

11048

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



Б/И - 78

P13 - 11048

B-191

695/2-78

Б.В.Васильев, В.И.Горделий

ИЗМЕРЕНИЕ ШУМОВЫХ ПАРАМЕТРОВ  
СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО  
КВАНТОВОГО ИНТЕРФЕРОМЕТРА

1, 4

1977

P13 - 11048

Б.В.Васильев, В.И.Горделий

ИЗМЕРЕНИЕ ШУМОВЫХ ПАРАМЕТРОВ  
СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО  
КВАНТОВОГО ИНТЕРФЕРОМЕТРА

Направлено в журнал "Радиотехника и электроника"



Васильев Б.В., Горделий В.И.

P13 - 11048

Измерение шумовых параметров сверхпроводящего квантового интерферометра

Рассмотрены основные источники шумов сверхпроводящего квантового интерферометра и методика их отдельного измерения. Изложены результаты экспериментов, показавших, что основной вклад в полный шум исследованного интерферометра вносят флуктуации магнитного потока в сквиде, а не флуктуации в тракте усилителя.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

P13 - 11048

Vasiliev B.V., Gordeliy V.I.

Measurement of the Noise Parameters for Superconducting Quantum Interferometric Device

There were considered the main sources of noises in the superconducting quantum interferometric device and the technique of their separate measurements. The results of the experiments are presented showing that the main contribution to the total noise of the device under investigation is given by the fluctuations of the magnetic flux in SQUID but not by the amplifier channel fluctuations.

The investigation has been performed at the Neutron Physics Laboratory, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

В последние годы все большее распространение в технике физической лаборатории приобретают квантовые сверхпроводящие интерферометры (КСИ), позволяющие проводить различные магнитные и электрические измерения. Высокая чувствительность этих приборов обусловлена квантовой природой процессов, лежащих в основе работы их чувствительных элементов - сверхпроводящих квантовых интерференционных датчиков (сквидов) - и соответственно исключительно низкой эффективной шумовой температурой.

Тем не менее в практических конструкциях КСИ шумы оказываются все-таки выше, чем это следует из теоретических оценок. Во-первых, заметный вклад в полный шум могут вносить, кроме датчика, остальные элементы КСИ, например усилитель, а во-вторых, реально всегда существует некоторый уровень наводок и вибраций (в поле экранов), вклад которых может оказаться весьма существенным. В связи с этим перед экспериментатором, решающим задачу повышения чувствительности КСИ и приближения ее к теоретическому пределу, стоит основной вопрос: что является главным источником шумов? Измерение полного шума интерферометра или минимального детектируемого магнитного потока не может дать ответа на этот вопрос.

Цель настоящей работы - описать одну из возможных методик отдельного измерения вклада шумов, создаваемых флуктуациями магнитного потока на сквиде, и шумов, имеющих "немагнитное" происхождение, например шумов, связанных с флуктуациями коэффициента усиления усилителя.

Полный шум КСИ, схематически изображенного на рис. 1, можно считать суммой шумов различных источников:

- 1) собственно сквида,
- 2) резонансного  $L_t C_t$ - контура,
- 3) сопротивления связи  $R$ ,
- 4) усилителя.

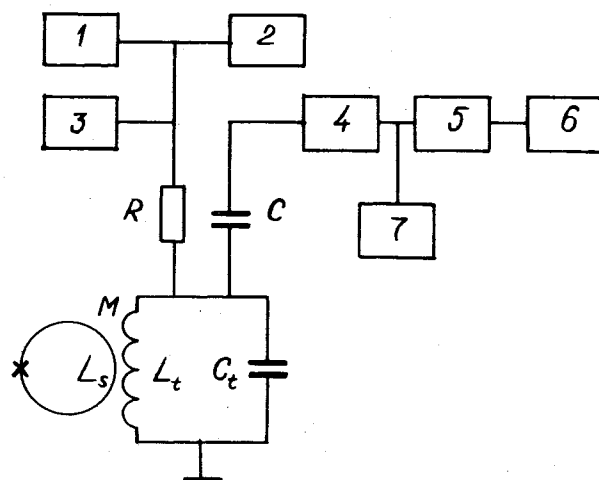


Рис. 1. Структурная схема квантового интерферометра, использованного в эксперименте. 1 - генератор модуляции; 2 - вольтметр; 3 - источник постоянного смещения магнитного потока; 4 - усилитель-автогенератор; 5 - резонансный усилитель, настроенный на частоту модуляции; 6 - квадратичный детектор; 7 - осциллограф;  $R = 390$  кОм;  $C = 470$  пФ;  $L_t, C_t$  - колебательный контур;  $L_s$  - индуктивность сквида;  $M$  - коэффициент взаимной индукции сквида и контура.

