

10957

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



P13 - 10957

B-191

16/1-78

Б.В.Васильев, Г.С.Кривой

380/2-78

ПРИМЕНЕНИЕ ЭФФЕКТА ДЖОЗЕФСОНА
ДЛЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В ЧАСТОТУ
СВЕРХМАЛЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Часть 2. Метрологические характеристики
и эксперимент

1977

P13 - 10957

Б.В.Васильев, Г.С.Кривой

ПРИМЕНЕНИЕ ЭФФЕКТА ДЖОЗЕФСОНА
ДЛЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В ЧАСТОТУ
СВЕРХМАЛЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Часть 2. Метрологические характеристики
и эксперимент

Направлено в журнал "Физика низких температур"

Применение эффекта Джозефсона для преобразования
в частоту сверхмалых напряжений. Часть 2. Метрологические
характеристики и эксперимент

Теоретически и экспериментально исследован измерительный преобразователь сверхмалых напряжений постоянного тока в частоту (ПНЧ), основным элементом которого является частично резистивный сверхпроводящий квантовый интерференционный датчик (ресквид). Рассмотрены метрологические характеристики ПНЧ на ресквиде: статическая характеристика, диапазон преобразования, входное сопротивление, основные погрешности. Экспериментальный макет ПНЧ на ресквиде имеет при времени измерения 1 с диапазон преобразования $(0,3-30) \cdot 10^{-12}$ В, погрешность преобразования в этом диапазоне не хуже 1,5%, входное сопротивление $5 \cdot 10^{-8}$ Ом.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

Application of the Josephson Effect to Transformation
of Supersmall Voltage into a Frequency. Part 2.
Metrological Characteristics and Experiment

The measuring convertor of ultralow d.c. voltage into frequency was investigated, the particle resistive squid being its fundamental device. Metrological parameters of the convertor: the static characteristics, the conversion range, the input impedance, main errors have been described. Experimentally the conversion in the range of $(0.3-30) \cdot 10^{-12}$ V with 1s time constants and 1.5% error on the $5 \cdot 10^{-8}$ Ohm input impedance has been obtained.

The investigations has been performed at the
Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

Настоящая статья является продолжением работы, посвященной ПНЧ на ресквиде, первая часть которой была опубликована ранее /1/. В нумерации формул первая цифра обозначает номер части, вторая - порядковый номер в пределах части. Рисунки и цитируемая литература имеют независимую нумерацию. Некоторые термины и обозначения введены в первой части работы.

1. МЕТРОЛОГИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПНЧ НА РЕСКВИДЕ

1.1. Диапазон преобразования и статическая характеристика

Выражение для средней частоты джозефсоновской генерации ω_J , приведенное в уравнении /1.8/, может быть использовано для определения диапазона преобразования ПНЧ и его статической характеристики, если вместо члена RI_c под корень подставить произведение RI_m , где I_m - амплитуда среднего тока \bar{I} в ресквиде /2/. Ток \bar{I} - это величина, полученная усреднением за время $\sim 2\pi/\omega_0\delta$, где δ - вероятность квантовых скачков в ресквиде, работающем с ВЧ-накачкой от добротного LC-контура. В общем случае \bar{I}_m зависит от положения рабочей точки на плато амплитудной ВЧ-характеристики и от параметра ℓ . Подробный анализ этой зависимости будет предметом рассмотрения следующей работы, здесь же мы ограничимся замечанием, что $\bar{I}_m < \phi_0/2L$, т.е. $\bar{I}_m \ll I_c$ при $\ell \gg 1$.

С учетом этой поправки средняя частота циркулирующего в ресквиде тока равна:

$$f_J = \frac{R_J}{R + R_J} \sqrt{1 - \left(\frac{RI_m}{U_x}\right)^2} \frac{U_x}{\phi_0}. \quad /2.1/$$

Из /2.1/ можно определить минимальное измеряемое напряжение, которое еще преобразуется в частоту:

$$U_{x \min} \approx RI_m. \quad /2.2/$$

Как известно, спектр амплитудно-модулированных колебаний при модуляции монохроматическим синусоидальным сигналом определяется тремя спектральными линиями: несущей, с частотой ω_0 , и двумя боковыми, расположенными симметрично относительно несущей и отстоящими от нее на расстоянии, равном частоте модулирующего сигнала. Спектр амплитудной модуляции в нашем случае несколько шире за счет того, что огибающая имеет треугольную форму. Однако можно считать, что в случае ПНЧ на ресквиде спектр состоит также из трех линий: $\omega_0 \pm \omega_J$, поскольку требуется измерять в конечном счете первую гармонику ω_J , и возможным подавлением "крыльев" спектра в избирательных цепях можно пренебречь.

С ростом измеряемого напряжения U_x увеличивается частота ω_J , т.е. расширяется спектр напряжения на LC-контуре. Таким образом, диапазон измеряемых напряжений ограничен сверху избирательными свойствами LC-контура и последующего канала усиления. Чаще всего LC-контур имеет высокую добротность, поэтому его полоса пропускания уже полосы канала усиления и определяет величину максимального измеряемого напряжения $U_{x \max}$. Если ввести для этого случая коэффициент p , определяющий ослабление боковых составляющих спектра, при котором еще возможны детектирование ВЧ-сигнала и измерение частоты, то

$$U_{x \max} = p \omega_0 \phi_0 / 4\pi Q. \quad /2.3/$$

Коэффициент p в общем случае зависит от формы

резонансной кривой. Для $p=1$, например, боковые составляющие спектра ослабляются по мощности в два раза.

Статическая характеристика ПНЧ в пределах диапазона преобразования описывается соотношением /2.1/. Сравнивая соотношения /1.1/ и /2.1/, можно заметить, что для ресквида при $R \ll R_J$ и $R\bar{I}_m \ll U_x$ выражение /2.1/ упрощается и сводится к /1.1/, описывающему только переход Джозефсона.

