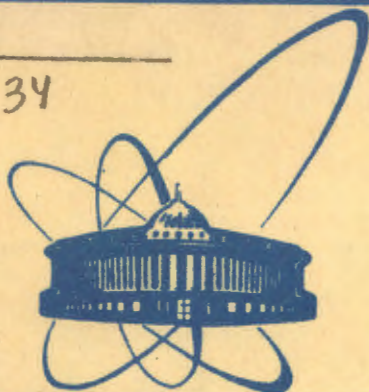


П-34



27

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

27/2-80

14/1-8  
P13 - 12878

А.Ф.Писарев

КОГЕРЕНТНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ ПРИЕМ  
ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН  
В ОПТИЧЕСКОМ ДИАПАЗОНЕ

1979

Писарев А.Ф.

P13 - 12878

Когерентно-параметрический прием гравитационных волн в оптическом диапазоне

Выполнен математический анализ когерентно-параметрического преобразования монохроматических гравитационных волн в световое излучение в оптической среде. Показано, что при совместном распространении гравитационной волны частотой  $\Omega$  и мощной световой волны частотой  $\omega_1$  в среде эффективно генерируется новая световая волна на комбинационной частоте  $\omega_2 = \Omega - \omega_1$ . Делается вывод о возможности постановки в настоящее время полного опыта по излучению и приему гравитационных волн в лабораторных масштабах.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований, Дубна 1979

Pisarev A.F.

P13 - 12878

The Coherent Parametrical Transformation of Gravitational Waves within the Optical Medium

The coherent parametrical transformation of homogeneous gravitational waves into a luminous radiation within the optical medium has been analysed mathematically. It has been shown that at the simultaneous propagation of a  $\Omega$ -frequency gravitational wave and of a powerful  $\omega_1$ -frequency light wave a new light wave is effectively generated in the medium at the combinational frequency  $\omega_2 = \Omega - \omega_1$ . A conclusion is made that it is presently possible to set-up a complete experiment on the radiation and on the receiving of gravitational waves within the laboratory scale.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1979

ВВЕДЕНИЕ

Возможность создания искусственного генератора монохроматического гравитационного излучения - гравитационного лазера - в оптическом диапазоне частот достаточно высокой мощности, показанная недавно в теоретической работе<sup>/1/</sup>, выдвигает задачу эффективного приема такого излучения с целью постановки полного лабораторного опыта по проверке одного из фундаментальных следствий общей теории относительности - существования в природе гравитационных волн. Настоящая работа выполнена в плане решения именно этой задачи. Здесь дан математический анализ когерентно-параметрического преобразования в среде монохроматических гравитационных волн в световое излучение. Рассматриваются два варианта гравитационно-электромагнитной трансформации энергии. В первом из них гравитационная волна, распространяясь в среде, поляризованной постоянным электрическим полем, возбуждает квадрупольные колебания масс, входящих в наведенные и постоянные электрические диполи, ориентированные по внешнему полю. В свою очередь, колебания масс сопровождаются синфазным колебательным движением связанных с массами электрических зарядов, которые становятся источником излучения световой волны той же частоты, что и гравитационная волна. Во втором варианте анализируется совместное распространение в среде монохроматической гравитационной волны частотой  $\Omega$  и интенсивной световой волны частотой  $\omega_1$ . Эти волны, параметрически связанные в среде друг с другом, возбуждают новую световую волну на комбинационной частоте  $\omega_2 = \Omega - \omega_1$ . При обеспечении пространственно-временного синхронизма между тремя волнами в среде наступает эффективная генерация комбинационной волны. Некоторые аспекты данной задачи рассматривались также в работе<sup>/5/</sup>.

2. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГРАВИТАЦИОННОЙ ВОЛНЫ В СВЕТОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИ ПОЛЯРИЗОВАННОЙ СРЕДЕ

Колебание масс, составляющих постоянные или наведенные внешним полем электрические диполи, под действием гравита-



ционной волны определяется уравнением для затухающего осциллятора:

$$\ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{1}{m} F, \quad /1/$$

где  $m$  - приведенная масса осциллятора;  $\omega_0$  - собственная частота колебаний;  $\gamma$  - постоянная затухания осциллятора;  $x$  - амплитуда колебаний;  $F$  - сила, действующая на осциллятор со стороны гравитационной волны, равная <sup>/2/</sup>:

$$F = -\frac{1}{2} m \Omega^2 d h_0 e^{-i\Omega t}, \quad /2/$$

где  $h_0$  - амплитуда гравитационной волны;  $\Omega$  - угловая частота,  $2d$  - эффективное расстояние между массами в электрических диполях, находящихся во внешнем постоянном электрическом поле, действующем по оси  $x$ . В силу связанности электрических зарядов с массами величину  $2d$  в уравнении /1/ можно рассматривать одновременно и как расстояние между зарядами в диполях. С учетом /2/ уравнение /1/ принимает вид:

$$\ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = -\frac{1}{2} \Omega^2 d h_0 e^{-i\Omega t}. \quad /3/$$

