26

П-34

объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

26/2-80

14/1-80

Р13 - 12845

А.Ф.Писарев

ИЗЛУЧАТЕЛЬ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН В ОПТИЧЕСКОМ ДИАПАЗОНЕ ЧАСТОТ - ГРАЗЕР

1979

P13 - 12845

А.Ф.Писарев

ИЗЛУЧАТЕЛЬ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН В ОПТИЧЕСКОМ ДИАПАЗОНЕ ЧАСТОТ - ГРАЗЕР

Направлено в ЖЭТФ

Писарев А.Ф. P13 - 12845

Излучатель гравитационных волн в оптическом диапазоне частот - гразер

Предлагается излучатель гравитационных волн в оптическом диапазоне частот - гразер, основанный на когерентном параметрическом преобразовании лазерного света в гравитационную волну в оптически прозрачной среде. Расчетами показано, что при лазерной накачке мощностью $6 \cdot 10^9$ Вт и длине гразера 1 м, выполненного на основе конденсированной оптической среды, мощность остро направленного гравитационного излучения может достигать 10^{-1} эрг c^{-1}.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1979

Pisarev A.F. P13 - 12845

GRASER-A Radiator of Gravitational Waves in the Frequency Optical Band

A radiator of gravitational waves in the frequency optical band ("a graser") is suggested. It is based on the coherent parametric transformation of laser light into a gravitational wave in the optically translucent medium. The calculations show that at the laser pumping of $6 \cdot 10^9$Vt and at the 1 m length of the "graser" built on the basis of a condensed optical medium the sharply directional gravitational radiation can reach 10^{-1} erg c^{-1}.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1979

ВВЕДЕНИЕ

Проблема существования в природе гравитационных волн, переносящих энергию и импульс, составляет одну из важнейших задач ОТО. В теоретическом плане в самое последнее время гравитационные волны получили новое физическое обоснование в фундаментальных исследованиях [1,2]. В экспериментальном же отношении основная направленность исследований по этой проблеме связана с поиском гравитационной радиации астрофизического происхождения, возможно, приходящей к нам на Землю. Более двух десятков экспериментальных групп в мире включились в эту программу. Однако надежного доказательства регистрации космического гравитационного излучения до сих пор не получено. В этой связи назрела явная необходимость в разработке чисто лабораторного метода проверки радиационного эффекта в гравитации, в котором одновременно использовались бы искусственный излучатель гравитационных волн и их приемник. Одна из двух сторон этой сложной проблемы заключается, как видим, в создании гравитационного генератора с порогом мощности, достаточной для надежного обнаружения лабораторными приемниками. В этом плане в литературе предлагалось несколько способов генерирования гравитационных волн в лабораторных масштабах /см., например, обзоры [3-5]/. Среди предложенных методов наибольшего внимания заслуживает, пожалуй, способ излучения гравитационных волн колеблющимися электронами в плазме [6,7]. При осцилляции сгустка электронов можно обеспечить заметный поток гравитационной радиации. Однако практическая реализуемость плазменного метода излучения гравитации чрезвычайно сложна [7].

В данной работе анализируется новый метод гравитационного излучения, основанный на когерентном преобразовании в веществе параметрически связанных световых и гравитационных волн. Когерентные световые волны в среде формируют пространственную "решетку" сфазированных по объему колебаний электронных и молекулярных масс, которые становятся, в свою очередь, квадрупольными когерентными источниками излучения монохроматических гравитационных волн. Такое преобразование световых волн в гравитационную волну по своему физическому смыслу аналогично явлению взаимной трансформации световых гармоник в нелинейной оптической среде, а также параметрическому преобразованию света в фононную и спиновую волны.

Расчеты показывают, что при использовании современных оптических лазеров мощностью $\sim \epsilon \cdot 10^{9}$ Вт можно получить остро направленный гравитационный поток с энергией до 10^{-1} эрг $с^{-1}$. Такой генератор гравитационных волн можно рассматривать как гравитационный лазер в оптическом диапазоне частот - гразер /8/. Близкое по смыслу рассмотрение задачи излучения гравитационных волн микроквадруполями содержится также в работе /9/.

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ КОГЕРЕНТНАЯ СВЯЗЬ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ И ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН В СРЕДЕ

Рассмотрим параметрическое квазистационарное взаимодействие двух плоских гармонических электромагнитных волн и одной гравитационной волны, распространяющихся в оптически-изотропной среде:

$$E_1(r,t) = \frac{1}{2} E_{10}(r) \exp[-i(\omega_1 t - \vec{k}_1 \vec{r}) + \phi_1] + \text{k.c.}, \qquad /1/$$

$$E_2(r,t) = \frac{1}{2} E_{20}(r) \exp[-i(\omega_2 t - \vec{k}_2 \vec{r}) + \phi_2] + \text{k.c.}, \qquad /2/$$

$$h(r,t) = \frac{1}{2} h_0(r) \exp[-i(\Omega_Г t - \vec{k}_Г \vec{r}) + \phi_3] + \text{k.c.}, \qquad /3/$$