Выражение для коэффициента преобразования рассматриваемого ПНЧ можно получить, продифференцировав по U_x уравнение /2.1/:

$$A = \frac{df_J}{dU_x} = \frac{1}{\phi_0 \sqrt{1 - (R\bar{I}_m / U_x)^2}} \frac{R_J}{R + R_J}. \quad /2.4/$$

Из анализа полученного соотношения видно, что при значениях U_x , ненамного больших, чем $R\bar{I}_m$, коэффициент преобразования ПНЧ растет и устремляется в бесконечность при $U_x \rightarrow R\bar{I}_m$. При входных напряжениях $U_x \gg R\bar{I}_m$ выражение /2.4/ обращается в соотношение /1.2/, описывающее джозефсоновскую генерацию обособленного перехода. При напряжениях $U_x < R\bar{I}_m$ выражение /2.4/ теряет смысл, поскольку при этом напряжение U_x не преобразуется в частоту.

1.2. Входное сопротивление

Входное сопротивление ПНЧ определяется мощностью, потребляемой ресквидом от источника измеряемого напряжения. Очевидно, что в ресквиде есть два участка, где рассеивается мощность: это резистивная вставка R и нормальное сопротивление перехода R_J . Потерями мощности в R_J можно пренебречь, поскольку для U_x оба сопротивления, R и R_J , включены параллельно. Таким образом, входное сопротивление ПНЧ на ресквиде равно R .

1.3. Погрешности преобразования

Вначале рассмотрим погрешности преобразования, обусловленные тепловыми шумами в активных сопротивлениях ресквида. Тепловые шумы суммируются с измеряемым напряжением U_x и вызывают флуктуации частоты на выходе рассматриваемого ПНЧ. Частота с выхода ПНЧ измеряется в течение некоторого времени измерения τ . Очевидно, что флуктуации частоты на выходе ПНЧ будут вызывать дисперсию показаний частотомера. Для анализа дисперсии показаний частотомера и погрешности преобразования напряжения в частоту, обусловленную тепловыми шумами в ресквиде, рассмотрим его эквивалентную схему, содержащую источники тепловых шумов /рис. 1/. В этой эквивалентной

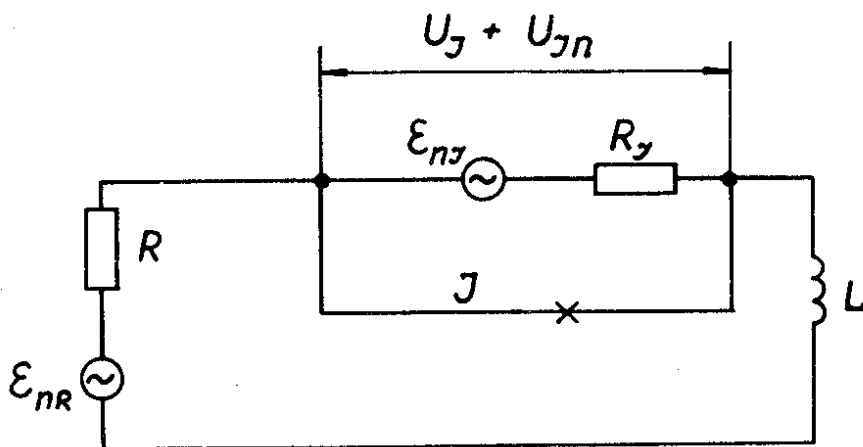


Рис. 1. Эквивалентная шумовая схема ресквида.

схеме тепловые шумы в активных сопротивлениях ресквида представлены источниками шумовых ЭДС ϵ_{nR} и ϵ_{nJ} , имеющими спектральные плотности напряжения шумов $S_{nR}(f)$ и $S_{nJ}(f)$ соответственно:

$$S_{nR}(f) = 4k_B TR, \quad S_{nJ}(f) = 4k_B TR_J, \quad /2.5/$$

где k_B - постоянная Больцмана; T - температура резистора.

Под R_J здесь можно понимать эффективное шумовое сопротивление перехода Джозефсона, учитывающее источники шумов нетеплового происхождения. Источники шумовых ЭДС ϵ_{nR} и ϵ_{nJ} являются некоррелированными. Будем полагать, что на переходе имеется постоянное напряжение U_J , относительно которого флуктуирует напряжение шумов U_{Jn} . Нас будет интересовать центрированная случайная величина $U_{Jn} = (U_J + U_{Jn}) - U_J$ и ее дисперсия. Из эквивалентной схемы можно записать для U_{Jn} :

$$U_{Jn} = (\epsilon_{nR} R_J + \epsilon_{nJ} \sqrt{\omega^2 L^2 + R^2}) / Z, \quad /2.6/$$

где $Z = \sqrt{\omega^2 L^2 + (R + R_J)^2}$.

