

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



P13 - 10941

ЛЯП

B-191

Б.В.Васильев, Г.С.Кривой

379/4-78

ПРИМЕНЕНИЕ ЭФФЕКТА ДЖОЗЕФСОНА
ДЛЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В ЧАСТОТУ
СВЕРХМАЛЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Часть I. Физические основы метода

1977

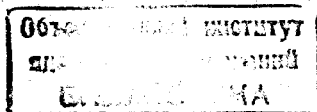
P13 - 10941

Б.В.Васильев, Г.С.Кривой

ПРИМЕНЕНИЕ ЭФФЕКТА ДЖОЗЕФСОНА
ДЛЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В ЧАСТОТУ
СВЕРХМАЛЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Часть 1. Физические основы метода

Направлено в журнал "Физика низких температур"



Васильев Б.В., Кривой Г.С.

P13 - 10941

Применение эффекта Джозефсона для преобразования в частоту сверхмалых напряжений. Часть I. Физические основы метода

Исследован измерительный преобразователь сверхмалых напряжений постоянного тока в частоту, основным элементом которого является частично резистивный сверхпроводящий квантовый интерференционный датчик (ресквид). Получены выражения, описывающие процессы в ресквиде при подаче на него напряжения и действии внешнего изменяющегося магнитного поля, когда слабая связь в ресквиде представлена параллельным соединением идеального перехода Джозефсона и нормального сопротивления слабой связи. Рассмотрен режим работы ресквида, индуктивно связанного с добротным колебательным контуром.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

Vasiliev B.V., Krivoy G.S.

P13 - 10941

Application of the Josephson Effect to Transformation of Supersmall Voltage into a Frequency. Part I. Physical Foundations of the Method

The current to frequency converter of ultralow voltages is investigated, the partial resistive squid (resquid) being the main element of the device. The expressions describing processes in the resquid under the application of d.c. voltage and of external variable magnetic field were obtained. The working characteristics of the resquid inductively connected with a quality resonant circuit are considered.

The investigation has been performed at the Neutron Physics Laboratory, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

1. ВВЕДЕНИЕ

Измерение сверхмалых электрических напряжений постоянного тока /ниже 10^{-9} В/ является актуальной задачей современной измерительной техники. Для решения этой задачи могут быть применены, в частности, вольтметры уравнивающего преобразования, в которых в качестве нуль-индикатора используются сверхпроводящие квантовые интерференционные датчики - сквиды ^{/1/}. Эти вольтметры нуждаются в градуировке и регулярной проверке, что сопряжено с известными трудностями ввиду малой величины калибровочного напряжения, необходимого для этих операций.

Представляется перспективным использовать для измерения напряжений постоянного тока ниже 10^{-9} В измерительный преобразователь напряжения в частоту /ПНЧ/, в основу которого положен нестационарный эффект Джозефсона, описываемый уравнением ^{/2/}

$$f_J = U_J / \Phi_0, \quad /1.1/$$

где f_J - частота; U_J - напряжение, приложенное к переходу Джозефсона; $\Phi_0 = h/2e = 2,07 \cdot 10^{-15}$ Вб - квант магнитного потока / h - постоянная Планка, e - заряд электрона/.

Уравнение /1.1/ связывает напряжение U_J , приложенное к переходу Джозефсона, с частотой f_J переменного тока, обусловленного джозефсоновской генерацией. Таким образом, переход Джозефсона представляет собой ПНЧ, коэффициент преобразования A_J которого определяется только мировыми постоянными:

$$A_J = 2e/h = 483,5912 \pm 0,0030 \cdot 10^{12} \text{ Гц} \cdot \text{В}^{-1} \quad /1.2/$$

Однако частоту f_J джозефсоновской генерации в обособленном переходе невозможно непосредственно измерить существующими приборами, поскольку мощность этого процесса чрезвычайно мала $\sim 10^{-15} \text{ Вт}$ при $U_J \sim 10^{-12} \text{ В}$ и падает при уменьшении приложенного к переходу напряжения U_J .