где ω_1, ω_2 и $\Omega_Г$ - угловые частоты электромагнитных и гравитационных волн соответственно; $\vec{k}_1$, $\vec{k}_2$, $\vec{k}_Г$ - волновые векторы; E_{10}, E_{20}, h_0 - амплитуды электромагнитных и гравитационной волн, зависящих только от $\vec{r}$. Ниже всюду примем, что электромагнитные волны имеют длительность световых пакетов 10^{-7} - 10^{-8} с, достаточную для обеспечения квазистационарности процесса. Волны в среде вызывают высокочастотную электрическую поляризацию за счет наведенной осцилляции электронов и ядер в молекулах или элементарных ячейках кристалла:

$$\mathcal{P}_1 = \alpha_1 E_1 + \alpha_2 E_2 + N_0 e(\langle x_1 \rangle + \langle x_2 \rangle)\beta h = (\alpha_1 E_1 + \alpha_2 E_2)(1 + \beta h); \qquad /4/$$

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_2 &= \left(\frac{\partial \alpha}{\partial q}\right)_0 (\langle q \rangle + \langle q \rangle \beta h)(E_1 + E_2) = \\ &= \left(\frac{\partial \alpha}{\partial q}\right)_0 \langle q \rangle (E_1 + E_2)(1 + \beta h). \end{aligned} \qquad /5/$$

В этих выражениях α_i - электронная поляризуемость вещества на частоте ω_i , $\langle q \rangle$ – нормальная колебательная координата атомов в молекулах вещества, $\left(\frac{\partial \alpha}{\partial q}\right)_0$ вычисляется в равновесном положении ядер, β – коэффициент пропорциональности, учитывающий дополнительное смещение электронов и атомов в поле гравитационной волны в стационарном режиме, e – заряд электронов, N_0 – плотность электронов $/1/\text{см}^3/$, участвующих в вынужденном колебательном движении, $\langle x \rangle$ – эффективная амплитуда смещения электронов под действием электромагнитных полей. Воздействие гравитационной волны на световые волны в среде, как видно из выражений /4/ и /5/, осуществляется параметрически благодаря члену βh. Подставив выражения /1/, /2/ и /3/ в /4/ и /5/ и выполнив простые преобразования, получим:

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_1 = \frac{1}{2}\{&\alpha_1 E_{10}\exp[-i(\omega_1 t-\vec{k}_1\vec{r})] + \frac{1}{2}\alpha_2\beta h_0(E_{20}\exp[-i[(\Omega_\Gamma+\omega_2)t-\\ &-(\vec{k}_\Gamma+\vec{k}_2)\vec{r}]] + E_{20}^*\exp[-i[(\Omega_\Gamma-\omega_2)t-(\vec{k}_\Gamma-\vec{k}_2)\vec{r}]]) +\\ &+\alpha_2 E_{20}\exp[-i(\omega_2 t-\vec{k}_2\vec{r})] + \frac{1}{2}\alpha_1\beta h_0(E_{10}\exp[-i[(\Omega_\Gamma+\omega_1)t-\\ &-(\vec{k}_\Gamma+\vec{k}_1)\vec{r}]] + E_{10}^*\exp[-i[(\Omega_\Gamma-\omega_1)t-(\vec{k}_\Gamma-\vec{k}_1)\vec{r}]])\} + \text{k.c.},\end{aligned} \qquad /6/$$

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial q}\right)_0 \langle q\rangle\{&E_{10}\exp[-i(\omega_1 t-\vec{k}_1\vec{r})] +\\ &+\frac{1}{2}\beta h_0(E_{20}\exp[-i[(\Omega_\Gamma+\omega_2)t-(\vec{k}_\Gamma+\vec{k}_2)\vec{r}]] +\\ &+E_{20}^*\exp[-i[(\Omega_\Gamma-\omega_2)t-(\vec{k}_\Gamma-\vec{k}_2)\vec{r}]]) + E_{20}\exp[-i(\omega_2 t-\vec{k}_2\vec{r})] +\\ &+\frac{1}{2}\beta h_0(E_{10}\exp[-i[(\Omega_\Gamma+\omega_1)t-(\vec{k}_\Gamma+\vec{k}_1)\vec{r}]] +\\ &+E_{10}^*\exp[-i[(\Omega_\Gamma-\omega_1)t-(\vec{k}_\Gamma-\vec{k}_1)\vec{r}]])\} + \text{k.c.}\end{aligned} \qquad /7/$$

При выводе этих соотношений принималось $\phi_1 = \phi_2 = \phi_3 = 0$.

Для определения эффективности взаимной трансформации электромагнитных и гравитационных волн в среде необходимо решить совместную систему волновых уравнений:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 \mathcal{P}}{\partial t^2}, \qquad /8/$$

$$\frac{\partial^2 \psi_{ik}}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \psi_{ik}}{\partial t^2} = -\frac{16\pi G}{c^4}\tau_{ik}, \qquad /9/$$

где для определенности принято, что взаимодействующие электромагнитные и гравитационные волны распространяются вдоль оси z. В выражениях /8/ и /9/ введены следующие обозначения: $E = E_1 + E_2$; $\mathcal{P}$ - поляризация из /6/ или /7/, G - гравитационная постоянная Ньютона, ψ_{ik} - гравитационно-волновой потенциал, который для рассматриваемого случая /плоской гравитационной волны, распространяющейся по z / имеет отличные от нуля поперечные компоненты /1,10,11/

$$\psi_{xy} = h_{xy}; \quad \psi_{xx} = h_{xx} = -\psi_{yy} = -h_{yy}. \qquad /10/$$