Возводя уравнение /2.6/ в квадрат и производя усреднение при условии, что ϵ_{nR} и ϵ_{nJ} некоррелированы, получаем дисперсию напряжения шумов на переходе, учитывая /2.5/:

$$\overline{U_{Jn}^2} = \int_0^{\infty} \frac{S_{nR}(f) R_J^2 + S_{nJ}(f) (\omega^2 L^2 + R^2)}{Z^2} df = \quad /2.7/$$

$$= 4k_B T R R_J (R + R_J) \int_0^{\infty} \left[1 + \frac{\omega^2 L^2}{R(R + R_J)} \right] \frac{1}{Z^2} df.$$

При условии $\omega^2 L^2 / R(R + R_J) < 1$ этим слагаемым в /2.7/ можно пренебречь. В резистивной модели с параметрами $R \sim 5 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}$, $R_J \sim 10 \text{ Ом}$, $L \sim 5 \cdot 10^{-10} \text{ Г}$ это условие соответствует неравенству $\omega < 1,5 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$. Интегрируя /2.7/, получаем выражение для дисперсии напряжения шумов на переходе

$$\overline{U_{Jn}^2} = k_B T R R_J / L.$$

Обозначая $\Delta\omega_n = (R + R_J) / L \approx R_J / L$, получим

$$\overline{U_{Jn}^2} = k_B T R \Delta\omega_n. \quad /2.8/$$

Следует заметить, что $\Delta\omega_n$ соответствует ширине полосы частот от нулевой частоты до частоты, на которой спектральная плотность напряжения шумов равна половине от спектральной плотности при нулевой частоте. Нас интересует влияние шумов на результат измерения в диапазоне преобразования, поэтому допустим, что напряжение $U_x > R\Gamma_m$. Тогда для определения дисперсии выходной частоты ПНЧ можно использовать выражение /1.1/, подставляя вместо U_J значение $(\overline{U_{Jn}^2})^{1/2}$ из /2.8/ и возводя полученное равенство в квадрат:

$$Df_J = k_B TR \Delta\omega_n / \phi_0^2. \quad /2.9/$$

Флуктуации частоты, обусловленные тепловыми шумами, будут проявляться при наблюдении выходного сигнала ПНЧ на экране осциллографа как размывание правой части изображения при многократной развертке /см. рис. 6/1/. Синхронизация процесса происходит в левой части экрана, и за каждый период развертки осциллографа наблюдается разное число периодов выходной частоты ПНЧ, флуктуирующей около значения U_J / ϕ_0 .

Частотомер, измеряющий частоту f_J за время τ , производит усреднение частоты за это время. При этом результат единичного измерения частотомера - это оценка $\langle f_J \rangle$ средней частоты. Дисперсия этой оценки $D\langle f_J \rangle$ определяется, как известно /3/, для стационарного эргодического случайного процесса:

$$D\langle f_J \rangle = \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} (1 - \lambda/\tau) Df_J \rho(\lambda) d\lambda, \quad /2.10/$$

где λ - время корреляции; $\rho(\lambda)$ - нормированная корреляционная функция. Условие нормировки: $\rho(0) = 1$. Известно, что для стационарного случайного эргодического процесса со спектром вида /белый шум, пропущенный через LR-фильтр/

$$S = \psi(1 + \omega^2 / \Delta\omega_n^2), \quad /2.11/$$

где ψ - дисперсия процесса при $\omega=0$, нормированная корреляционная функция имеет вид

$$\rho(\lambda) = \frac{-\Delta\omega_n |\lambda|}{e} \quad /2.12/$$

Как видно из выражения /2.6/, при условии $\omega^2 L^2 / R(R + R_J) < 1$ спектральная плотность мощности напряжения шумов на переходе соответствует выражению /2.11/, следовательно, имеет нормированную корреляционную функцию /2.12/. Учитывая /2.12/ в /2.10/ и производя интегрирование, получаем

$$D\langle f_J \rangle = \frac{2k_B TR}{\tau\phi_0^2} \left[1 - \frac{1}{\tau\Delta\omega_n} (1 - e^{-\Delta\omega_n \tau}) \right]. \quad /2.13/$$

Пренебрегая слагаемым $(1 - e^{-\Delta\omega_n \tau}) / \tau\Delta\omega_n < 1$ получим выражение, приведенное в /4/:

$$D\langle f_J \rangle = 2k_B TR / \tau\phi_0^2. \quad /2.14/$$

Используя результат вычисления $D\langle f_J \rangle$, можно определить среднеквадратичную относительную погрешность γ_n измерения U_x за время τ , принимая во внимание уравнение /2.1/ при условии $R_J \gg R$ и $U_x > R\bar{I}_m$:

$$\gamma_n = \sqrt{D\langle f_J \rangle} / f_J = \sqrt{2k_B TR} / \sqrt{\tau} U_x. \quad /2.15/$$

Тогда напряжение шумов, приведенное к входу ПНЧ, равно

$$\sqrt{\langle U_{Jn}^2 \rangle} = \gamma_n U_x = \sqrt{2k_B TR} / \tau. \quad /2.16/$$

Сравнивая дисперсию $\overline{U_{Jn}^2}$, определяемую в соответствии с /2.8/, и дисперсию приведенного к входу шумового напряжения при времени усреднения τ , определяемую из выражения /2.16/, замечаем, что

$$\overline{U_{Jn}^2} / \langle U_{Jn}^2 \rangle = \Delta\omega_n / \Delta\omega_\tau, \quad /2.17/$$

где $\Delta\omega_\tau = 2/\tau$ - условная полоса напряжения шумов, приведенного к входу ПНЧ на ресквиде. Другими словами, измерение напряжения с помощью этого ПНЧ за время τ эквивалентно фильтрации напряжения шумов

RC -фильтром с частотой среза $\Delta\omega_\tau \ll \Delta\omega_n$. Это неравенство выполняется всегда, поскольку $\tau > 10^{-8}$ с из соображений получения погрешности дискретности одного порядка с γ_n для значений $U_x < 10^{-12}$ В, а $\Delta\omega_n = (R+R_J)/L \sim 10^{10}$ с $^{-1}$. Поэтому, в частности, справедливо допущение, сделанное нами выше при интегрировании выражения /2.6/, поскольку всегда $\Delta\omega_\tau < 1,5 \cdot 10^6$ с $^{-1}$ и неважно, какую зависимость от частоты имеет спектральная плотность мощности напряжения шумов на переходе выше частоты $\Delta\omega_\tau$.

