-рис.2)	sgama	-	$n \sin \gamma_0$
xg	-	} координаты } точки G (рис.2)	gh	-	$d \operatorname{tg} \alpha$ (GH-рис.2)
yg	-		k	-	$\frac{\sin \gamma_0}{s} n$

```

procedure rad(b,n1,n2,d,x0,alfa,fi,fi0,r0,small,innerref)
  result:(r); value b,n1,n2,d,x0,alfa,fi,fi0,r0;
  real b,n1,n2,d,x0,alfa,fi,fi0,r0; array r;
  label small,innerref;
  begin real pi,teta,ksi,t,s,xg,yg,cksi,m,sgama,gh,k;
  pi:=3.141593;
  teta:=arctan(sqrt((b×n1)2-1));
  cksi:=-sin(alfa)×cos(fi-fi0);
  if abs(cksi) < 10-6 then
    begin ksi:=pi/2; go to continue end;
  ksi:=arctan(sqrt(1-cksi2)/cksi);
  if ksi < 0 then ksi:=ksi+pi;
  continue: m:=cos(alfa)×sin(teta+ksi);
  t:=d×sin(teta)/m;
  r[1]:=x0+t×cos(fi);
  r[2]:=t×sin(fi);
  r[3]:=0;
  if r[1]2+r[2]2 > r02 then go to small;

```

```

sgama:=n1×sqrt(1-(m/sin(ksi))2);
if sgama≥n2 then go to innerref;
gh:=d×sin(alfa)/cos(alfa);
xg:=x0-gh×cos(fi0);
yg:=-gh×sin(fi0);
s:=sqrt((r[1]-xg)2+(r[2]-yg)2);
if s<10-5 then
    begin r[4]:=r[5]:=0; r[6]:=n2; go to rect end;
k:=sgama/s;
r[4]:=k×(r[1]-xg);
r[5]:=k×(r[2]-yg);
r[6]:=sqrt(n22-sgama2);
rect: end rad;

```

Процедура "doublet"

Процедура "doublet" вычисляет значения координат точки, в которой луч излучения Вавилова-Черенкова выходит из двойной кольцевой призмы, а также значения направляющих косинусов луча после его выхода из призмы. Она построена на трехкратном применении процедуры "cone", которая вычисляет параметры луча в случае его преломления на конической поверхности.

Процедура "doublet" заканчивает свою работу, если:

1. луч не пересекает одну из преломляющих граней призмы, т.е. он либо проходит вообще мимо призмы, либо выходит из нее не через преломляющую, а боковую грань - выход на метку poscross ;
2. луч испытывает полное внутреннее отражение на одной из преломляющих граней призмы - выход на метку totoref ;

3. луч в результате преломления получил направление в сторону
обратно, чем частица, которая его испустила - выход на метку return;

4. задача решена.

В процедуре "cone" не исключено переполнение в случае, если
преломляющая грань параллельна оптической оси ($V = 0$).

Идентификаторы формальных параметров процедуры "doublet":

real

n1	-	n_1	r2	-	r_2
n2	-	n_2	v2	-	V_2
n	-	n'	r3	-	r_3
z1	-	Z_1	v3	-	V_3
r1	-	r_1	r4	-	r_4
v1	-	V_1			

array

s[1:6]			t[1:6]		
s[1]	-	x'	t[1]	-	x_3
s[2]	-	y'	t[2]	-	y_3
s[3]	-	z'	t[3]	-	z_3
s[4]	-	$n' \cos \alpha'$	t[4]	-	$n' \cos \alpha_3$
s[5]	-	$n' \cos \beta'$	t[5]	-	$n' \cos \beta_3$
s[6]	-	$n' \cos \gamma'$	t[6]	-	$n' \cos \gamma_3$

МЕТКИ : nocross, totref, return.