Величина τ_{ik} в выражении /9/ есть тензор энергии-импульса материи, который может быть представлен через колеблющиеся квадрупольные моменты масс I_{ik} следующим образом /10,11/:

$$\tau_{ik} = \frac{N_0}{2}\frac{\partial^2 I_{ik}}{\partial t^2};$$

$$I_{ik} = M\langle x_i x_k \rangle . \qquad /11/$$

Здесь N_0 - число квадруполей в единице объема; $\langle x_i x_k \rangle$- среднее значение амплитуды квантово-механического оператора квадрупольного смещения частиц в колебательном движении. Ограничиваясь случаем изотропной среды и направлением поляризации световых полей по x, будем иметь отличными от нуля вынужденные колебания электронов и ядер только по оси x /магнитным воздействием на колебание частиц со стороны световых волн пренебрегаем/. Поэтому выражение /11/ может быть записано в следующем виде:

$$\tau_{xx} = \frac{N_0}{2}\frac{\partial^2 I}{\partial t^2} = \tau, \qquad /12/$$

где $I = I_{xx}$. В силу /12/ и /9/ ψ_{xy} =const и, следовательно, уравнение /9/ достаточно решить только для одной компоненты ψ_{xx}:

$$\psi_{xx} = h_{xx} = h. \qquad /13/$$

В полях стационарно распространяющихся электромагнитных волн амплитуды квадрупольного смещения электронов $\langle x^2 \rangle$ и ядер $\langle q^2 \rangle$ могут быть найдены по хорошо разработанному в квантовой механике рецепту описания поведения во времени среднего значения механических величин, выражаемых оператором L /см., например, [12] /:

$$\frac{d\langle L\rangle}{dt} = \langle \dot{L} \rangle = \langle [H,L] \rangle, \qquad /14/$$

где принято, что L явно от времени не зависит. В рассматриваемом случае под L понимается $L \to x^2; q^2$. Гамильтониан H представим тремя членами:

$$H = H_0 + H_1 + H_2, \qquad /15/$$

где H_0 - гамильтониан невозмущенной среды; H_1 - оператор энергии взаимодействия между рассматриваемой частицей и окружающей средой, H_2 соответствует взаимодействию анализируемой частицы с внешним полем. Очевидно, H_1 определяет релаксационные процессы в среде в отсутствие внешнего возмущения. Колебание электронов и атомов можно рассматривать как одномерное колебание гармонического осциллятора. Тогда в соответствии с методом вторичного квантования запишем H_0 в общепринятой форме:

$$H_0 = \hbar\Omega (a^+ a + \frac{1}{2}). \qquad /16/$$

Оператор линейного смещения осциллятора

$$x = (\frac{\hbar}{2m\Omega})^{1/2} (a + a^+) \qquad /17/$$

и, соответственно, оператор для квадрата смещения

$$x^2 = (\frac{\hbar}{2m\Omega})(aa + a^+a^+ + a^+a + aa^+). \qquad /18/$$

В этих выражениях m - приведенная масса и Ω - угловая частота осциллятора. Гамильтониан H_2 для смещения ионов или электронов в среде под действием внешнего поля E можно представить в следующем виде:

$$H_2 = -\frac{1}{2}\alpha E^2 = -\frac{1}{2} e x E = -\frac{1}{2} e E (\frac{\hbar}{2m\Omega})^{1/2} (a + a^+). \qquad /19/$$

В случае движения ядер в молекулах, ответственного за комбинационное рассеяние света в веществе, оператор H_2 может быть записан в следующей форме:

$$H_2 = -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial \alpha}{\partial q}\right)_0 qE^2 = -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial \alpha}{\partial q}\right)_0\left(\frac{\hbar}{2m\Omega}\right)^{1/2} E^2(a + a^+). \qquad /20/$$

Оператор H_1 можно не раскрывать в явном виде, а учесть его феноменологически в форме релаксационного члена в окончательном выражении для движения осциллятора.

Дифференцируя по времени еще раз выражение /14/ и производя соответствующие вычисления с учетом /15/-/20/, получим уравнение квадрупольного колебания соответственно электронов и атомов в молекулах вещества:

$$\langle \ddot{x}^2\rangle + \gamma_{e2}\langle \dot{x}^2\rangle + (2\Omega_e)^2\langle x^2\rangle = \frac{eE}{m}\langle x\rangle, \qquad /21/$$

$$\langle \ddot{q}^2\rangle + \gamma_{a2}\langle \dot{q}^2\rangle + (2\Omega_a)^2\langle q^2\rangle = \frac{1}{M}\left(\frac{\partial \alpha}{\partial q}\right)_0 E^2\langle q\rangle, \qquad /22/$$

где m - масса электрона, M - приведенная масса колеблющейся молекулы. В свою очередь, средние значения амплитуды линейных смещений $\langle x\rangle$ и $\langle q\rangle$, входящих в правые части выражений /21/ и /22/, определяются из уравнений, аналогичных /21/ и /22/:

$$\langle \ddot{x}\rangle + \gamma_{e1}\langle \dot{x}\rangle + \Omega_e^2\langle x\rangle = \frac{eE}{2m}; \qquad /23/$$

$$\langle \ddot{q}\rangle + \gamma_{a1}\langle \dot{q}\rangle + \Omega_a^2\langle q\rangle = \frac{1}{2M}\left(\frac{\partial \alpha}{\partial q}\right)_0 E^2. \qquad /24/$$

В формулах /23/, /24/ величины γ_{e1} и γ_{a1} равны T_2^{-1} и выражают скорость расфазировки линейных колебаний в ансамбле осцилляторов, где T_2- поперечное время релаксации. Соответственно γ_{e2} и γ_{a2} определяют скорость расфазировки квадрупольных колебаний осцилляторов.