Используя соотношение /2.1/, определим относительную погрешность от нелинейности γ_A статической характеристики

$$\gamma_A = (f_J - f_x)/f_x = R_J \sqrt{U_x^2 - (R\bar{I}_m)^2} / (R+R_J)U_x - 1, \quad /2.18/$$

где f_x определяется из выражения /1.1/ при подстановке вместо U_J напряжения U_x . Пренебрегая $R \ll R_J$ и производя простые преобразования, получим

$$\gamma_A = \sqrt{1 - (R\bar{I}_m/U_x)^2} - 1. \quad /2.19/$$

Заметим, что во всем диапазоне преобразования погрешность отрицательна. Измерение частоты с выхода ПНЧ за фиксированное время τ вызывает погрешность дискретности. Среднеквадратичная относительная погрешность дискретности γ_D может быть определена, если известна дисперсия погрешности дискретности. Используя дисперсию погрешности дискретности, определенную в^{5/}, получим /принимая во внимание, что $R_J \gg R$ и $U_x > R\bar{I}_m$ /:

$$\gamma_D = \phi_0 / \sqrt{3\tau} U_x. \quad /2.20/$$

Для расчета приведенных погрешностей в выражения /2.15/, /2.19/ и /2.20/ вместо U_x следует подставлять значение $U_{x \max}$ из /2.2/.

Для оптимального выбора τ следует потребовать $\gamma_D = \gamma_n$, чтобы реализовать информативные свойства ПНЧ за минимально возможное время измерения частоты

томера. Из равенства $\gamma_D = \gamma_n$ получаем условие для выбора τ :

$$\tau \geq \phi_0^2 / 6k_B TR. \quad /2.21/$$

Если, кроме того, задать условие, чтобы в требуемом диапазоне преобразования погрешность от нелинейности γ_A не превышала погрешности дискретности, т.е. $|\gamma_A| \leq \leq |\gamma_D|$, то, используя /2.21/ в /2.20/ и приравнивая полученный результат γ_A из /2.19/, можно получить условие для выбора сопротивления резистивной вставки R при известной амплитуде среднего тока \bar{I}_m и нижнем пределе преобразуемого напряжения $U_{x \min}$:

$$R \leq \frac{4\sqrt{3}k_B T \phi_0}{12k_B^2 T^2 + (\bar{I}_m \phi_0)^2} U_{x \min}. \quad /2.22/$$

Выражением /2.22/ можно пользоваться также для определения \bar{I}_m и $U_{x \min}$ при известных других параметрах резкvida.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Для экспериментальной проверки описанного ПНЧ был изготовлен резквид, изображенный на рис. 2. Резквид представляет собой известный двухиндуктивный сквид^{/6/}, содержащий цилиндрический корпус из сверхпроводника, который разрезан по осям отверстий, а в образовавшиеся прорезы впаяны пластины 1 из нормального металла. В качестве сверхпроводника применен ниобий, в качестве нормального металла - медь. Переход Джозефсона образуется в месте контакта острия ниобиевого винта 2 с плоским торцом другого ниобиевого винта 3. Контровка винта 2 осуществляется гайкой из ниобия 4. Цилиндрические отверстия в корпусе 5 соединены узкой прорезью, перпендикулярной винтам 2 и 3. Винт 3 с плоским торцом перед сборкой резкvida был окислирован на воздухе нагреванием до появления темно-коричневой окисной пленки на торце винта. Резквид

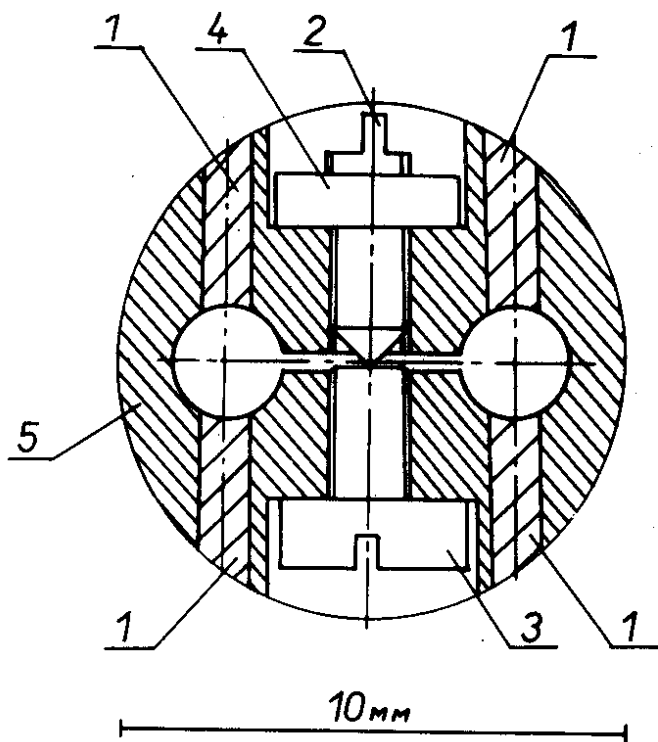


Рис. 2. Ресквид в разрезе. 1 - резистивная вставка из меди; 2,3 - ниобиевые винты; 4 - ниобиевая гайка; 5 - корпус из ниобия.

настраивался в гелии. После настройки прорезь в корпусе ресквида и углубления под головку винта 3 и гайку 4 были заполнены низкотемпературным эпоксидным компаундом марки Stycast 2850FT с целью герметизации точечного контакта. Такая конструкция ресквида была разработана с целью сохранения параметров однажды настроенного ресквида при многократных циклах охлаждения - отогрев. Опыт эксплуатации ресквида в течение полугода показал надежность его конструкции.