Идентификаторы, локализованные в теле процедуры "doublet":

<u>array</u>					
y [1:6]			z [1:6]		
y [1]	-	x_1	z [1]	-	x_2
y [2]	-	y_1	z [2]	-	y_2
y [3]	-	z_1	z [3]	-	z_2
y [4]	-	$n_1 \cos \alpha_1$	z [4]	-	$n_2 \cos \alpha_2$
y [5]	-	$n_1 \cos \beta_1$	z [5]	-	$n_2 \cos \beta_2$
y [6]	-	$n_1 \cos \gamma_1$	z [6]	-	$n_2 \cos \gamma_2$
<u>real</u>					
z2	-	Z_2	z0	-	$Z_3 (Z_2)$
z3	-	Z_3	r0	-	$r_3 (r_2)$
z4	-	Z_4			

Идентификаторы формальных параметров процедуры "cone":

<u>array</u>					
e [1:6]			f [1:6]		
e [1]	-	x_0	f [1]	-	x'
e [2]	-	y_0	f [2]	-	y'
e [3]	-	z_0	f [3]	-	z'
e [4]	-	$n_0 \cos \alpha_0$	f [4]	-	$n' \cos \alpha'$
e [5]	-	$n_0 \cos \beta_0$	f [5]	-	$n' \cos \beta'$
e [6]	-	$n_0 \cos \gamma_0$	f [6]	-	$n' \cos \gamma'$
<u>real</u>					
n1	-	n_0	x1	-	} координаты двух точек (рис. 6), между которыми заключена преломляющая поверхность
n2	-	n'	u1	-	
v	-	V	x2	-	
			u2	-	

Идентификаторы, локализованные в теле процедуры "cone":

<u>real</u>			
pi	- π	d	- D
cv	- $\cotg V$	k	- k
tv	- $\text{tg}^2 V$	ε	- $\frac{\Gamma}{D}$
k1	- $\frac{\cos^2 \alpha_0 + \cos^2 \beta_0}{\cos^2 \gamma_0}$	root	- $\sqrt{B^2 - AC}$
k2	- $\frac{x_0 \cos \alpha_0 + y_0 \cos \beta_0}{\cos \gamma_0}$	h	- $\frac{\bar{x}' - \bar{x}_0}{n_0 \cos \gamma_0}$
b	- B	x0	- Z_0
c	- C	a	- A
q	- $(\bar{x}')_1$	m	- $(\bar{x}' - Z_0) \text{tg}^2 V$
o	- $n^2 - n_0^2 + k^2$	p	- $\max(P_1, \bar{x}_0)$
r	- $(\bar{x}')_2$	p1	- P_1
		p2	- P_2

```

procedure doublet(n1,n2,n,z1,r1,v1,r2,v2,r3,v3,r4,s,nocross,
totref,return)result:(t);
  value n1,n2,n,z1,r1,v1,r2,v2,r3,v3,r4,s;
  real n1,n2,n,z1,r1,v1,r2,v2,r3,v3,r4; array s,t;
  label nocross,totref,return;
begin array y,z 1:6 ; real z2,z3,z4,z0,r0;
procedure cone(n1,n2,v,x1,u1,u2,e)result:(x2,f);
  value n1,n2,v,x1,u1,u2,e; real n1,n2,v,x1,u1,u2,x2;
  array e,f;
  begin real pi,tv,k1,k2,b,c,q,r,d,k,ε,root,o,a,h,m,p,cv,x0,
p1,p2;
  pi:=3.141593;
  cv:=cos(v)/sin(v);
  x2:=x1+(u2-u1)× cv;

```

```

p1:=x1; p2:=x2;
if x1>x2 then begin p1:=x2; p2:=x1 end;
x0:=x1-u1x cv;
if abs(cos(v))>10-6 then go to continue;
comment коническая поверхность превращена в плоскость ;
f[3]:=p1; f[4]:=e[4]; f[5]:=e[5];
f[6]:=sqrt(n22-n12+e[6]2);
go to all;
continue: comment в случае конической поверхности;
tv:=(1/cv)2;
k1:=(e[4]2+e[5]2)/e[6]2;
k2:=(e[1]×e[4]+e[2]×e[5])/e[6];
a:=k1-tv;
b:=k2-e[3]×k1+x0×tv;
c:=e[1]2+e[2]2+k1×e[3]2-2×k2×e[3]-tv×x02;
if abs(a)<10-8 then begin q:=-c/(2×b); go to comp end;
root:=sqrt(b2-a×c);
q:=(root-b)/a;
r:=-c/(root+b)/a;
comp: p:=if p1>e[3] then p1 else e[3];
if q>p^a q<p2 then f[3]:=q else if r>p^r<p2 then f[3]:=r
else go to nocross;
all: h:=(f[3]-e[3])/e[6];
f[1]:=e[1]+h×e[4];
f[2]:=e[2]+h×e[5];
comment значения координат точки падения на призму
вычислены;
if f[3]=p1 then go to fin;
m:=tv×(f[3]-x0);