Для регистрации джозефсоновской генерации может быть использован резистивный сквид^{/3/} - ресквид, схематически изображенный на *рис. 1а*. Ресквид представляет собой сверхпроводящее кольцо с малой индуктивностью $\sim 10^{-9} \text{ Г}$, содержащее переход Джозефсона J и резистивную вставку R из нормального металла, включенную в разрыв сверхпроводящего кольца параллельно переходу Джозефсона. Величина сопротивления

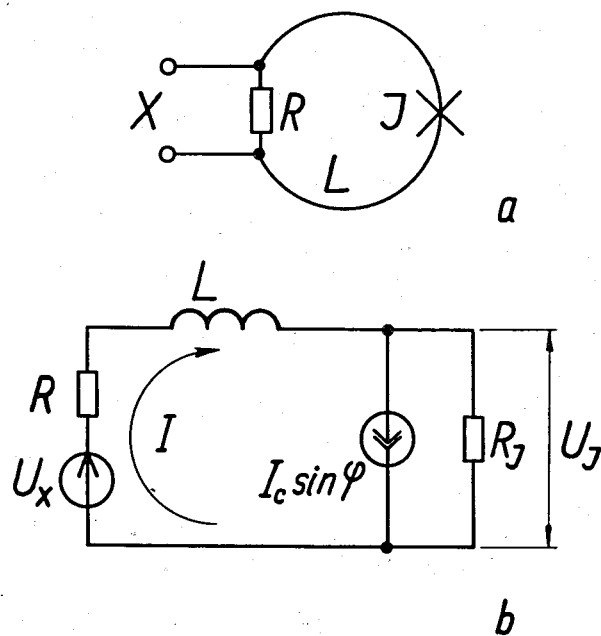


Рис. 1. Ресквид. а - принципиальная схема, б - эквивалентная схема.

резистивной вставки R существенно меньше сопротивления перехода Джозефсона в нормальном состоянии, что позволяет подавать на переход J через зажимы X постоянное измеряемое напряжение. Резистивная вставка R играет для перехода J роль источника напряжения U_J . В качестве перехода Джозефсона в ресквидах могут быть использованы точечные контакты, мостики Дайема и другие аналогичные типы слабых связей, в которых проявляется эффект Джозефсона и которые имеют собственную емкость не более нескольких единиц пикофарад. Мы используем точечные контакты ввиду простоты их изготовления и возможности регулировки параметров перехода в процессе настройки ресквида. Однако следует отметить, что основные теоретические положения, сформулированные ниже, справедливы для ресквидов с любым типом перехода Джозефсона, удовлетворяющим приведенному выше требованию к собственной емкости перехода.

2. ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ РЕСКВИДА

Рассмотрим работу ресквида в режиме, широко используемом при работе со сквидами^{/4,5/}. Для обеспечения этого режима ресквид индуктивно связан с LC-контуром, питающимся от генератора высокочастотного тока, настроенного на резонансную частоту LC-контура */рис.2/*. Эта частота должна быть такой, чтобы индуктивное сопротивление ресквида было меньше его активного сопротивления, представляющего собой сумму сопротивлений резистивной вставки и перехода Джозефсона в нормальном состоянии^{/6/}. Обычно используются LC-контур с резонансной частотой не меньше 10 МГц .

Для анализа процессов, происходящих в ресквиде, необходимо составить его эквивалентную схему и рассмотреть работу ресквида при приложенном напряжении и при воздействии внешнего магнитного поля, индуцируемого током, протекающим в катушке индуктивности LC-контура.

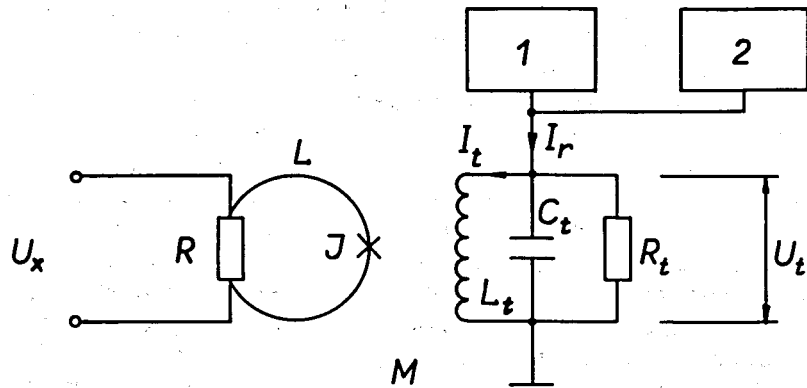


Рис. 2. Включение ресквида в схему для усиления джозефсоновских осцилляций. 1 - генератор высокочастотного тока; 2 - усилитель высокой частоты и амплитудный детектор.