Катушка индуктивности LC-контура намотана свинцовым проводом для получения высокой добротности. Для подключения ресквида к цепи измеряемого напряжения предусмотрены свинцовые токопроводы, припаян-

ные мягким припоем к покрытому медью торцу ресквида по обе стороны от прорези, соединяющей отверстия в корпусе. Ресквид вместе с элементами LC-контура помещен в негерметичную капсулу.

Структурная схема экспериментальной установки приведена на рис. 3. Кроме ресквида 1 и LC-контура 2 в капсуле находится развязывающий конденсатор C1 и резистор R1 для обеспечения режима заданного тока в

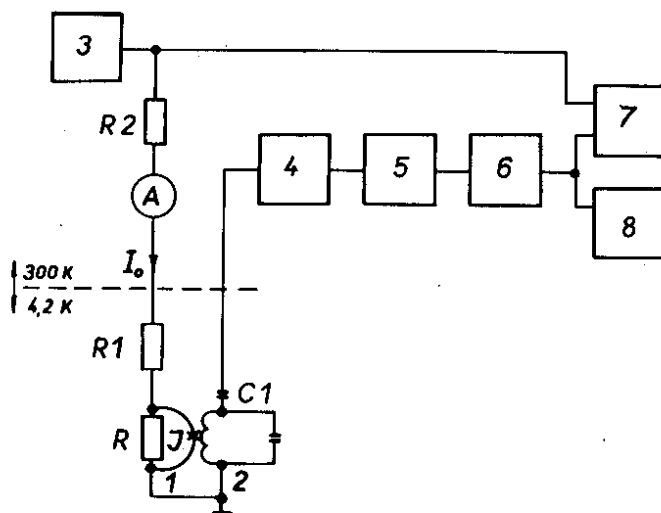


Рис. 3. Структурная схема экспериментальной установки. 1 - ресквид; 2 - LC-контур; 3 - источник напряжения; 4 - усилитель высокой частоты; 5 - амплитудный детектор; 6 - усилитель низкой частоты; 7 - двухлучевой осциллограф; 8 - частотомер.

цепи ресквида. Напряжение U_x создается постоянным током I_0 , протекающим от источника 3 через ресквид. Пока ток I_0 настолько велик, что $I_0 \gg \bar{I}_m$, можно пренебрегать частью тока I_0 , ответвляющейся в переход Джозефсона, и считать, что весь ток I_0 протекает через резистивную вставку. Когда это неравенство стремится к равенству, все большая часть тока I_0 ответвляется через переход, и среднее значение напря-

жения на нем становится меньше величины $I_0 R$. Если теперь считать, что /независимо от величины I_0 / напряжение $U_x = I_0 R$, то такой способ создания U_x эквивалентен рассмотренному нами случаю /1/, когда источником U_x является сама резистивная вставка. Величина тока I_0 регулируется изменением выходного напряжения источника 3 и может быть измерена амперметром А. Как показано в /5/, шумы, возникающие в резисторе R_1 , увеличивают дисперсию напряжения на переходе в $(1 + T_1 R / TR_1)$ раз, где T_1 - шумовая температура резистора R_1 , а T - шумовая температура резистора R . Если считать, что шумы обоих резисторов R и R_1 теплового происхождения, то $T \sim T_1$, и тогда увеличение дисперсии $\overline{U_{Jn}^2}$ за счет R_1 ничтожно мало, т.к. $R \sim 5 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}$, а $R_1 \sim 10^3 \text{ Ом}$. Влиянием шумов источника напряжения 3 также можно пренебречь до тех пор, пока $(T_i R / TR_i) \ll 1$, где T_i - шумовая температура источника напряжения, а R_i - его внутреннее сопротивление. В нашей экспериментальной установке R_i определяется в основном резистором R_2 и составляет $\sim 10^3 \text{ Ом}$, а $T_i \sim 10^4 \text{ К}$, следовательно, $(T_i R / TR_i) \sim 10^{-7} \ll 1$.

Когда напряжение $U_J \neq 0$, возникает амплитудная модуляция напряжения на LC-контуре с частотой f_J . Это напряжение усиливается усилителем высокой частоты 4, детектируется амплитудным детектором 5, низкочастотная составляющая напряжения с детектора усиливается усилителем низкой частоты 6 и подается на один канал осциллографа 7 и частотомер 8. Усилитель высокой частоты 4 охвачен положительной обратной связью и работает в автогенерационном режиме /7/, поэтому генератор высокочастотного тока в схеме отсутствует.

Следует отметить, что сразу после погружения штанги с ресквидом в жидкий гелий наблюдается генерация частоты ПНЧ без подачи на его вход какого-либо напряжения. Эта частота соответствует напряжению на входе ПНЧ порядка 10^{-12} В и вызывается, по-видимому, термо-э.д.с., образующейся в ресквиде из-за наличия в нем градиента температуры. С течением времени температура в ресквиде выравнивается, что сопровождается уменьшением частоты произвольной генерации до пол-

ного ее исчезновения спустя 2-3 часа после погружения в гелий. Все измерения мы производили по прошествии этого времени.

Для снятия статической характеристики ПНЧ в качестве источника напряжения \mathcal{E} был применен гальванический элемент, нагруженный на проволочный потенциометр. Время измерения частотомера составляло 1 с. При изменении тока I_0 с помощью потенциометра зависимость $\langle f_J \rangle = f(I_0)$ была многократно снята и затем усреднена; из этой зависимости было определено сопротивление резистивной вставки $R = 5,09 \pm 0,05 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}$. По этим данным была построена статическая характеристика ПНЧ $\langle f_J \rangle = f(U_x)$, где $U_x = I_0 R$ / рис. 4, кривая "а"/.