```

```

d:=sqrt(f[1]2+f[2]2+m2);
k:=m×e[6]-f[1]×e[4]-f[2]×e[5];
if k<0 then d:=-d;
k:=k/d;
o:=n22-n12+k2;
if o<0 then go to totref;
g:=(sqrt(o)-k)/d;
f[4]:=e[4]-g×f[1];
f[5]:=e[5]-g×f[2];
f[6]:=e[6]+g×m;
if f[6]<0 then go to return;
fin: end cone;
cone(n,n1,v1,z1,r1,r2,s,z2,y);
cone(n1,n2,v1+v2,z2,r2,r3,y,z3,z);
if v2×v3>0 then
begin z0:=z2; r0:=r2; go to triang end;
z0:=z3; r0:=r3;
triang: cone(n2,n,v1+v2+v3,z0,r0,r4,z,z4,t)
end doublet;

```

Процедура "centre"

Процедура "centre" осуществляет преобразование системы координат согласно пункту 3 главы 2 настоящей работы в том случае, если ось сферического зеркала параллельна оси x старой системы координат (т.е. если не используется наклонное зеркало).

Идентификаторы формальных параметров процедуры :

<u>array</u>					
a [1:6]			b [1:6]		
a [1] -	x_1	}	b [1] -	x_0	}
a [2] -	y_1		b [2] -	y_0	
a [3] -	z_1		b [3] -	z_0	
a [4] -	$\cos \alpha_1$		b [4] -	$\cos \alpha_0$	
a [5] -	$\cos \beta_1$		b [5] -	$\cos \beta_0$	
a [6] -	$\cos \gamma_1$		b [6] -	$\cos \gamma_0$	

Если вершина зеркала не лежит на оси z старой системы координат, то следует подставить:

$$\begin{aligned} a[1] &= x_1 - \Delta \cos \nu \\ a[2] &= y_1 + \Delta \sin \nu \end{aligned}$$

$$\underline{\text{real}} \quad z \quad = \quad Z_v$$

```

procedure centre(z,a)result:(b);
    value z,a; real z; array a,b;
begin
    b[1]:=a[1]; b[2]:=-a[2]; b[3]:=z-a[3];
    b[4]:=a[4]; b[5]:=-a[5]; b[6]:=-a[6]
end centre;

```

Процедура "inclined"

Процедура "inclined" осуществляет преобразование системы координат согласно пункту 3 главы 2 настоящей работы в том случае, если ось сферического зеркала наклонена относительно оси z старой системы координат (т.е. если имеется наклонное зеркало).

Процедура "mirror"

Процедура "mirror" вычисляет значения координат точки, в которой световой луч падает на сферическое зеркало, а также значения направляющих косинусов луча после его отражения на зеркале. Процедура заканчивает работу, если:

1. луч не падает на зеркальную поверхность зеркала - выход на метку nomir ;
2. задача решена.