2.1. Эквивалентная схема ресквида

Переход Джозефсона характеризуется критическим током I_c , нормальным сопротивлением R_J и емкостью C_J . Для точечных контактов, используемых нами в качестве перехода Джозефсона в ресквиде, емкостью C_J можно пренебречь, поскольку на частотах ВЧ-накачки ниже $\sim 10^9$ Гц вклад емкостного тока в общий ток не существен. Рассмотрим случай, когда источником напряжения U_x является сама резистивная вставка R . Это имеет место, например, когда ресквид применяется для измерения термо-э.д.с. в шумовой термометрии^{7/}. В любом другом случае, когда измеряемое напряжение поступает извне, под R следует понимать параллельное соединение резистивной вставки и внутреннего сопротивления источника U_x . Эквивалентная схема ресквида для этого случая приведена на рис. 1б. Индуктивность кольца ресквида представлена в виде сосредоточенной индуктивности L . Переход Джозефсона представлен параллельным соединением нормального сопротивления перехода R_J и "идеального" перехода J , через который протекает только сверхпроводящий ток

$$I_s = I_c \sin \phi, \quad /1.3/$$

где ϕ - квантовомеханическая разность фаз на переходе. Фактически идеальный переход является генератором сверхпроводящего тока, причем разность фаз ϕ удовлетворяет соотношению Джозефсона

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{2\pi}{\Phi_0} U_J, \quad /1.4/$$

где U_J - напряжение на переходе.

2.2. Процессы в ресквиде

В случае, когда приложенное напряжение $U_x \neq 0$, в кольце ресквида циркулирует ток I . Чтобы найти этот ток, составим уравнение Кирхгофа для цепи, изображенной на рис. 1б, и разрешим его относительно I . Уравнение будет иметь вид

$$I(R+R_J) + L \frac{dI}{dt} - R_J I_c \sin \phi = U_x. \quad /1.5/$$

Учитывая соотношение /1.4/, можно записать:

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{2\pi R_J}{\Phi_0} (I - I_c \sin \phi). \quad /1.6/$$

Используя /1.6/ в /1.5/, получаем нелинейное дифференциальное уравнение 2-го порядка для фазы

$$\frac{r}{\omega_x} \frac{d^2 \phi}{dt^2} + \frac{(1+q + \ell \cos \phi)}{\omega_x} \frac{d\phi}{dt} + \beta \sin \phi = 1, \quad /1.7/$$

где

$$r = L/R_J; \quad \ell = 2\pi L I_c / \Phi_0; \quad q = R/R_J; \quad \omega_x = 2\pi U_x / \Phi_0;$$

$$\beta = R I_c / U_x.$$

Первым членом в левой части уравнения /1.7/ можно пренебречь, поскольку при постоянном напряжении U_x скорость изменения фазы $d\phi/dt$ - величина квазипостоянная^{8/}.

Уравнение /1.7/ можно решить численно на ЭВМ. Однако в случае $\beta < 1$ и $q \ll 1$ возможно аналитическое решение:

$$I = I_c \sin[\omega_J t + (\ell/\beta) \ln |1 - \beta (I/I_c)|], \quad /1.8/$$

где $\omega_J = 2\pi R_J \sqrt{U_x^2 - (RI_c)^2} / \Phi_0 (R + R_J)$ - среднее значение частоты джозефсоновской осцилляции, полученное при условии $\phi \rightarrow \infty$.

Анализируя /1.8/, замечаем, что при $\ell = 0$ зависимость $I(t)$ становится чисто синусоидальной. При $\ell > 1$ зависимость тока от времени будет неоднозначной и существенно нелинейной /рис. 3/. С увеличением времени