Роль шума в практических схемах могут также играть наводки и вибрации в постоянном магнитном поле, которые мы, однако, рассматривать не можем, так как они не поддаются априорной оценке.

Если все источники некоррелированы, то полный шум интерферометра, приведенный к сквиду, в этом приближении есть

$$\langle \Phi_{\Sigma}^2 \rangle = \langle \Phi_{n1}^2 \rangle + \langle \Phi_{n2}^2 \rangle + \langle \Phi_{n3}^2 \rangle + \langle \Phi_{n4}^2 \rangle. \quad (1)$$

Первые три источника при этом, так же как и наводки и вибрации, будут создавать "магнитные" шумы, т. е. приведут к флуктуациям магнитного потока на сквиде. Усилитель создаст в основном "немагнитную" компоненту шумов, хотя, в принципе, возникающие в цепи затвора первого транзистора термоэдс могут привести к флуктуациям потока на сквиде. Однако много большие по величине шумы канала транзистора приведут к соответствующим флуктуациям выходного напряжения КСИ, но не вызовут шумов магнитного потока.

Рассмотрим шумы каждого источника подробнее. Согласно [1] шумы сквида, являющегося квантовой системой, обусловлены тем, что тепловые флуктуации тока вызывают появление неоднозначности в значениях магнитного потока, при которых происходит преодоление потенциального барьера, разделяющего соседние квантовые состояния. Так как зависимость радиочастотного напряжения от приложенного к сквиду (измеряемого) магнитного потока в гистерезисном режиме работы связана именно со скачками потока в сквиде, то неоднозначность потока, соответствующего скачку, приводит к ограничению минимального измеримого потока. Таким образом, тепловые флуктуации тока в сквиде, вызывая неоднозначность пороговых значений потока, обуславливают неопределенность в распределении скачков потока в гистерезисном сквиде и тем самым создают тепловой шум.

Детальное рассмотрение [1] этого механизма приводит к эффективному значению магнитного потока, как бы

флюктуирующего на скивде:

$$\langle \Phi_1^2 \rangle = \frac{30(L_s \kappa T)^{4/3} \Delta f}{\pi \Phi_0^{2/3} f_0} \quad (2)$$

Здесь  $\kappa$  - постоянная Больцмана,  $T$  - температура гелиевой ванны,  $\Phi_0$  - квант магнитного потока,  $f_0$  - рабочая частота КСИ,  $\Delta f$  - ширина полосы пропускания схемы КСИ. При  $T=4,2$  К,  $\Delta f=1$  Гц,  $f_0=10^7$  Гц,  $L_s=3 \cdot 10^{-10}$  Г шумы скивда равны:

$$\langle \Phi_1^2 \rangle = \langle 2,5 \cdot 10^{-5} \Phi_0 \rangle^2 \quad (3)$$

На первый взгляд кажется, что магнитные шумы от остальных источников могут быть рассчитаны в соответствии с теоремой Найквиста о величине среднеквадратичного шумового тока через короткозамкнутый резистор  $R$  при температуре  $T$ :

$$\langle j_n^2 \rangle = 4 \kappa T \frac{\Delta f}{R} \quad (4)$$

Однако это не совсем так. В соответствии с равенством (4) флюктуационный магнитный поток на скивде, вызываемый током через катушку индуктивности  $L_t$  колебательного контура, имеющую со скивдом взаимную индукцию  $M=k\sqrt{L_t L_s}$ , равен

$$\langle \Phi_R^2 \rangle = M^2 \frac{4 \kappa T \Delta f}{R} \quad (5)$$

и в случае оптимальной связи<sup>/2/</sup>  $k^2 Q = 1$

$$\langle \Phi_R^2 \rangle = \frac{L_s L_t}{Q} \cdot 4 \kappa T \frac{\Delta f}{R} \quad (6)$$

Оценки показывают, что при использовании высокодобротного контура ( $Q=1000$ ) и больших сопротивлений ( $R_{\text{связи}}=10^5$  Ом,  $R_{\text{затвора}}=10^7$  Ом) шумами этих источников можно смело пренебрегать.