Идентификаторы формальных параметров процедуры:

array

s [1:6]			z [1:6]		
s [1]	-	x_0	z [1]	-	x'
s [2]	-	y_0	z [2]	-	y'
s [3]	-	z_0	z [3]	-	z'
s [4]	-	$\cos \alpha_0$	z [4]	-	$\cos \alpha'$
s [5]	-	$\cos \beta_0$	z [5]	-	$\cos \beta'$
s [6]	-	$\cos \gamma_0$	z [6]	-	$\cos \gamma'$

real

r	-	R		
u	-	радиус зеркальной поверхности ;		
o	-	радиус отверстия в зеркале ;		

real

a	-	A	p	-	} корни уравнения (27)
a1	-	A'	q	-	
b	-	B	w	-	$x'^2 + y'^2$
c	-	C	d	-	2D
root	-	$\sqrt{B^2 - AC}$	k	-	$\frac{x' - x_0}{\cos \gamma_0}$

```

procedure mirror(r,u,o,s,nomir)result:(z);
    value r,u,o,s; real r,u,o; array s,z; label nomir;
begin real a1,a,b,c,root,p,q,w,d,k;
a1:=(s[1]×s[4]+s[2]×s[5])/s[6];
a:=(s[4]↑2+s[5]↑2)/s[6]↑2+1;
b:=a1-s[3]×(a-1)-r;
c:=s[1]↑2+s[2]↑2+(a-1)×s[3]↑2-2×s[3]×a1;
root:=sqrt(b↑2-a×c);
p:=(root-b)/a;
q:=-(root+b)/a;
z[3]:=if p<q then p else q;
k:=(z[3]-s[3])/s[6];
z[1]:=s[1]+k×s[4];
z[2]:=s[2]+k×s[5];
w:=z[1]↑2+z[2]↑2;
if w<o↑2√w>u↑2 then go to nomir;
d:=2×(z[1]×s[4]+z[2]×s[5]+(z[3]-r)×s[6])/(w+(z[3]-r)↑2);
z[4]:=s[4]-d×z[1];
z[5]:=s[5]-d×z[2];
z[6]:=s[6]-d×(z[3]-r)
end mirror;

```

Процедура "plane"

Процедура "plane" вычисляет значения координат точки, в которой световой луч пересекает плоскость, параллельную оси y системы координат, а также расстояние этой точки от точки, в которой эту плоскость пересекает ось светового конуса, наклоненная под углом η к оси z .

Идентификаторы формальных параметров процедуры:

<u>array</u>						
	$z[1:6]$			$m[1:4]$		
$z[1]$	-	x_0		$m[1]$	-	x'
$z[2]$	-	y_0		$m[2]$	-	y'
$z[3]$	-	z_0		$m[3]$	-	z'
$z[4]$	-	$\cos \alpha_0$		$m[4]$	-	d
$z[5]$	-	$\cos \beta_0$				
$z[6]$	-	$\cos \gamma_0$				

<u>real</u>						
a	-	a		ϵ	-	ϵ
η	-	η				

Идентификаторы, локализованные в теле процедуры:

<u>real</u>						
t	-	$\text{tg } \epsilon$		u	-	$a - z_0$
v	-	$\cos \gamma_0 + \text{tg } \epsilon \cos \alpha_0$				

```

procedure plane(a,epsilon,eta,z)result:(m);
    value a,epsilon,eta,z; real a,epsilon,eta; array z,m;
begin real t,u,v;
t:=sin(epsilon)/cos(epsilon);
u:=a-z[3];
v:=z[6]+t*x z[4];
m[1]:=(z[1]*z[6]+u*x z[4])/v;
m[2]:=z[2]+z[5]*(u-z[1]*t)/v;
m[3]:=a-m[1]*t;
m[4]:=sqrt((m[1]-2*a/(t+sin(eta)/cos(eta)))2+m[2]2)
end plane;
  
```

Л и т е р а т у р а

1. В.П. Зрелов. ПТЭ, № 3, 100 (1965).
2. P.Duteil, L.Gilly, R.Meunier, J.P.Stroot and M.Spighel. Rev.Sci.Instr. 35, 1523 (1964).
3. М. Герцбергер. Современная геометрическая оптика. ИЛ, Москва, 1962, стр.19.
4. М.И. Агеев, В.П. Алик, Р.М. Галис. Алгоритмы (1-50), Вычислительный центр АН СССР, Москва, 1966.

Рукопись поступила в издательский отдел
23 августа 1967 г.