Не приводя здесь сравнительно простых, но весьма громоздких по написанию вычислений, связанных с последовательным решением уравнений /23/ и /21/, /24/ и /22/, дадим окончательные выражения для квадрупольных моментов, колеблющихся электронов и атомов в молекулах вещества - $m\langle x^2\rangle$ и $M\langle q^2\rangle$. В общем виде первое из этих выражений ($m\langle x^2\rangle$)– содержит 4^2 слагаемых, второе - ($M\langle q^2\rangle$) - 4^4. Здесь же мы ограничимся рассмотрением лишь нескольких членов, наиболее важных в практическом отношении. Так, для колебания электронов экспериментальный интерес могут представить два следующих случая.

а. Сумма световых частот накачки удовлетворяет соотношению $\omega_1 + \omega_2 = 2\Omega$, где Ω - собственная частота оптического перехода электронов. Совместное решение уравнений /21/ и /23/ для этого случая дает:

$$I_e = m\langle x^2\rangle = \frac{ie^2 E_{10} E_{20}}{16\, m\Omega\gamma_{e2}} \left[\frac{1}{\Omega^2 - \omega_1^2 - i\omega_1\gamma_{e1}} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\Omega^2 - \omega_2^2 - i\omega_2\gamma_{e1}} \right] \exp[-i(\Omega_{\Gamma 1} t - \vec{k}_{\Gamma 1}\vec{r})] + \text{k.c.} \simeq \qquad /25/$$

$$\simeq \frac{ie^2 E_{10} E_{20}}{8\, m\Omega\gamma_{e2}[\Omega^2 - \omega^2 - i\omega\gamma_{e1}]} \exp[-i(\Omega_{\Gamma 1} t - \vec{k}_{\Gamma 1}\vec{r})] + \text{k.c.},$$

где

$$\Omega_{\Gamma 1} = \omega_1 + \omega_2 = 2\Omega; \qquad /26/$$

$$\vec{k}_{\Gamma 1} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2. \qquad /27/$$

При выводе соотношения /25/ было принято $\omega_1 = \omega_2 = \omega$.

б. Второй случай характеризуется условиями $\omega_1 - \omega_2 = 2\Omega$ и $\omega_2 \neq \Omega$; тогда

$$I_e = \frac{ie^2 E_{10} E_{20}^*}{16\, m\Omega\gamma_{e2}} \left[\frac{1}{\Omega^2 - \omega_1^2 - i\omega_1\gamma_{e1}} + \frac{1}{\Omega^2 - \omega_2^2 + i\omega_2\gamma_{e1}} \right] \times$$

$$\times \exp[-i(\Omega_{\Gamma 2} t - \vec{k}_{\Gamma 2}\vec{r})] + \text{k.c.} \simeq \frac{ie^2 E_{10} E_{20}^*}{8\, m\Omega\gamma_{e2}(\Omega^2 - \omega^2 - i\omega\gamma_{e1})} \times \qquad /28/$$

$$\times \exp[-i(\Omega_{\Gamma 2} t - \vec{k}_{\Gamma 2}\vec{r})] + \text{k.c.},$$

где, как и в /25/, было принято $\omega_1 \simeq \omega_2 = \omega$ и

$$\Omega_{\Gamma 2} = \omega_1 - \omega_2 = 2\Omega; \qquad /29/$$

$$\vec{k}_{\Gamma 2} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2. \qquad /30/$$

Аналогичное рассмотрение проведем теперь для молекулярных колебаний.

а. Пусть накачка гравитационного генератора осуществляется двумя когерентными лучами света равной частоты: $\omega_1=\omega_2=\omega=\Omega/2$, где Ω - собственная частота колебания молекулы. В этом случае на основании /24/ и /22/ имеем:

$$I_a = M\langle q^2\rangle = -\frac{1}{32M\Omega^2\gamma_{a1}\gamma_{a2}}\{3\left(\frac{\partial\alpha_1}{\partial q}\right)_0^2 E_{10}^2E_{20}^2\exp[-i(\Omega_{\Gamma1}t-$$

$$-\vec{k}_{\Gamma1}\vec{r})] + 2\left(\frac{\partial\alpha_2}{\partial q}\right)_0^2 E_{10}^3E_{20}\exp[-i(\Omega_{\Gamma2}t-\vec{k}_{\Gamma2}\vec{r})] + \qquad /31/$$

$$+2\left(\frac{\partial\alpha_3}{\partial q}\right)_0^2 E_{10}E_{20}^3\exp[-i(\Omega_{\Gamma3}t-\vec{k}_{\Gamma3}\vec{r})]\} + \text{k.c.},$$