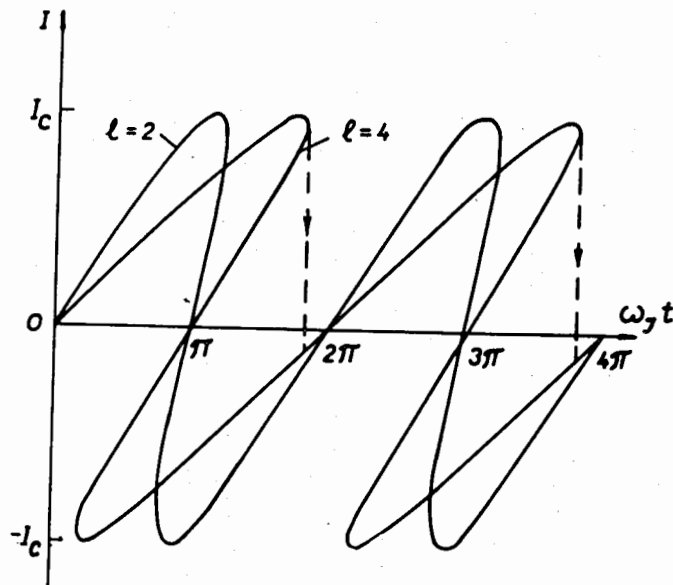


Рис. 3. Зависимость тока в резквиде от времени для двух значений параметра ℓ при $\beta = 0,01$.

ток в резквиде увеличивается монотонно до значения $+I_c$, затем скачкообразно падает по штриховой линии до минимального значения, определяемого в общем случае

величинами ℓ и β . При этом, чем больше ℓ при данном β , тем больше /по абсолютной величине/ минимальное значение тока. Аналогично этому, чем больше β при данном ℓ , тем больше минимальное значение тока. После скачка ток начинает снова монотонно возрастать до $+I_c$ с увеличением времени. В следующем цикле процесс повторяется, причем период осцилляции равен $2\pi/\omega_J$ и не зависит от ℓ , амплитуда скачка тока равна $-\Phi_0/L$ для любых ℓ и β .

Если кольцо резкvida пронизывается изменяющимся во времени магнитным потоком Φ_e , то, в соответствии с законом электромагнитной индукции, в кольце будет наводиться э.д.с. И процессы в резквиде будут аналогичны процессам, обусловленным приложенным внешним напряжением U_x , рассмотренным выше. Пусть Φ_e линейно зависит от времени t :

$$\Phi_e = U_e t, \quad /1.9/$$

где U_e - постоянная.

Для простоты будем полагать, что в этом случае $U_x = 0$. Тогда в уравнение Кирхгофа /1.5/ следует вместо U_x подставить э.д.с.

$$\xi_e = -d\Phi_e/dt = -U_e, \quad /1.10/$$

а вместо β - параметр $a = RI_c/U_e$. При скоростях изменения внешнего магнитного потока, когда действительно неравенство $a < 1$, получим результат интегрирования, подобный /1.8/:

$$I = -I_c \sin[2\pi\sqrt{1-a^2}(\Phi_e/\Phi_0) + (\ell/a) \ln |1 + a(I/I_c)|]. \quad /1.11/$$

Таким образом, различие уравнений /1.8/ и /1.11/ заключается лишь в разности знаков, стоящих перед током. Поэтому зависимость тока в резквиде от внешнего магнитного потока при $a < 1$ соответствует изображенной на рис. 3, взятой с обратным знаком по оси тока.

Из уравнения /1.11/ видно, что период функции $I = f(\Phi_e)$ зависит от величины a и равен $\Phi_0/\sqrt{1-a^2}$. Используя

/1.11/, записываем выражение для внутреннего магнитного потока Φ_i , пронизывающего кольцо ресквида:

$$\Phi_i = \Phi_e + LI = \Phi_e - LI_c \sin[2\pi\sqrt{1-\alpha^2}(\Phi_e/\Phi_0)] + (\ell/a) \ln|1 + \alpha(L/I_c)| \quad /1.12/$$

Для иллюстрации на рис. 4 приведена вычисленная на ЭВМ зависимость $\Phi = f(\Phi_e)$ при $\ell = 4$ и $\alpha = 0,01$. При увеличении внешнего магнитного потока Φ_e /если скорость изменения его такова, что $\alpha < 1$ / ток, наведенный потоком Φ_e , может достигать величины, достаточной для скачкообразного перехода ресквида в квантовое состояние с $N=1$, где $N \approx \Phi_i/\Phi_0$. Величина критического внешнего потока Φ_{ec} , при которой происходит скачок из состояния с $N=0$ в состояние с $N=1$, зависит от величины α . Уравнение /1.11/ позволяет получить значение критического