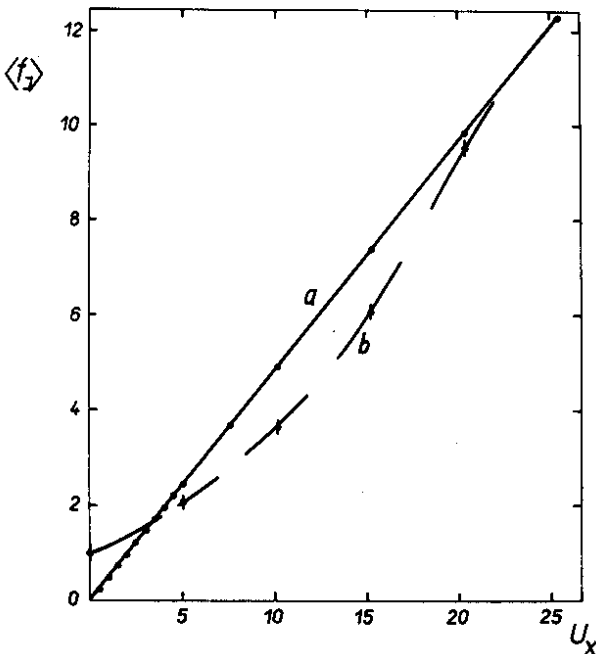


Рис. 4. Статическая характеристика ПНЧ на резисторе, снятая при времени измерения частотомера 1 с. По горизонтальной оси отложено входное напряжение, по вертикальной - выходная частота ПНЧ. Масштабы по осям для кривых: а - $\langle f_J \rangle \times 10^8 \text{ Гц}$; $U_x \times 1 \text{ нВ}$; б - $\langle f_J \rangle \times 10 \text{ Гц}$; $U_x \times 0,01 \text{ нВ}$.

Кроме того, на *рис. 4* отдельно изображен в увеличенном масштабе начальный участок статической характеристики /кривая "b" /. Нелинейность начального участка характеристики определяется, по-видимому, двумя причинами: во-первых, приближением величины напряжения U_x к значению $R\bar{I}_m$, а во-вторых, - тепловыми шумами в резистивной вставке ресквида. По статической характеристике была построена зависимость коэффициента преобразования ПНЧ от входного напряжения $A=f(U_x)$ /*рис. 5*/, причем каждое значение A_i этой функции определялось по формуле

$$A_i = \frac{\langle f_J \rangle_i - \langle f_J \rangle_{(i-1)}}{U_{xi} - U_{x(i-1)}}, \quad /2.23/$$

где индексы обозначают i - текущее, а $(i-1)$ - предыдущее значение.

На графиках *рис. 4* и *5* показана погрешность для

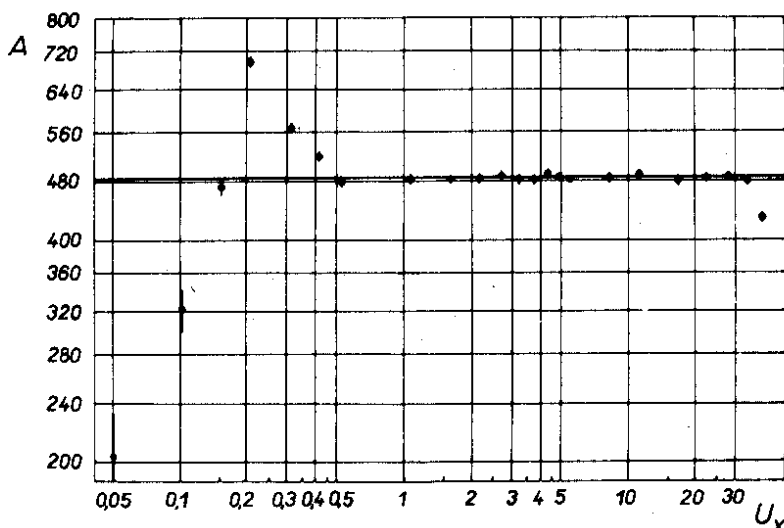


Рис. 5. Зависимость коэффициента преобразования A ПНЧ на ресквиде от входного напряжения U_x . Время измерения частотомера 1 с. По горизонтальной оси отложено входное напряжение в нВ, по вертикальной - коэффициент преобразования в Гц/нВ. Масштаб по обеим осям логарифмический.

каждой экспериментальной точки. Эта погрешность геометрически суммируется в каждом случае из следующих составляющих: погрешности измерения тока I_0 , погрешности определения сопротивления резистивной вставки R и погрешности, вносимой тепловыми шумами в резистивной вставке. Погрешность измерения тока определяется классом точности амперметра и в нашем случае не превышает 1%. Среднеквадратичное значение относительной погрешности измерения сопротивления резистивной вставки равно 1,0% и определяется в основном также погрешностью измерения тока, поскольку неопределенность, вносимая тепловыми шумами резистивной вставки в характеристику $\langle f_J \rangle = f(I_0)$, при усреднении была оценена среднеквадратичной погрешностью, равной 0,18%. Погрешность γ_n , обусловленная тепловыми шумами в резистивной вставке, носит аддитивный характер и может быть оценена при каком-либо фиксированном значении U_x многократным измерением частоты $\langle f_J \rangle$ с выхода ПНЧ и последующим статистическим вычислением оценки дисперсии σ^2 выходной частоты ПНЧ по известной формуле

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\langle f_J \rangle_i - \overline{\langle f_J \rangle})^2; \quad /2.24/$$

где n - число измерений частоты, по результатам которых производится оценка; $\overline{\langle f_J \rangle} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \langle f_J \rangle_i$ - среднее значение частоты.