где

$$\Omega_{\Gamma1} = 2(\omega_1+\omega_2) = 4\omega = 2\Omega; \qquad /32/$$

$$\Omega_{\Gamma2} = 3\omega_1+\omega_2 = 4\omega = 2\Omega; \qquad /33/$$

$$\Omega_{\Gamma3} = \omega_1+3\omega_2 = 4\omega = 2\Omega; \qquad /34/$$

$$\vec{k}_{\Gamma1} = 2(\vec{k}_1+\vec{k}_2); \qquad /35/$$

$$\vec{k}_{\Gamma2} = 3\vec{k}_1+\vec{k}_2; \qquad /36/$$

$$\vec{k}_{\Gamma3} = \vec{k}_1+3\vec{k}_2. \qquad /37/$$

б. Пусть частота световых лучей накачки удовлетворяет условиям: $\omega_1-\omega_2=\Omega$ и $\omega_1+\omega_2=2\Omega$, т.е. $\omega_1=3\omega_3$, тогда

$$I_a = \frac{1}{32M}\left(\frac{\partial\alpha_4}{\partial q}\right)_0^2\frac{[|E_{10}|^2+|E_{20}|^2]E_{10}E_{20}}{\Omega^2\gamma_{a1}\gamma_{a2}} \times \qquad /38/$$

$$\times\exp[-i(\Omega_{\Gamma4}t-\vec{k}_{\Gamma4}\vec{r})] + \text{k.c.},$$

где

$$\Omega_{\Gamma4} = \omega_1+\omega_2 = 2\Omega; \qquad /39/$$

$$\vec{k}_{\Gamma4} = \vec{k}_1+\vec{k}_2. \qquad /40/$$

в. Рассмотрим теперь случай, когда $\omega_1 - \omega_2 = \Omega$:

$$I_a = \frac{1}{32 M \Omega^2 \gamma_{a1} \gamma_{a2}} \{ (\frac{\partial \alpha_5}{\partial q})_0^2 E_{10}^* E_{20}^3 \exp[-i(\Omega_{\Gamma 5} t - \vec{k}_{\Gamma 5} \vec{r})] - $$
$$ - 2 (\frac{\partial \alpha_6}{\partial q})_0^2 E_{10}^2 E_{20}^{*2} \exp[-i(\Omega_{\Gamma 6} t - \vec{k}_{\Gamma 6} \vec{r})] \} + \text{k.c.}, \qquad /41/$$

где

$$\Omega_{\Gamma 5} = 3\omega_2 - \omega_1 = 2\Omega; \qquad /42/$$

$$\Omega_{\Gamma 6} = 2(\omega_1 - \omega_2) = 2\Omega; \qquad /43/$$

$$\vec{k}_{\Gamma 5} = 3\vec{k}_2 - \vec{k}_1; \qquad /44/$$

$$\vec{k}_{\Gamma 6} = 2(k_1 - \vec{k}_2). \qquad /45/$$

При выводе уравнений /25/, /28/, /31/, /38/ и /41/ принималось $E = E_1 + E_2$, где E_1 и E_2 из /1/ и /2/. В этих уравнениях оставлены лишь члены, дающие максимальные вклады в колебание квадрупольных моментов. Опущенные члены меньше учтенных в $\gamma_{1,2}/\Omega$ раз. Входящие в формулы величины $(\partial \alpha_i / \partial q)_0$ можно оценить теоретически на основе метода расчета многоквантовых процессов возбуждения молекулярных колебаний. Значение величины $(\frac{\partial \alpha_6}{\partial q})_0$ находим также из экспериментальных данных по комбинационному рассеянию и вынужденному комбинационному рассеянию света в веществе.

Уравнения /25/, /28/, /31/, /38/, /41/ могут быть использованы, естественно, и для описания колебания полярных молекул - поляритонных колебаний, возникающих за счет нелинейного светового процесса возбуждения. В этом случае уравнения /25/ и /28/ следует доумножить на $(2 + \epsilon_\infty)$, а массу m в знаменателе считать массой поляритона. Величина Ω_Γ в формулах /25/, /28/, /31/, /38/ и /41/ есть удвоенная угловая скорость колебания квадруполей, и она является, как будет показано ниже, частотой излучения гравитационной волны.

Соотношения /26/, /27/, /30/, /32/-/37/, /39/, /40/ и /42/-/45/ выражают условия временного и пространственно-фазового синхронизма распространения параметрически связанных электромагнитных и гравитационных волн в среде.

Подставим теперь в волновое уравнение /8/ выражение /6/ и в уравнение /9/ соотношения /12/, /13/, /25/, /28/, /31/, /38/ и /41/. После несложных преобразований и учета условий волнового синхронизма получим:

$$\frac{\partial^2 E_1}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E_1}{\partial t^2} = \frac{2\pi}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}[\alpha_1 E_{10} + \frac{1}{2}\alpha_2 \beta h_0 E^*_{20}] \times \qquad /46/$$

$$\times \exp[-i(\omega_1 t - k_1 z)] + \text{k.c.},$$

$$\frac{\partial^2 E_2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E_2}{\partial t^2} = \frac{2\pi}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}[\alpha_2 E_{20} + \frac{1}{2}\alpha_1 \beta h_0 E^*_{10}] \times \qquad /47/$$

$$\times \exp[-i(\omega_2 t - k_2 z)] + \text{k.c.},$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = -\frac{8\pi G N_0}{c^4}\frac{\partial^2}{\partial t^2} I_0 \exp[-i(\Omega_\Gamma t - k_\Gamma z)] + \text{k.c.} \qquad /48/$$

Уравнения /46/ и /47/ удовлетворяют волновому синхронизму /27/ и /40/. Мы не выписываем здесь еще двенадцать уравнений, аналогичных /46/ и /47/, два из которых следуют из той же подстановки /6/ в /8/, но с учетом условия синхронизма /30/, а десять – из подстановки /7/ в /8/, с учетом волновых условий /35/, /36/, /37/, /44/ и /45/. Ниже будет показано, что система уравнений /46/-/48/ при определенных допущениях для решаемой здесь задачи сводится к одному уравнению типа /48/. В уравнении /48/ величина I_0 есть сокращенная запись амплитуды квадрупольного момента, входящей в выражения /25/, /28/, /31/, /38/ и /41/ в виде сомножителя перед экспонентой.