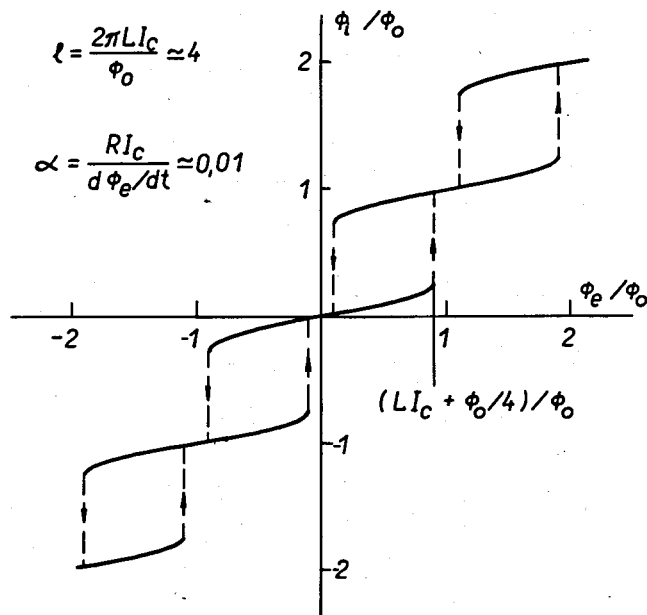


Рис. 4. Кривая намагничивания ресквида при значениях параметров: $\ell = 4$ и $\alpha = 0,01$.

потока в предположении, что скачок происходит, когда ток достигает величины $I = -I_c$:

$$\Phi_{ec} = \frac{4LI_c + \Phi_0}{4\sqrt{1-\alpha^2}} \quad /1.13/$$

При дальнейшем увеличении потока Φ_e следующий скачок происходит, когда $\Phi_e = \Phi_{ec} + \Phi_0/\sqrt{1-\alpha^2}$, и все последующие скачки будут происходить периодически через $\Phi_0/\sqrt{1-\alpha^2}$.

Интересно отметить, что кривая намагничивания ресквида при $\alpha \ll 1$ аналогична кривой намагничивания сквида. Если же $\alpha \geq 1$, то, как показывает анализ уравнения /1.12/, периодическая зависимость от внешнего магнитного потока Φ_e исчезает. Это объясняется тем, что ЭДС, наводимая в кольце ресквида, недостаточна для того, чтобы развить ток больше критического. В этом случае переход Джозефсона будет полностью сверхпроводящим, и в контуре ресквида будет протекать постоянный ток, меньший, чем I_c . Осцилляций также не будет наблюдаться, поскольку при токе через переход $I < I_c$ напряжение на нем равно нулю.

Другими словами, на внешний магнитный поток, имеющий скорость изменения

$$\frac{d\Phi_e}{dt} < RI_c,$$

ресквид не будет реагировать. Это свойство отличает ресквид от сквида, реакция которого на магнитные поля не зависит от скорости их изменения.

Рассмотрим процесс "перемагничивания" ресквида при $\alpha \ll 1$ /рис. 4/. При увеличении потока Φ_e составляющая LI магнитного потока Φ_i , пронизывающего кольцо ресквида, возрастает до тех пор, пока не достигнет величины $(LI_c + \Phi_0/4)$, после чего ресквид скачком переходит из состояния с $N=0$ в состояние с $N=1$. При дальнейшем увеличении потока Φ_e скачки в последующие квантовые состояния происходят с периодом $\sim \Phi_e$, т.е. когда $\Phi_e = LI_c + \Phi_0(N+1/4)$.

Допустим, что поток Φ_e достиг величины $(LI_c + \Phi_0/4) < \Phi_e < (LI_c + 5\Phi_0/4)$ и начал уменьшаться. В этом случае ресквид остается в состоянии с $N=1$ до тех пор, пока будет выполняться неравенство $\Phi_0 - (LI_c + \Phi_0/4) < \Phi_e$. Когда

это неравенство обратится в равенство, произойдет скачок из состояния с $N=1$ в состояние с $N=0$. Таким же образом происходят переходы в состояние с $N=-1$ и в следующие состояния при дальнейшем уменьшении потока. Заметим, что кривая намагничивания имеет гистерезис.