Стационарным решением данного уравнения является

$$x = -\frac{\Omega^2 d h_0}{2(\omega_0^2 - \Omega^2 - i\Omega\gamma)} e^{-i\Omega t} \equiv x_0 e^{-i\Omega t}. \quad /4/$$

Примем, что гравитационная волна распространяется вдоль оси  $z$ , и начало системы координат совмещено с границей входа волны в среду. Тогда высокочастотную поляризацию в среде, возникающую за счет смещения зарядов на величину  $x$  под действием гравитационной волны, можно записать на основании /4/ в следующем виде:

$$P(z, t) = \frac{1}{2} N e x_0 e^{-i(\Omega t - k z)} + \text{к.с.}, \quad /5/$$

где  $k$  - волновой вектор гравитационной волны, равный  $\Omega/c$ ,  $c$  - скорость света в вакууме,  $N/\text{см}^{-3}$  - плотность ориентированных или наведенных диполей в среде,  $e$  - заряд электрона. "Бегущая" в оптической среде поляризация  $P$  будет генерировать световую волну

$$E(z, t) = \frac{1}{2} E_0(z) e^{-i(\omega_1 t - k_1 z)} + \text{к.с.}, \quad /6/$$

где  $k_1$  - волновой вектор световой волны, равный  $\frac{\omega_1 n_1}{c}$ ;  $n_1$  - оптический показатель преломления среды на частоте  $\omega_1 = \Omega$ .

Подставим теперь значение  $P$  из /5/ и  $E$  из /6/ в волновое уравнение Максвелла:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \quad /7/$$

и решим это уравнение в предположении заданного поля гравитации и слабости изменения светового поля  $E$  с расстоянием  $z$ , т.е. учтем, что  $\frac{\partial^2 E_0}{\partial z^2} \ll k_1 \frac{\partial E_0}{\partial z}$ . После несложных вычислений получим выражение для амплитуды световой волны, генерируемой гравитационной волной в среде на длине  $z = L$ :

$$E_0(z=L) = -i \frac{2\pi N e \omega_1^2 x_0}{k_1 c^2 \Delta k} (e^{-i\Delta k L} - 1), \quad /8/$$

где  $\Delta k = k - k_1$ . Используя формулу /8/, найдем мощность светового излучения:

$$W = \frac{n_1 c E E^*}{8\pi} s = \frac{\pi N^2 e^2 \omega_1^2 |x_0|^2 L^2 s}{2 n_1 c} \left| \frac{\sin \phi}{\phi} \right|^2, \quad /9/$$

где  $\phi = \frac{\Delta k L}{2} = \frac{\Omega L}{2c} (n_1 - 1)$ ;  $s$  - поперечное сечение светового луча, равное сечению гравитационного потока в среде. Мощность светового потока  $W$  принимает максимальное значение, как видно из /9/, при  $\phi = \pi/2$ , т.е. на когерентной длине  $L_k = \frac{\pi c}{\Omega(n_1 - 1)}$ . Если для оценки принять  $\Omega = 10^{15}$  рад·с<sup>-1</sup> и  $n_1 \approx 1,5$ , то  $L_k \approx 2 \cdot 10^{-4}$  см. Видим, что когерентная длина светового излучения в рассматриваемом варианте чрезвычайно мала. Для повышения интенсивности  $W$  необходимо либо применять искусственный прием квазисинхронизации <sup>/3,4/</sup> гравитационной и световой волн с целью увеличения  $L_k$ , либо разбивать протяженный излучатель на большое число независимых элементарных излучателей длиной  $L_k$ .