Для дальнейшего анализа уравнений /46/-/48/ учтем незначительное изменение амплитуд волн с расстоянием z, т.е. $k_i \frac{\partial E_{io}}{\partial z} \gg \frac{\partial^2 E_{io}}{\partial z^2}$ и $k_\Gamma \frac{\partial h_0}{\partial z} \gg \frac{\partial^2 h_0}{\partial z^2}$. Подставляя в уравнения /46/-/48/ значения величин E_1, E_2 и h из /1/, /2/ и /3/ и произведя соответствующие вычисления, получим окончательную систему дифференциальных уравнений для амплитуд связанных волн:

$$\frac{\partial E_{10}}{\partial z} - i\,\frac{\pi\omega_1^2 \alpha_2 \beta h_0 E^*_{20}}{k_1 c^2} + \text{k.c.} = 0; \qquad /49/$$

$$\frac{\partial E_{20}}{\partial z} - i\,\frac{\pi\omega_2^2 \alpha_1 \beta h_0 E^*_{10}}{k_2 c^2} + \text{k.c.} = 0; \qquad /50/$$

$$\frac{\partial h_0}{\partial z} + i\,\frac{8\pi G N_0 \Omega_\Gamma^2 I_0}{k_\Gamma c^4} + \text{k.c.} = 0. \qquad /51/$$

В этих уравнениях k_i являются проекциями волновых векторов на ось z. В формуле /51/ $I_0 = I_0(E_{10}, E_{20})$.

МОЩНОСТЬ ИЗЛУЧЕНИЯ ГРАВИТАЦИОННОЙ ВОЛНЫ

При большой мощности накачки световых полей E_1 и E_2 и слабости процесса преобразования их в гравитационную волну эти электромагнитные поля можно считать заданными, т.е. не меняющимися по интенсивности на всем пути распространения в веществе. Тогда система уравнений /49/-/51/ сводится к одному уравнению /51/, в котором I_0 не будет уже зависеть от z. Интегрирование уравнения /51/ в пределах от $z=0$ до $z=\ell$ дает:

$$h_0 = -i\,\frac{8\pi G N_0\,\Omega_\Gamma^2\,\ell\, I_0}{k_\Gamma c^4}, \qquad /52/$$

где ℓ - длина когерентного совместного распространения электромагнитных волн и гравитационной волны в среде, т.е. эту длину можно считать протяженностью излучателя гравитационных волн. Из /52/ и /3/ находим:

$$h(z,t) = |h_0(z)|\cos(\Omega_\Gamma t - k_\Gamma z), \qquad /53/$$

где

$$|h_0(z)| = \frac{8\pi G N_0\,\Omega_\Gamma^2\,\ell\,|\,I_0\,|}{k_\Gamma c^4}. \qquad /54/$$

Здесь z берется для значений $z \gg \ell$. Интенсивность излучения гравитационной волны определим по известной формуле Ландау и Лифшица [10]:

$$W_\Gamma = ct^{01} = \frac{c^3}{16\pi G}\Big[\dot h_{12}^2 + \frac{1}{4}(\dot h_{11} - \dot h_{22})^2\Big] \to = \frac{c^3}{16\pi G}\dot h^2. \qquad /55/$$

После подстановки значения h из /53/ в /55/ и соответствующих вычислений получим:

$$W_\Gamma = \frac{2\pi G N_0^2\,\Omega^6\,\ell^2 |I_0|^2}{k_\Gamma^2 c^5}\ [\text{эрг/с}]. \qquad /56/$$

В выражении /56/ выполнено также усреднение мощности по большому числу периодов колебания гравитационного поля. Угловая расходимость гравитационного пучка на выходе излучателя будет иметь зависимость, типичную для расходимости протяженного объемного когерентного источника излучения. Не приводя здесь самого расчета, основанного на решении уравнения /48/ методом запаздывающих потенциалов при фиксированном значении I_0, укажем, что расходимость гравитационного луча в дальней зоне излучения ($z \gg \ell$) будет характеризоваться дифракционным углом Фраунгофера $\theta \simeq 2\lambda_\Gamma/d$, где d - диаметр гравитационного излучателя.

Мощность гравитационного излучения колеблющимися электронами в веществе, вычисленная по формуле /56/ для случаев /25/ и /28/, будет:

$$W_{\Gamma e}(\Omega_{\Gamma 1}=\omega_1+\omega_2) \simeq W_{\Gamma e}(\Omega_{\Gamma 2}=\omega_1-\omega_2) \simeq$$
$$\simeq \frac{2\pi^3 e^4 G N_0^2 \ell^2 \Omega_{\Gamma e}^2 W_1 W_2}{m^2 n_1 n_2 c^5 s \gamma_{e2}^2 [(\Omega^2-\omega^2)^2+\omega^2\gamma_{e1}^2]} \text{ [эрг/с]}, \qquad /57/$$

где $\omega_1 \sim \omega_2 = \omega$; $n_{1,2}$ - показатели преломления света на частотах ω_1 и ω_2 ; s - поперечное сечение гравитационного излучателя, занятого световыми полями; $W_{1,2}$ - средняя мощность световых потоков накачки. Экспериментально эти два случая могут легко разделяться благодаря различным условиям волнового синхронизма /27/ и /30/.