Значительно большие (в  $Q$  раз) шумовые токи создадут эти же источники на резонансной частоте контура. Но в этом случае они будут воздействовать на скивд как медленные (с постоянной времени  $Q/f_0$ ) флюктуации тока накачки и потому в режиме работы на плато в первом приближении вообще не приведут к флюктуациям напряжения на скивде. Более строгое рассмотрение<sup>/1/</sup> влияния шумов контура показывает, что их величина будет обратно пропорциональна добротности и прямо пропорциональна некой эффективной величине, связанной с наклоном плато на радиочастотной характеристике КСИ. Поэтому при высокой добротности контура шумами этого типа можно пренебречь.

"Немагнитные" шумы канала первого транзистора, не создающие флюктуаций потока на скивде, формально могут быть приведены к нему следующим путем. Напряжение шумов в канале транзистора, приведенное к его входу, может быть определено в соответствии с теоремой Найквиста:

$$\langle U_5^2 \rangle = 4 \kappa T \Delta f R \quad (7)$$

Учитывая, что коэффициент, связывающий величину магнитного потока на скивде с напряжением на контуре, есть наклон вольт-эрстедной характеристики  $\gamma$ , можем формально записать:

$$\langle \Phi_{n5}^2 \rangle = \frac{\langle U_{n5}^2 \rangle}{\gamma^2} \quad (8)$$

Так как в режиме с оптимальной связью<sup>/2,3/</sup>

$$\gamma = \sqrt{\frac{Q}{L_s C_t}} \quad (9)$$

и в диапазоне частот, где спектр шума белый, что имеет место в рассматриваемом случае,  $f_0 \sim 10^7$  Гц, шумовое сопротивление канала связано с крутизной  $g$  соотношением  $R = \frac{2}{3g}$ , получаем:

$$\langle \Phi_{n5}^2 \rangle = \frac{8kT \cdot \Delta f \cdot L_s C_t}{3Qg} \quad (10)$$

При  $C = 10^2$  пФ,  $g = 5$  мА/В и температуре транзистора  $T = 300$  К имеем:

$$\langle \Phi_{n5}^2 \rangle = \langle 0,4 \cdot 10^{-5} \Phi_0^2 \rangle \quad (11)$$

Таким образом, минимальный измеримый поток согласно таким оценкам должен лежать примерно на уровне  $3 \cdot 10^{-5} \Phi_0$ , причем основной вклад в шумы должен давать сам сквид.

### МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ ШУМОВ

В идеальном случае при отсутствии шумов зависимость амплитуды напряжения на системе сквид-колебательный контур от приложенного магнитного потока  $V(\Phi)$  (вольт-эрстедная характеристика) имеет характерный вид треугольной "пилы" (рис.2). Если приложенный к сквиду магнитный поток  $\Phi$  есть сумма постоянного смещения  $\delta \Phi_0$ , отсчитываемого от ближайшей вершины "пилы", соответствующей магнитному потоку

$(2k+1) \frac{\Phi_0}{2}$  или  $k\Phi_0$  ( $k$  - целое число), и модуляционного потока  $\frac{\alpha \Phi_0}{2} \sin \omega_M t$ :

$$\Phi = \delta \Phi_0 + \frac{\alpha \Phi_0}{2} \sin \omega_M t \quad (12)$$

то амплитуда первой гармоники сигнала  $a_1$  на частоте  $\omega_M$  может быть вычислена как фурье-компонента сигнала интерферометра  $V(\Phi)$ :

$$a_1 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} V(\Theta) \sin \Theta d\Theta, \quad \Theta = \omega_M t \quad (13)$$

Вычисляя этот интеграл, получаем для малых  $\delta$  и  $\alpha < 1$ :

$$a_1 = \frac{4}{3} \pi \gamma \Phi_0 |\delta| \quad (14)$$

т.е. в идеальном случае  $a_1$  не зависит от  $\alpha$ .