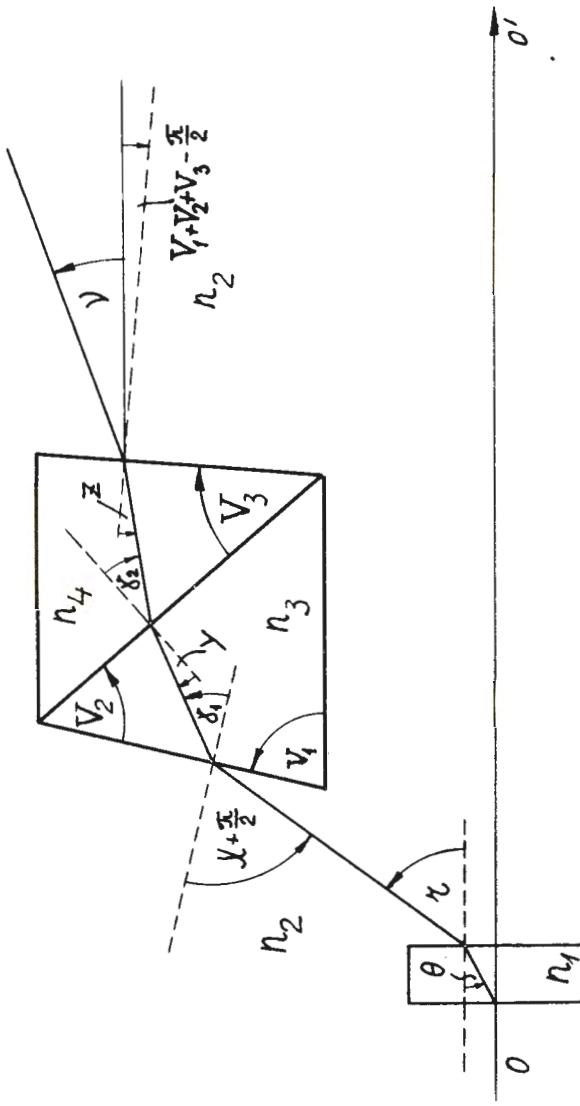


Рис. 1.