Сделаем теперь оценку мощности гравитационного излучения по формуле /56/ для двух наиболее характерных случаев молекулярного колебания, когда $\Omega_\Gamma = 2(\omega_1+\omega_2)$ /учитывается лишь первый член формулы /31// и $\Omega_\Gamma = 2(\omega_1-\omega_2)$ /учитывается только второй член формулы /41//. Экспериментальное разделение этих членов достигается путем соответствующего обеспечения волнового синхронизма /35/ и /45/. Мощность излучения для этих случаев будет:

$$W_{\Gamma a}(\Omega_\Gamma=2\omega_1+2\omega_2) = \frac{9\pi^5 \left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial q}\right)_0^4 G N_0^2 \ell^2 W_1^2 W_2^2}{2M^2 n_1^2 n_2^2 c^7 s^3 \gamma_{a1}^2 \gamma_{a2}^2} \text{ [эрг/с]}; \qquad /58/$$

$$W_{\Gamma a}(\Omega_{\Gamma a}=2\omega_1-2\omega_2) = \frac{2\pi^5 \left(\frac{\partial \alpha_6}{\partial q}\right)_0^4 G N_0^2 \ell^2 W_1^2 W_2^2}{M^2 n_1^2 n_2^2 c^7 s^3 \gamma_{a1}^2 \gamma_{a2}^2} \text{ [эрг/с]}. \qquad /59/$$

Такой же порядок $W_{\Gamma a}$ дает и /38/. Все величины в формулах /57/, /58/ и /59/ даны в системе единиц СГС.

Используя формулы /57/, /58/ и /59/, сделаем численную оценку ожидаемой мощности гравитационного излучения для трех наиболее характерных случаев.

а. Гравитационное излучение колеблющимися связанными электронами в конденсированном веществе. Пусть мощность световых лазеров накачки $W_1 = W_2 = 3\cdot 10^9$ Вт; $\omega_1 \simeq \omega_2 = 4\cdot 10^{15}$ рад.с$^{-1}$; $\ell = 10^2$ см; $N_0 = 10^{23}$ см$^{-3}$; $n_1 = n_2 = 1{,}5$; $s = 1$ см^2 ; $\gamma_{e1} = \gamma_{e2}$ /при 0,1°К/ $\simeq 10^8$ рад с$^{-1}$. Подстановка этих данных в формулу /57/ дает $W_{\Gamma e} = 10^{-5}$ эрг$\cdot$с$^{-1}$.

б. Гравитационное излучение за счет колебаний молекул монокристаллического азота. Сфазированные колебания этих молекул достигаются посредством комбинационного рассеяния света. Мощность лазеров накачки W_1 и W_2 берем равной мощности насыщения процесса вынужденного комбинационного рассеяния света, которая характеризуется величиной $\sim 3\cdot10^9$ Вт см$^{-2}$. Величины $\gamma_{a1} \simeq \gamma_{a2}$ /при 0,1°К/ = 10^7рад.с$^{-1}$; $(\frac{\partial \alpha_6}{\partial q})_0 = 4\cdot10^{-16}$см^2 /следует из сечения комбинационного рассеяния света на азоте [13] /; $\ell = 10^2$ см. Используя эти данные в формуле /59/, получим $W_{Гa} = 2\cdot10^{-8}$ эрг·с$^{-1}$.

в. Гравитационное излучение молекулярными колебаниями в монокристаллическом водороде. Мощность насыщения лазерной накачки, как и для азота, составляет $W_1 \simeq W_2 \simeq 3\cdot10^9$ Вт см$^{-2}$; величина $(\frac{\partial \alpha_6}{\partial q})_0 = 3\cdot10^{-15}$см^2 /следует из сечения комбинационного рассеяния света на водороде [14] /; $\gamma_{a1} \simeq \gamma_{a2}$ /при 0,1°К/ $\simeq 10^7$ рад с$^{-1}$; $\ell = 10^2$см. Тогда на основании /59/ имеем: $W_{Гa} = 10^{-1}$ эрг с$^{-1}$.

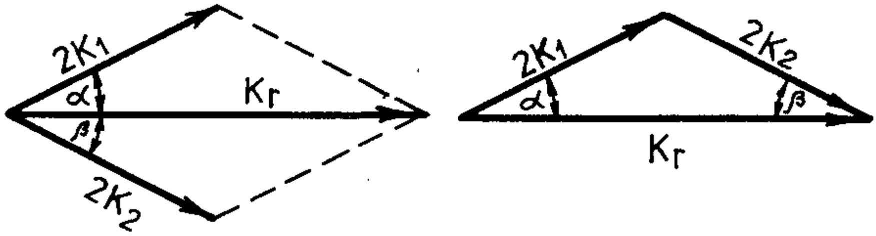
Из этих оценок следует, что водород с совершенной монокристаллической структурой, обеспечивающей малую величину γ_a, является перспективным веществом в качестве рабочей среды для гравитационного излучателя. В этом плане определенный интерес могут представить также молекулярные среды, активные в комбинационном рассеянии света и замороженные в кристаллических матрицах Шпольского при очень низкой температуре.