В реальных интерферометрах шумы приводят к размытию вольт-эрстедной характеристики и сглаживанию острых углов "пилы" <sup>1/4</sup> (пунктир на рис.2). Последнее обусловлено тем, что вероятность скачка потока в сквиде плавно возрастает при приближении приложенного магнитного потока к значениям  $(2k+1)\Phi_0/2$  и  $k\Phi_0$ , т.е. при  $\delta \rightarrow 0$ ,  $a$  не сохраняется постоянной, как это предполагается в идеальном случае. Можно считать, что в результате такого сглаживания вольт-эрстедная характеристика принимает вид

$$V(\Phi) = \sqrt{V_0^2 + \gamma^2 \Phi^2} \quad (15)$$

Здесь  $V_0$  - параметр сглаживания, который может быть определен из эксперимента.

На сглаженном участке она может быть описана параболой

$$V(\Phi) = V_0 \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{\gamma \Phi}{V_0} \right)^2 \right] \quad (16)$$

Если приложенный к сквиду магнитный поток  $\Phi$  определяется равенством (12) и не выходит за пределы сглаженного участка, то амплитуда первой гармоники сигнала в этом случае будет как функцией смещения  $\delta$ , так и функцией глубины модуляции  $\alpha$ :

$$a_1 = \alpha \delta v \quad (17)$$

$$\text{здесь } v = \frac{1}{2} \frac{\gamma^2 \Phi_0^2}{V_0^2}$$

"Магнитные" шумы интерферометра имеют значительные низкочастотные составляющие типа  $1/f$ , что позволяет при достаточно высокой частоте модуляции

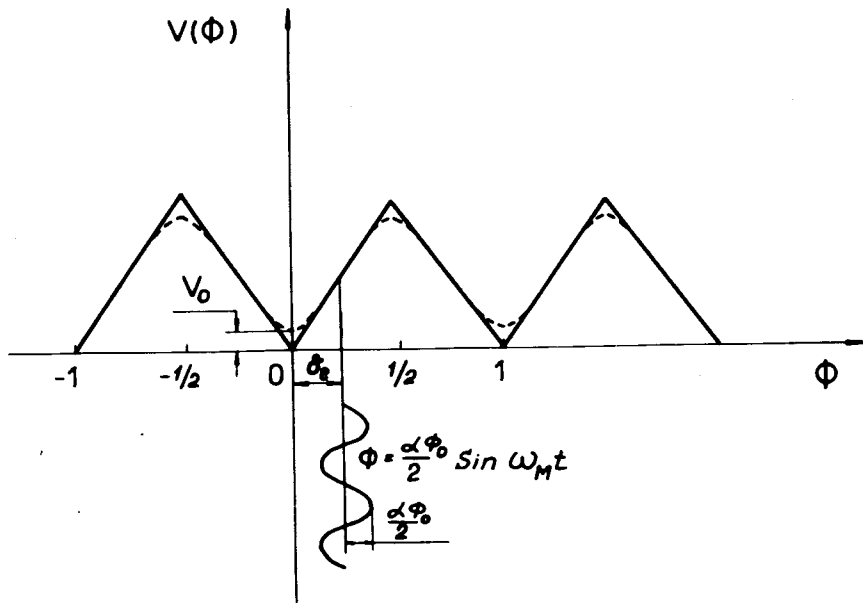


Рис.2. Вольт-эрстедная характеристика интерферометра. По оси абсцисс - магнитный поток в единицах  $\Phi_0$ .

считать их квазипостоянными. Поэтому поток смещения  $\delta\Phi_0$  может быть записан как сумма потока смещения приложенного к сквиду извне,  $\delta_\ell\Phi_0$ , и квазипостоянного потока магнитных шумов,  $\delta_n\Phi_0$ .

Если в эксперименте первая гармоника сигнала регистрируется с помощью резонансного усилителя, настроенного на частоту модуляции, и квадратичного детектора, то при отсутствии корреляции между "магнитными" шумами и "немагнитными" шумами с сигналом и друг с другом в результате измерения вместо (17) получим:

$$\langle a_1^2 \rangle^{1/2} = \sqrt{a^2 v^2 (\delta_\ell^2 + \langle \delta_n^2 \rangle) + \langle a_n^2 \rangle}. \quad (18)$$

Здесь  $\langle a_n^2 \rangle$  - среднеквадратичное значение "немагнитных" шумов и  $\langle \rangle$  означает усреднение по времени измерения.