Относительная погрешность γ_σ этой оценки при нормальном законе распределения частоты, как известно, равна:

$$\gamma_\sigma = \sqrt{2/(n-1)}. \quad /2.25/$$

Используя результат вычисления оценки дисперсии σ^2 , получим оценку погрешности γ'_n :

$$\gamma'_n = \sigma / \overline{\langle f_J \rangle}. \quad /2.26/$$

С другой стороны, можно рассчитать погрешность γ_n из выражения /2.15/ при известных значениях R , τ и $\langle f_J \rangle$. Мы произвели 62 последовательных измерения частоты f_J при фиксированном значении $U_x \approx 8,1 \cdot 10^{-14} \text{ В}$ и времени измерения $\tau = 1 \text{ с}$, с интервалом между измерениями 1,5 с.

По результатам этих измерений с погрешностью $\gamma_\sigma = 18\%$ была вычислена величина погрешности $\gamma'_n = 5,1\%$. Расчет по формуле /2.15/ дал значение $\gamma_n = 3,6\%$. Отклонение оценки γ'_n от расчетной величины объясняется, по-видимому, отклонением закона распределения отсчетов частотомера $\langle f_J \rangle$ от нормального, что, в свою очередь, может быть объяснено малым объемом выборки n , а также присутствием в спектре выходного сигнала ПНЧ составляющих вида $1/f$. Для иллюстрации описанного на рис. 6 приведено выборочное распределение относительной частоты отсчетов частотомера n_i/n , где n_i - число отсчетов с i -м значением.

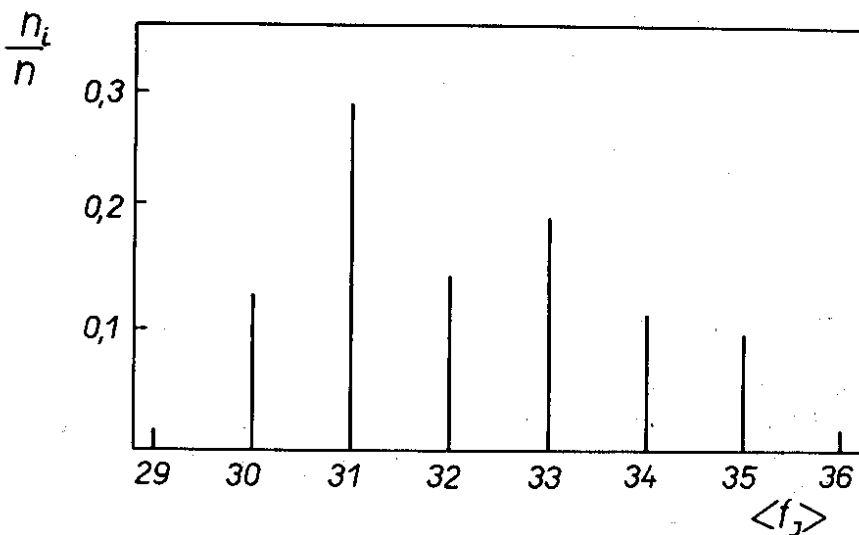


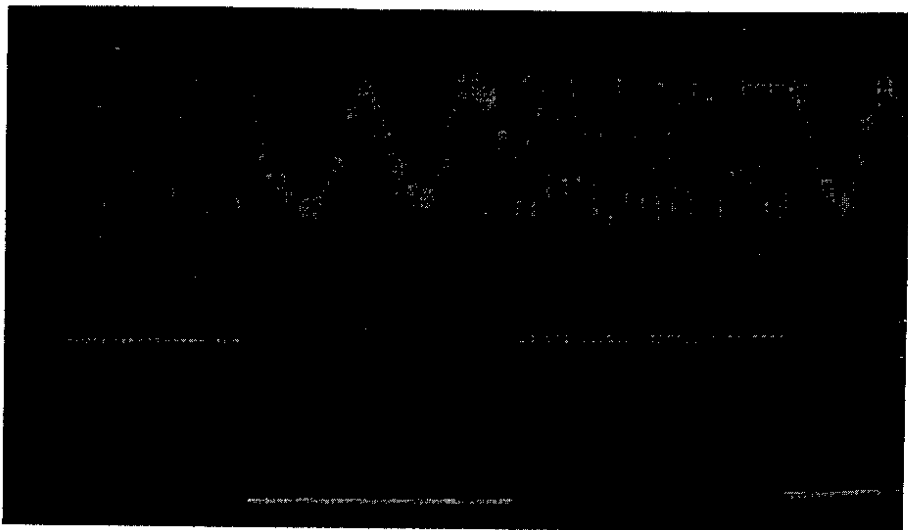
Рис. 6. Выборочное распределение относительной частоты отсчетов частотомера, включенного на выходе ПНЧ на ресквиде, при $U_x \approx 8,1 \cdot 10^{-14} \text{ В}$, $\tau = 1 \text{ с}$ и объеме выборки $n = 62$. По горизонтальной оси отложены отсчеты частотомера в Гц, по вертикальной - относительная частота появления данного отсчета. Среднее распределение - 32,2 Гц.