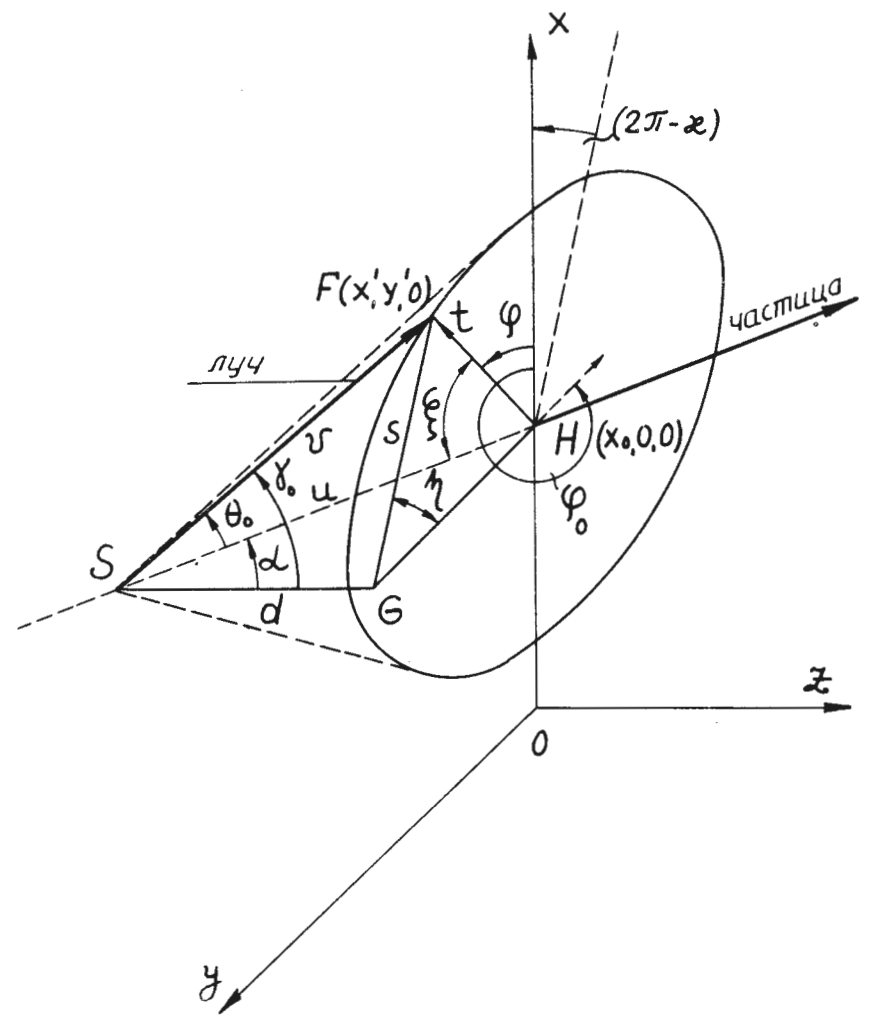


Рис. 2

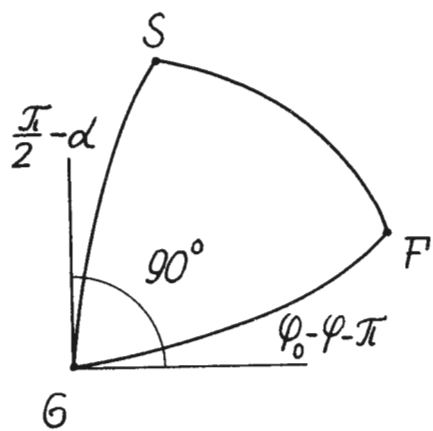


Рис. 3

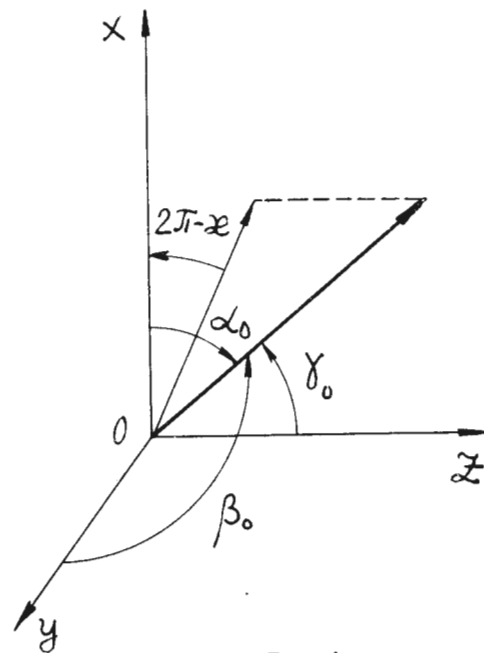


Рис. 4

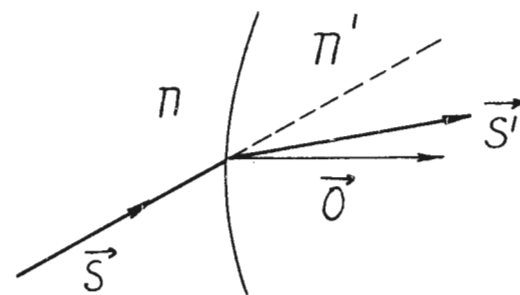