Полученное выражение для амплитуды первой гармоники выходного напряжения КСИ указывает путь раздельного измерения флуктуаций "магнитного" и "немагнитного" типа. Для такого разделения необходимо:

1. Измерить зависимость  $\langle a_1^2(\delta_\ell) \rangle^{1/2}$  - амплитуды первой гармоники сигнала интерферометра как функции потока смещения  $\delta_\ell\Phi_0$  при различных малых амплитудах модуляции  $a$ .

2. Для линейного участка полученной зависимости  $\langle a_1^2(\delta_\ell) \rangle^{1/2}$  определить тангенс его угла наклона

$$v = \frac{d \langle a_1^2(\delta_\ell) \rangle^{1/2}}{d \delta_\ell} / a.$$

3. Измерив  $\langle a_{10}^2 \rangle^{1/2}$  - значения величины первой гармоники выходного напряжения КСИ при  $\delta_\ell = 0$  при различных  $a$ , построить зависимость  $\langle a_{10}^2 \rangle / v^2$  от  $a^2$ .

4. Экстраполяцией полученной зависимости к  $a \rightarrow 0$  определить  $\langle a_n^2 \rangle / v^2$ .

5. Экстраполяцией зависимости  $\langle a_{10}^2(a^2) \rangle / v^2$  к значениям  $a \rightarrow 1$  получить величину  $\langle \delta_n^2 \rangle + \langle a_n^2 \rangle / v^2$  и таким образом определить раздельно "магнитные" флуктуации  $\langle \delta_n^2 \rangle^{1/2}$  в единицах  $\Phi_0$  и "немагнитные", приведенные к сквиду и выраженные также в единицах  $\Phi_0$ .

Следует заметить, что такое разделение не позволяет строго отделить шумы усилителя от остальных шумов, а лишь дает для них приближенную оценку. Действительно, измерение основано на том, что для сглаженного участка характеристики "магнитные" шумы зависят от глубины модуляции  $a$ , в то время как "немагнитные" шумы не зависят от модуляции. Однако фурье-компонента "магнитных" шумов на частоте  $\omega_M/2$

при  $\delta_\ell = 0$  также пройдет через тракт в отсутствие модуляции, и поэтому полученное значение  $\langle a_{10}^2 \rangle / v^2$  можно сопоставлять с шумами усилителя лишь как некоторую верхнюю границу.

### РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

Принципиальная схема установки, на которой проводились измерения шумовых параметров интерферометра, представлена на рис. 2. Резонансная частота и добротность колебательного контура были близки к 10 МГц и  $10^3$  соответственно. Интерферометр работал в автогенерационном режиме.

В начале измерений амплитуда модуляционного напряжения, вырабатываемого генератором 1, работавшим на частоте 1 кГц, подбиралась так, чтобы размах треугольной картины на осциллографе 7 по возможности точно равнялся одному периоду вольт-эрсредней характеристики (одному кванту). Эта величина модуляционного напряжения соответствовала коэффициенту  $a=1$ . Затем измерялись показания интерферометра на первой гармонике модуляции в зависимости от приложенного к сквиду постоянного магнитного потока при различных малых глубинах модуляции ( $a=0,1; 0,2; 0,3; 0,4$ ). Первая гармоника сигнала при этом выделялась узкополосным усилителем 5 типа У2-6, напряжение с выхода которого измерялось вольтметром переменного тока 6 типа ВЗ-7. Постоянный магнитный поток, прикладываемый к сквиду, регистрировался цифровым вольтметром 3 по напряжению на выходе источника питания 2, создававшего ток через катушку, индуктивно связанную со сквидом. Калибровка показаний вольтметра осуществлялась по сдвигу треугольной картины на экране осциллографа на один квант.