Если ресквид индуктивно связан с LC-контуром /см. рис. 2/, то внешний магнитный поток имеет /вследствие избирательных свойств контура/ вид:

$$\Phi_e = \Phi_{em} \sin \omega_0 t, \quad /1.14/$$

где ω_0 - резонансная угловая частота контура. Условие $\alpha < 1$ для синусоидального внешнего магнитного потока приобретает вид

$$\alpha = RI_c / \left(\frac{d\Phi_e}{dt} \right)_{\max} = RI_c / \omega_0 \Phi_{em} < 1, \quad /1.15/$$

откуда можно вывести требование к выбору рабочей частоты ВЧ-накачки:

$$f_0 > RI_c / 2\pi \Phi_{em}. \quad /1.16/$$

Как будет показано ниже, амплитуду внешнего магнитного потока целесообразно выбирать $\Phi_{em} \sim LI_c$. Учитывая это в /1.16/, получим:

$$f_0 > R / 2\pi L. \quad /1.17/$$

Это условие налагает верхний предел на величину R . Поскольку индуктивность ресквида обычно составляет $\sim 10^{-9}$ Г, а частота $f_0 \geq 10^7$ Гц, то $R < 10^{-2}$ Ом.

2.3. Взаимодействие ресквида с LC-контуром

Рассмотрим теперь процесс амплитудной модуляции напряжения на LC-контуре, питаемом от источника ВЧ-тока накачки. Будем рассматривать процессы в системе ресквид - колебательный контур при $\alpha \ll 1$ и вначале положим, что $U_x = 0$. Тогда ток, обусловленный U_x , также равен нулю. В ресквиде протекает только ВЧ-ток, наве-

денный переменным магнитным потоком Φ_e . в соответствии с /1.14/, причем

$$\Phi_{em} = MI_{tm} = QMI_{rm}, \quad /1.18/$$

где $M = k \sqrt{LL_t}$ - взаимная индуктивность L и L_t ; k - коэффициент связи L и L_t ; L_t - индуктивность LC-контура; I_{tm} - амплитуда тока, протекающего по катушке L_t ; $Q = \omega_0 L_t / R_t$ - добротность LC-контура; R_t - эквивалентное активное сопротивление LC-контура на резонансной частоте ω_0 ; I_{rm} - амплитуда ВЧ-тока, поступающего в LC-контур от генератора тока.

Пока $\Phi_{em} < LI_c$, в ресквиде за период изменения внешнего магнитного потока рассеивается только малая часть энергии из LC-контура - $2\pi I_{tm}^2 R / \omega_0$. В этом режиме амплитуда напряжения на LC-контуре U_{tm} линейно зависит от I_{tm} /рис. 5/. Когда при увеличении потока его амплитуда достигает величины $\Phi_{emc} = (LI_c + \Phi_0 / 4)$, в ресквиде происходит скачок из со-

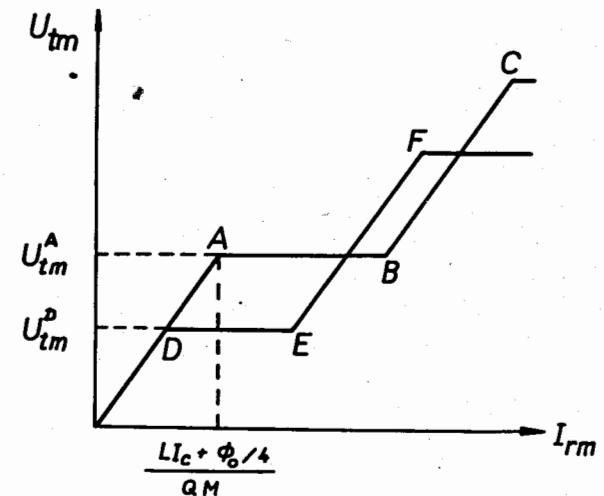


Рис. 5. Упрощенная амплитудная вольтамперная характеристика LC-контура, индуктивно связанного с ресквидом.