Рис. 5

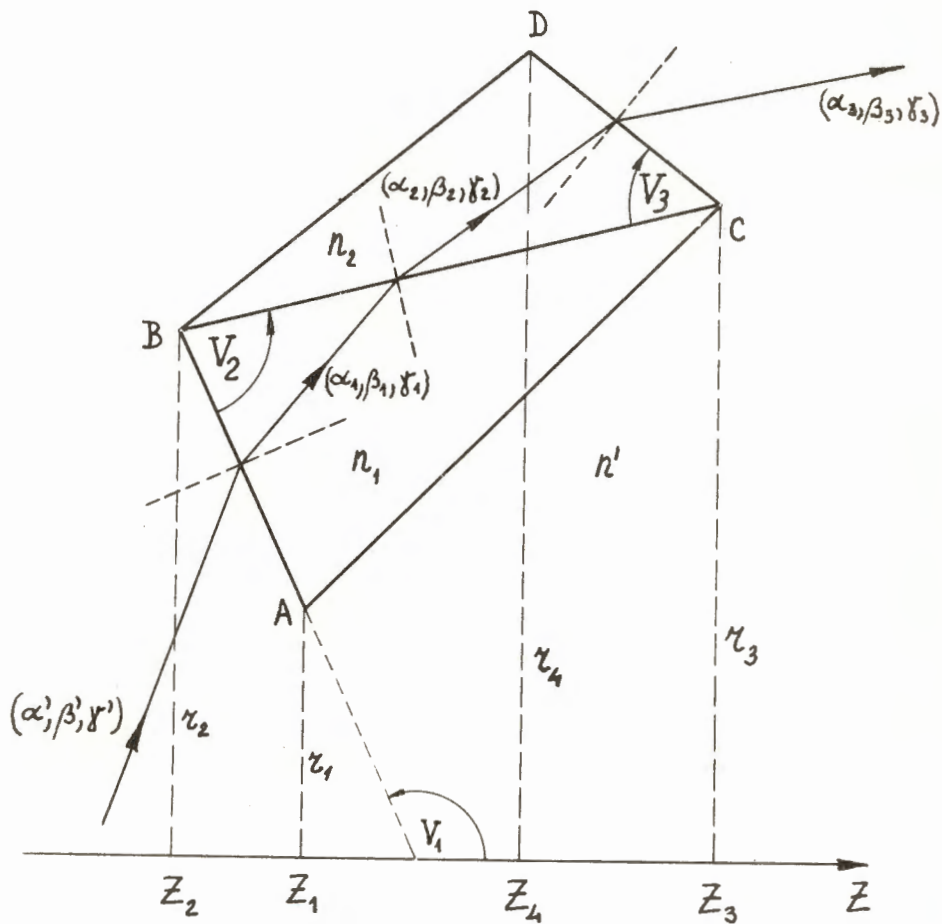


Рис. 6

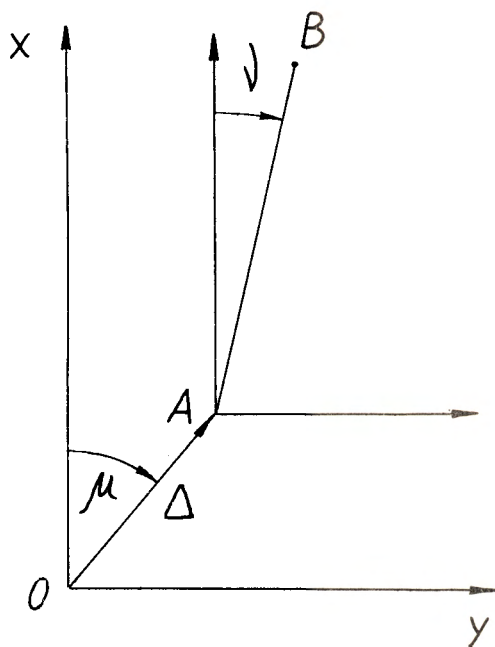


Рис. 7

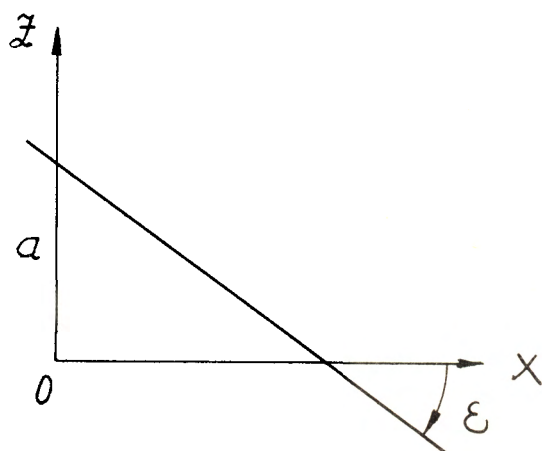


Рис. 8