Результаты этих измерений приведены на рис. 3, на котором по оси абсцисс отложено постоянное смещение  $\delta_\ell$  в единицах  $\Phi_0$ , а по оси ординат - амплитуда напряжения первой гармоники сигнала в относительных единицах. Как видно из этого рисунка, на значительном участке зависимость  $\langle a_1^2(\delta_\ell) \rangle^{1/2}$  оказы-

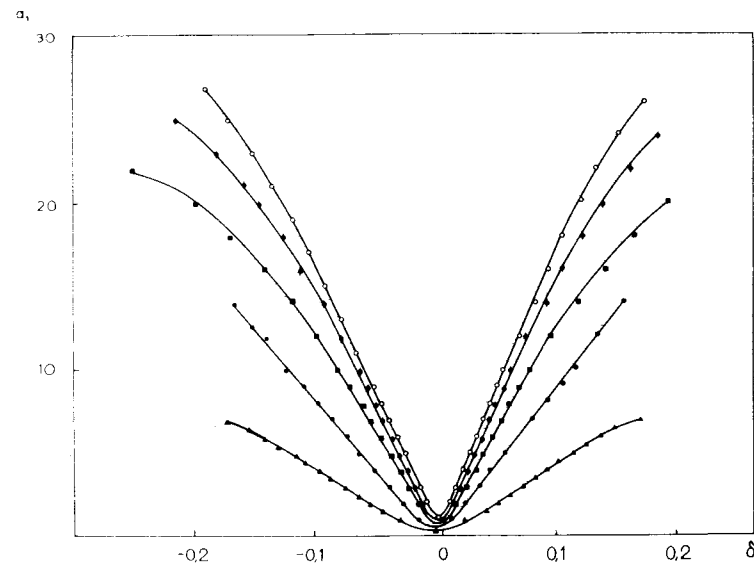


Рис. 3. Зависимость амплитуды первой гармоники выходного сигнала интерферометра  $a_1$  в относительных единицах / от величины постоянного смещения магнитного потока  $\delta\Phi_0$ , измеренная при различной глубине модуляции  $a$ . По оси абсцисс - величина потока смещения в единицах  $\Phi_0$ .

вается линейной функцией  $\delta_\ell$ , как это предсказывает формула (17). Наклон этой характеристики  $da_1/d\delta_\ell$ , также в соответствии с (17), линейен по  $a$  (рис. 4). На этом рисунке отложена также зависимость коэффициента  $v = \frac{da_1}{d\delta} / a$  от  $a$ , из которой можно сделать вывод о постоянстве этого коэффициента, как этого требует расчет, в пределах  $0 < a < 0,4$ .

Усреднение полученных результатов в этом диапазоне не дает возможность определить коэффициент  $v$ . Про-



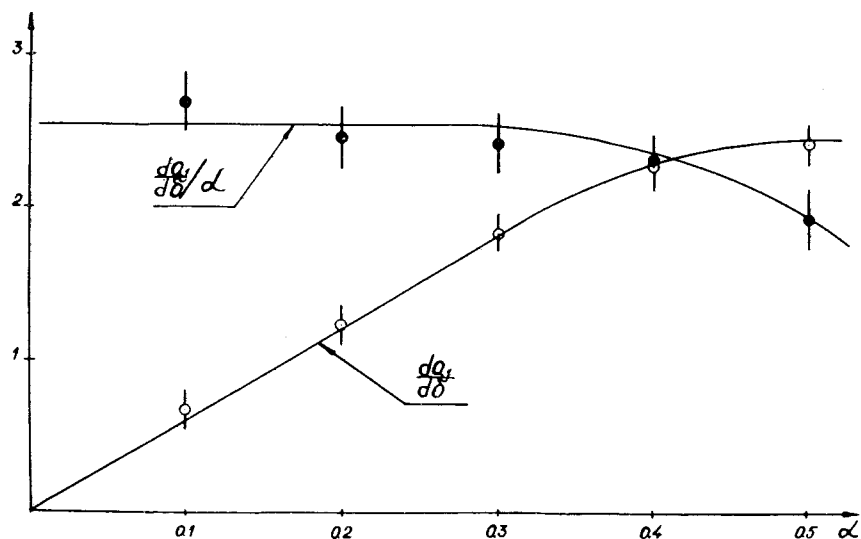


Рис. 4. Экспериментально полученные зависимости тангенса угла наклона  $\frac{da_1}{d\delta}$  / в относительных единицах / и величины  $\frac{da_1}{d\delta}/a$  от модуляции  $a$ .