Оценим по порядку величины мощность светового излучения, получаемую на одной когерентной длине  $L_k = 2 \cdot 10^{-4}$  см при следующих предположениях:  $\Omega \approx \omega_0 \approx \omega_1 = 10^{15}$  рад·с<sup>-1</sup>,  $\gamma = 10^8$  рад·с<sup>-1</sup>,  $N = 10^{23}$  см<sup>-3</sup>,  $s = 1$  см<sup>2</sup>,  $d = 10^{-8}$  см, и мощность принимаемой гравитационной волны от гразера <sup>/1/</sup>  $\approx 10^{-1}$  эрг·с<sup>-1</sup>. Подстановка этих данных в формулу /4/ и затем в /9/ дает  $W = 10^{-32}$  эрг·с<sup>-1</sup>. Если увеличить когерентную длину излучения  $L_k$  до  $10^3$  см указанным выше методом, то мощность светового излучения можно будет поднять до  $10^{-18}$  эрг·с<sup>-1</sup>.



### 3. ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГРАВИТАЦИОННОЙ ВОЛНЫ В СВЕТОВУЮ

Эффективность параметрической связи гравитационной волны частотой  $\Omega$  и интенсивной световой волны частотой  $\omega_1$  в среде может быть установлена из уравнения /3/, если к правой части его добавить член  $-\frac{e}{m} E_{10} e^{-i\omega_1 t}$ , соответствующий силе электромагнитного взаимодействия световой волны с осциллятором единичной массы. С учетом этого замечания уравнение /3/ запишем в следующем виде:

$$\ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega_0^2 \left[ 1 + \frac{\Omega^2 h_0}{2\omega_0^2} \cos(\Omega t + \psi_H) \right] x = -\frac{e}{m} E_{10} \cos \omega_1 t. \quad /10/$$

При переходе от /3/ к /10/ произведена замена  $d \rightarrow x$ . Уравнение /10/ является типичным параметрическим уравнением, которое для случая  $\Omega/2 = \omega_0 \approx \omega_1$  и разностной частоты  $\omega_2 = \Omega - \omega_1$  имеет решение:

$$x = x_1 \sin \omega_1 t + x_2 \sin(\omega_2 t + \psi_0). \quad /11/$$

Здесь приняты обозначения:

$$x_1 = -\frac{e E_{10}}{m \omega_1 \gamma (1 - \beta^2)}; \quad x_2 = x_1 \beta; \quad /12/$$

$$\beta = \frac{h_0}{4} \frac{\omega_1 \Omega^2}{\gamma \omega_0^2}; \quad /13/$$

$\psi_0$  - постоянная фаза, которую будем считать далее равной нулю. Параметр  $\beta^2 \ll 1$  и поэтому данную величину в знаменателе выражения /12/ в последующем можно не учитывать.

Будем считать, что гравитационная волна и исходная световая волна частотой  $\omega_1$  распространяются вдоль оси  $z$ , тогда в соответствии с /11/ и /12/ нелинейную часть поляризации вещества можно записать в следующей форме:

$$P(z, t) = N e x_2 \cos \omega_2 t = \frac{1}{2} N e \beta x_1 e^{-i[(\Omega - \omega_1)t - (\vec{k} - \vec{k}_1)z]} + \text{к.с.}, \quad /14/$$

где  $k$  и  $k_1$  - соответственно волновые векторы гравитационной и световой волн. Распространение в среде поляризации  $P$  будет сопровождаться излучением новой световой волны на комбинационной частоте  $\omega_2 = \Omega - \omega_1$ :

$$E_2(z, t) = \frac{1}{2} E_{20}(z) e^{-i(\omega_2 t - k_2 z)} + \text{к.с.}, \quad /15/$$

где  $k_2$  - волновой вектор световой волны, равный  $\frac{\omega_2}{c} n_2$ .

Подстановка выражений /14/ и /15/ в волновое уравнение /7/ и решение этого уравнения в предположении заданного гравитационного поля и поля исходной световой волны дает амплитуду для вновь генерируемой световой волны на длине  $z=L$ :

$$E_2(z=L) = -i \frac{2\pi N e \omega_2^2 \beta x_1}{k_2 c^2 \Delta k} (e^{-i\Delta k L} - 1). \quad /16/$$

Здесь  $\Delta k = |\vec{k} - \vec{k}_1 - \vec{k}_2|$ . Аналогично тому, как была получена формула /9/, найдем мощность вновь излучаемой световой волны на частоте  $\omega_2$ :

$$W(\omega_2) = \frac{\pi (N e \beta x_1 \omega_2 L)^2 s}{2 n_2 c} \left| \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right|^2. \quad /17/$$

При полном пространственно-волновом синхронизме всех трех взаимодействующих волн  $\Delta k = 0$  длина когерентного параметрического преобразователя  $L_k$  может иметь любую протяженность. В этом случае величина  $|\sin \alpha / \alpha|^2$  в выражении /17/ обращается в единицу.