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВОЛНОВОЙ СИНХРОНИЗМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ И ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН В СРЕДЕ

При соблюдении пространственно-волнового синхронизма между двумя световыми волнами и одной гравитационной волной должно выполняться условие геометрической замкнутости суммы всех трех волновых векторов. Это положение иллюстрируется рис. 1 и 2. Из волнового треугольника рис. 1 и формулы /32/ следует, что для генерирования гравитационной волны на суммарной световой частоте луч света с частотой ω_1 должен направляться на рабочий образец, вдоль которого генерируется гравитационная волна, под углом α, а второй луч с частотой ω_2 - под углом β, причем

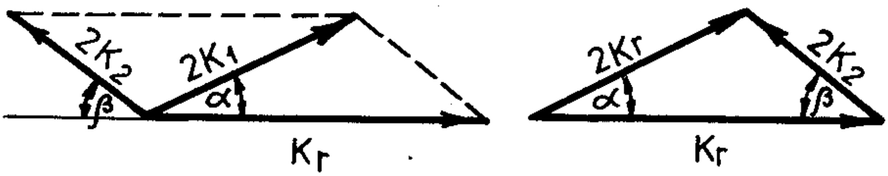
$$\cos\alpha = \frac{(2k_1)^2-(2k_2)^2+k_Г^2}{2(2k_1)k_Г} = \frac{(k+1)^2+(k^2n_1^2-n_2^2)}{2n_1k(k+1)}; \qquad /60/$$

$$\cos\beta = \frac{(2k_2)^2-(2k_1)^2+k_Г^2}{2(2k_2)k_Г} = \frac{(k+1)^2-(k^2n_1^2-n_2^2)}{2n_2(k+1)}, \qquad /61/$$



а/ б/

Рис. 1. Волновой синхронизм в соответствии с формулой /35/ $\vec{k}_Г = 2(\vec{k}_1 + \vec{k}_2)$. а - направление волновых векторов в среде; б - волновой треуголник.



а/ б/

Рис. 2. Волновой синхронизм в соответствии с формулой /45/: $\vec{k}_Г = 2(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)$. а - направление волновых векторов в среде; б - волновой треугольник.

где принято обозначение $k = \omega_1 / \omega_2$. В случае генерирования гравитационной волны на разностной световой частоте углы α и β находятся из волнового треугольника рис. 2 и формулы /43/:

$$\cos\alpha = \frac{(k-1)^2 + (k^2 n_1^2 - n_2^2)}{2n_1 k(k-1)}; \qquad /62/$$

$$\cos\beta = \frac{(k-1)^2 - (k^2 n_1^2 - n_2^2)}{2n_2(k-1)}. \qquad /63/$$

В частном случае равенства световых частот $\omega_1 = \omega_2$ из /60/ и /61/ следует $\alpha = \beta = \arccos 1/n$, где $n = n_1 = n_2$.

ВЫВОДЫ

Проделанный математический анализ свидетельствует о высокой эффективности параметрической трансформации в веществе когерентных световых волн в волну гравитации. Этот механизм может обеспечить поток гравитационной радиации, достаточной для лабораторного измерения. В инженерном отношении создание мощного гразера в оптическом диапазоне частот, как видно из выполненного анализа, не сопряжено с преодолением чрезмерно трудных в принципиальном отношении технических проблем. Напротив, исходные физико-технические основы предлагаемого гразера - методы фазовой синхронизации параметрически связанных волн в оптических средах, а также способы управления мощными световыми лазерными пучками - в настоящее время хорошо освоены в нелинейной оптике. Это обстоятельство позволяет оптимистически высказаться о возможности быстрой реализации программы создания гразера и экспериментальной проверки одного из фундаментальных эффектов ОТО - гравитационной радиации.

В заключение автор выражает признательность Н.А.Черникову, В.Б.Брагинскому, В.И.Никанорову, В.С.Дронову, Н.С.Шавохиной и Л.М.Сороко за многократные полезные обсуждения проблемы гравитационного излучения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Логунов А.А. и др. Препринт ИЯИ АН СССР, П-0117, М., 1979.
2. Логунов А.А., Фоломешкин В.Н. ТМФ, 1977, 32, сс.147,291.
3. Пресс У., Торн К. УФН, 1973, 110, с.569.
4. Писарев А.Ф. ЭЧАЯ, 1975, 6, с.244.
5. Грищук Л.П. УФН, 1977, 121, с.629.
6. Соколов А.А., Гальцев Д.В., Грац Ю.В. В сб.: Классическая и квантовая теория гравитации. Ин-т физики АН БССР, Минск, 1976, с.4.
7. Писарев А.Ф. ОИЯИ, Р13-10214, Дубна, 1976.
8. Бриллюэн Л. Новый взгляд на теорию относительности. "Мир", М., 1972.
9. Копвиллем У.Х., Нагибаров В.Р. ЖЭТФ, 1969, 56, с.201.
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. Физматгиз, М., 1960.

11. Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж. Гравитация. "Мир", М., 1977, т.3.
12. Блохинцев Д.И. Основы квантовой механики. Изд-во техн.теор.лит., М.-Л., 1949.
13. Морозова Е.А. Труды ФИ АН СССР, 1977, 99, с.100.
14. Рассеяние света в твердых телах. Под ред. М.Кардоны. "Мир", М., 1979.

Рукопись поступила в издательский отдел
8 октября 1979 года.