ведя измерения  $\langle a_{10}^2 \rangle^{1/2}$  - величины напряжения первой гармоники выходного напряжения КСИ при  $\delta_p = 0$  при разных значениях  $a$ , необходимо привести результаты к одногерцевой эффективной полосе. Для этого была измерена полоса пропускания  $\Delta f$  узкополосного усилителя 5 (расстройка на уровне 0,7), оказавшаяся равной 90 Гц, построена зависимость  $\frac{\langle a_{10}^2 \rangle^{1/2}}{\sqrt{(\Delta f)^{1/2}}}$  как функция  $a$  (рис. 5). Экстраполяция этой зависимости к значениям  $a = 0$  и  $a = 1$  позволяет приблизительно (в линейном масштабе) оценить амплитуду "немагнитных" и суммарных шумов.

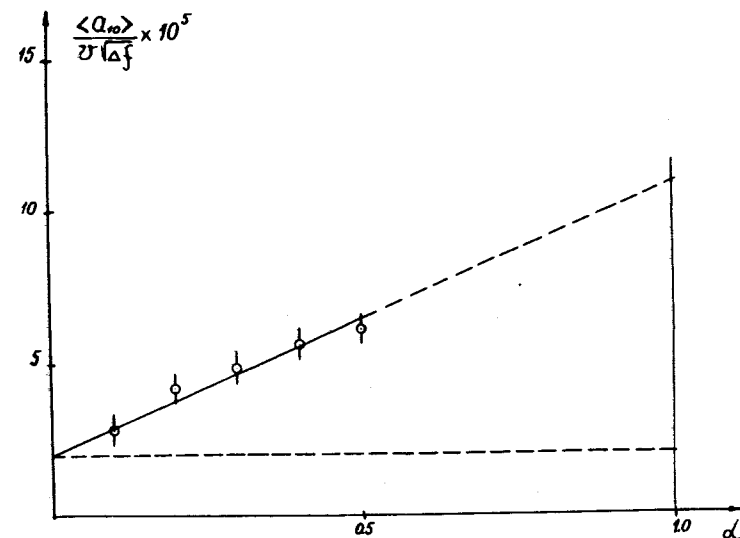


Рис. 5. Зависимость амплитуды шума  $\frac{\langle a_{10}^2 \rangle^{1/2}}{\sqrt{(\Delta f)^{1/2}}}$  в единицах  $\Phi_0 / \sqrt{(\Delta f)^{1/2}}$  квантового интерферометра от величины модуляции  $a$ , полученная при  $\delta_p = 0$ .

Решение уравнений (18) как системы при различных экспериментальных данных ( $a$  и  $\langle a_{10}^2 \rangle^{1/2}$ ) и последующее усреднение показали, что для исследуемого интерферометра "магнитные" шумы равны:

$$\langle \delta_n^2 \rangle / \Delta f = \langle 12 \cdot 10^{-5} \Phi_0 \rangle^2 / ,$$

и "немагнитные" -

$$\frac{\langle a_n^2 \rangle}{v^2} / \Delta f = \langle 2.8 \cdot 10^{-5} \Phi_0 \rangle^2 / .$$

Таким образом, результаты измерений дали заметное превышение шумов исследуемого интерферометра над расчетным уровнем и показали, что основными являются "магнитные" шумы. Этот факт можно считать основанием для поисков пути усовершенствования интерферометра.

Авторы благодарны Г.С. Кривому за внесенные уточнения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Kurkijärvi J., Webb W.W. In: Proc. Appl. Superconductivity Conf., Annapolis, IEEE Pub.No. 72CH0682-5-TA В SC (IEEE, New York, 1972), p. 581.
2. Васильев Б.В., Иваненко А.И., Трофимов В.Н. Препринт ОИЯИ Р13-7429, Дубна, 1973; Радиотехника и электроника (1975), XX, №6, 1255.
3. Васильев Б.В., Данилов В.В., Лихарев К.К. Препринт ОИЯИ Р13-8233, Дубна, 1974; IEEE Trans. Magn. 1975, MAG-11, No.2, p.743.
4. Kurkijärvi J. Phys.Rev. 1972, B6, p.832.

Рукопись поступила в издательский отдел  
31 октября 1977 года.