Возвращаясь к зависимости $A=f(U_x)$ /см. рис. 5/, отметим, что в данном эксперименте заметное увеличение коэффициента преобразования рассматриваемого ПНЧ происходит при уменьшении входного напряжения ПНЧ ниже $0,3 \text{ нВ}$, и максимум коэффициента преобразования достигается при напряжениях U_x порядка $0,2 \text{ нВ}$. При уменьшении U_x ниже $0,2 \text{ нВ}$ происходит снижение коэффициента преобразования. Положение максимума на характеристике $A=f(U_x)$ зависит от произведения $R\bar{I}_m$: Как показал анализ среднего циркулирующего тока в ресквиде, $\bar{I}_m \approx \phi_0/2L$ для рабочей точки на левом краю плато вольтамперной высокочастотной характеристики /см. рис. 5^{1/1}/. Усилитель высокой частоты в нашем эксперименте работал в автогенерационном режиме, причем глубина обратной связи была выбрана такой, чтобы рабочая точка по току I_{gm} перемещалась по линии, близкой к линии AD, то есть чтобы рабочая точка была близка к левому краю плато. Следовательно, в этом режиме $\bar{I}_m \approx \phi_0/2L$. Учитывая это соотношение, мы определили величину $R\bar{I}_m \approx 0,13 \text{ нВ}$ на основании измеренного значения индуктивности L и найденного выше значения R . При этом значении U_x в соответствии с /2.4/ коэффициент преобразования должен был бы устремиться к бесконечности. Однако наличие тепловых шумов в ресквиде ограничивает его рост. При уменьшении $U_x < R\bar{I}_m$ напряжение на переходе Джозефсона во все большей степени определяется тепловыми шумами ресквида и во все меньшей степени - напряжением U_x . Поэтому становится понятным уменьшение коэффициента преобразования при $U_x < R\bar{I}_m$. Строго говоря, этот участок статической характеристики ПНЧ нельзя считать рабочим. Целесообразно ограничить снизу диапазон преобразования данного ПНЧ величиной максимально допустимого отклонения коэффициента преобразования от значения, определяемого выражением /1.2/ и представленного на рис. 5 линией $A=483,6 \text{ нВ/Гц}$.

Верхний предел преобразования напряжения $U_{x \text{ max}}$ определяется по формуле /2.3/ и при параметрах $Q = 1,7 \cdot 10^3$, $\omega_0/2\pi = 10^7 \text{ Гц}$, $p = 5$ составляет 30 нВ . Дальнейшее увеличение $U_{x \text{ max}}$ без увеличения час-

тоты ВЧ-накачки и уменьшения добротности LC-контура потребовало бы увеличения коэффициента ρ , однако практика показывает, что при этом резко снижается коэффициент преобразования ПНЧ. Снижение коэффициента преобразования при $U_x > 30 \text{ мВ}$ объясняется в данном случае тем, что выходное напряжение детектора уменьшается настолько, что становится сравнимым с шумами включенного за ним усилителя, а это приводит к случайным срабатываниям входного порогового устройства частотомера. Основываясь на изложенном, мы определяем диапазон преобразования ПНЧ на данном ресквиде как $0,3 \div 30 \text{ мВ}$. В этом диапазоне погрешность преобразования не превышает 1,5%. Если стоит задача получения другой погрешности преобразования, то следует применять амперметр необходимого класса точности для определения диапазона преобразования.

Для оценки динамических свойств данного ПНЧ в качестве источника напряжения /схема на рис. 3/ был применен генератор прямоугольного напряжения с периодом 30 мс. Фотография с экрана осциллографа приведена на рис. 7. Внизу изображено входное напряжение ПНЧ, а вверху - выходной сигнал с частотой f_J .



Нижний уровень входного напряжения составляет $2,7 \cdot 10^{-13} \text{В}$, а верхний - $2,3 \cdot 10^{-12} \text{В}$. Из фотографии видно, что измерение выходной частоты ПНЧ происходит так же скачкообразно, как и изменение входного напряжения.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выше рассмотрены основные энергетические соотношения и метрологические характеристики ПНЧ на ресквиде. Получены выражения для определения диапазона преобразования ПНЧ, определены его границы, получены соотношения для основных погрешностей ПНЧ. Результаты экспериментальных исследований изготовленного ресквида и ПНЧ на его основе подтверждают основные теоретические положения, а опыт эксплуатации ресквида в течение 6 месяцев говорит о надежности его конструкции. Данный ресквид может быть использован в ПНЧ для преобразования напряжения постоянного тока в диапазоне $0,3 \div 30 \text{ мВ}$ с погрешностью не более 1,5%, при времени измерения 1 с. Погрешность преобразования в общем случае определяется тепловыми шумами в резистивной вставке ресквида, а также нелинейностью начального участка диапазона преобразования. Погрешность, обусловленная тепловыми шумами, может быть понижена при увеличении времени измерения выходной частоты ПНЧ. Для уменьшения погрешности от нелинейности следует уменьшать амплитуду среднего тока в ресквиде. При работе с ресквидами следует обращать внимание на устранение градиента температуры в ресквиде, наличие которого может вызвать возникновение термо-э.д.с.

◀ *Рис. 7. Реакция ПНЧ на ресквиде на ступенчатое входное напряжение. Нижний луч - входное напряжение; верхний - выходной сигнал ПНЧ. Нижний уровень входного напряжения составляет $2,7 \cdot 10^{-13} \text{В}$, верхний - $2,3 \cdot 10^{-12} \text{В}$.*

Авторы приносят благодарность Е.В.Колычевой за помощь в проведении расчетов на ЭВМ, а также К.К.Лихареву и В.В.Шмидту, высказавшим ряд ценных замечаний и предложений при обсуждении рукописи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Васильев Б.В., Кривой Г.С. ОИЯИ, P13-10941, Дубна, 1977.
2. Park J.G. *J.Phys.F: Metal.Phys.*, 1974, v.4, pp.2239-2263.
3. Мирский Г.Я. Аппаратурное определение характеристик случайных процессов. "Энергия", М., 1972.
4. Kamper R.A., Zimmerman J.E. *J.Appl.Phys.*, 1971, 42, p.132.
5. Кривой Г.С., Ложников В.Я. В кн.: Измерительные преобразователи, вып. 1. Изд. ОмПИ, Омск, 1975, с.14.
6. Zimmerman J.E., Thiene P., Harding J.J. *Appl.Phys.*, 1970, 41, p.1572.
7. Васильев Б.В., Данилов В.В., Лихарев К.К. ОИЯИ, P13-8233, Дубна, 1974.

Рукопись поступила в издательский отдел
13 сентября 1977 года.