Произведя подстановку /12/ и /13/ в /17/ и выполнив соответствующие преобразования, получим окончательную формулу для мощности светового излучения:

$$W(\omega_2) = \frac{32 \pi^3 N^2 e^4 G \Omega^2 \omega_2^2 L^2 W(\Omega) W(\omega_1)}{n_1 n_2 m^2 c^5 s \gamma^4 \omega_0^4} \text{ эрг/с.} \quad /18/$$

В этой формуле  $W(\Omega)$  есть мощность принимаемой гравитационной волны /эрс  $\cdot$  с $^{-1}$ /, выражаемая через амплитуду  $h_0$  по известной формуле

$$W(\Omega) = \frac{c^3 \Omega^2 s h_0^2}{32 \pi G};$$

$G$  - гравитационная постоянная Ньютона,  $W(\omega_1)$  - мощность первичной световой волны /эрг  $\cdot$  с $^{-1}$ /. Все величины выражения /18/ даны в системе единиц СГС.

Оценим теперь ожидаемую мощность светового излучения  $W(\omega_2)$  в конденсированной оптической среде при следующих параметрах опыта: мощность принимаемой гравитационной волны  $W(\Omega) = 10^{-1}$  эрг  $\cdot$  с $^{-1}$ ; мощность исходной световой волны  $W(\omega_1) = 3 \cdot 10^8$  Вт;  $\Omega = 1,5 \cdot 10^{15}$  рад  $\cdot$  с $^{-1}$ ;  $L = 10^2$  см;  $s = 1$  см $^2$ ;  $\omega_2 = 0,9 \omega_1$ . Рабочая среда - беспримесный полупроводниковый кристалл с шириной запрещенной зоны  $\approx \Omega/2$  при температуре жидкого гелия. В этом случае плотность электронов в кристалле, участвующих в параметрическом колебании,  $N = 10^{23}$  см $^{-3}$ , постоянная затухания поляризации  $\gamma = 10^7$  рад с $^{-1}$  и  $n_1 = n_2 = 1,4$ . Подстановка всех этих величин в формулу /18/ дает:  $W(\omega_2) = 10^{-3}$  эрг с $^{-1}$ . Из полученного результата следует, что за

время типичной длительности гравитационного потока от гравитационного зеркала и первичного светового излучения от лазера  $\sim 10^{-7}$  с в параметрическом приемнике будет генерироваться вспышка из  $10^2$  фотонов на частоте  $\omega_2$ .

Условия пространственно-волнового синхронизма  $\Omega = \omega_1 + \omega_2$  и  $\vec{k} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2$  могут быть сравнительно легко удовлетворены при распространении гравитационной волны и первичной световой волны в положительном направлении оси  $z$  и встречном движении - вновь генерируемой световой волны. В этом случае  $\vec{k} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 \rightarrow \Omega = \omega_1 n_1 - \omega_2 n_2 = \omega_1 + \omega_2$ ;

отсюда находим  $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_2 + 1}{n_1 - 1}$ . Этому соотношению должны удовлетворять показатели преломления  $n_1$  и  $n_2$  рабочей среды.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненный анализ приема монохроматических гравитационных волн в оптическом диапазоне частот путем когерентно-параметрического преобразования их в световое излучение в среде свидетельствует о высокой эффективности данного метода детектирования гравитационной радиации. Применение гравитационного зеркала <sup>1/</sup>, основанного на молекулярных или поляритонных колебаниях, в качестве лабораторного излучателя гравитационных волн и использование параметрического преобразователя в качестве их приемника в принципиальном плане дают полное решение задачи по постановке лабораторного опыта для исследования проблемы гравитационных волн.

Автор благодарит Н.А.Черникова, В.Б.Брагинского, В.И.Никанорова, Н.С.Шавахину, В.С.Дронова и Л.М.Сороко за полезную дискуссию и критические замечания по работе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Писарев А.Ф. ОИЯИ, Р13-12845, Дубна, 1979.
2. Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж. Гравитация. "Мир", М., 1977, т.3.
3. Bloembergen N., Sievers A.F. Appl.Phys. Lett., 1970, 17, p.483.
4. Boyd G.D., Patel S.K. Appl.Phys.Lett., 1966, 8, p.313.
5. Копвиллем У.Х., Нагибаров В.Р. ЖЭТФ, 1969, 56, с.201.

Рукопись поступила в издательский отдел  
22 октября 1979 года.