стояния с $N=0$ в состояние с $N=1$ или с $N=-1$ в зависимости от направления ВЧ-потока /точка А на рис.5/. При этом амплитуда напряжения на контуре в точке А равна:

$$U_{tm}^A = \omega_0 L_t I_{tm}^A = \omega_0 L_t (LI_c + \Phi_0/4) / M \quad /1.19/$$

Во время скачка из контура отводится энергия, часть которой рассеивается в сопротивлении перехода R_j . Во втором полупериоде ВЧ-потока ресквид возвращается в состояние с $N=0$, и из контура снова отводится энергия. Из-за диссипации энергии за этот период снижается добротность LC-контура и, как следствие, - величина Φ_{em} . Поэтому в следующий период ВЧ-потока величина $(LI_c + \Phi_0/4)$ не достигается, и скачка в квантовое состояние, отличное от $N=0$, не происходит. Для того чтобы восстановилась добротность контура, требуется примерно Q периодов ВЧ-тока.

Если продолжать увеличивать I_{gm} , скачки будут происходить по-прежнему при тех же значениях Φ_{em} , а следовательно, и U_{tm} и I_{tm} , однако теперь они будут происходить чаще, так как добротность контура будет восстанавливаться быстрее. В точке В /рис.5/ будут происходить два скачка за каждый полупериод ВЧ-потока. Дальнейшее увеличение амплитуды тока I_{gm} будет сопровождаться линейным ростом амплитуды напряжения на контуре U_{tm} , поскольку за каждый полупериод током I_r поставляется в контур больше энергии, чем это необходимо для скачка. Скачки по-прежнему будут происходить по одному за полпериода ВЧ-потока. Так будет, пока при увеличении амплитуды тока амплитуда потока не достигнет величины $(LI_c + 5\Phi_0/4)$ /точка С/. В этой точке в ресквиде происходят скачки из состояния с $N=1$ в состояние с $N=2$ или из состояния с $N=-1$ в состояние с $N=-2$ соответственно, в зависимости от направления ВЧ-потока/. Возникновение второго плато, начинающегося точкой С, /как и всех последующих/ объясняется также, как и образование плато АВ. Энергия, поступающая в LC-контур за период, /в точке А, рис. 5/ равна:

$$E^A = \pi L_t (LI_c + \Phi_0/4)^2 / QM^2 \quad /1.20/$$

Разница в энергиях $2\Delta E$, поступающих в LC-контур, /в точках В и А, рис. 5/ приблизительно равна удвоенной площади гистерезисных циклов кривой намагничивания ресквида, деленной на L , т.к. в точке В происходят два скачка за период, а в точке А - 1/ Q скачков:

$$2\Delta E \approx 2(2\Phi_0 I_c - \Phi_0^2 / L) \quad /1.21/$$

Таким образом, длина плато АВ равна

$$\Delta I_{AB} = \frac{2\Delta E \omega_0}{\pi U_{tm}^A} = \frac{2\Phi_0 k^2 (2LI_c - \Phi_0)}{\pi M (LI_c + \Phi_0/4)} \quad /1.22/$$

Рассмотрим теперь работу системы, когда на ресквид подано измеряемое постоянное напряжение $U_x \gg RI_c$. Как было показано выше, в этом случае в кольце ресквида протекает переменный ток с частотой ω_j , пропорциональной U_x . Переменный ток I с частотой ω_j будет возбуждать магнитный поток Φ_x , пронизывающий ресквид:

$$\Phi_x = LI_c \sin[\omega_j t + (\ell / \beta) \ln |1 - \beta (I/I_c)|] \quad /1.23/$$

Зависимость Φ_x от времени соответствует изображенной на рис. 3. С другой стороны, в кольце ресквида будет циркулировать ток, индуцированный магнитным потоком ВЧ-накачки Φ_e .

Учитывая, что уравнение /1.12/ действительно для любых Φ_e и I , а также тот факт, что амплитуда сверхтока в кольце ресквида не может превышать I_c , можно записать

$$\Phi_i = \Phi_e + L(I^{(x)} + I^{(r)}), \quad /1.24/$$

где $I^{(x)}$ - компонента тока в ресквиде, определяемая напряжением U_x в соответствии с уравнением /1.8/; $I^{(r)}$ - компонента тока в ресквиде, индуцированная магнитным потоком ВЧ-накачки и определяемая уравнением /1.11/.

Такое разделение суммарного тока на компоненты имеет смысл в связи с тем, что период тока $I^{(x)}$ во много раз больше периода тока $I^{(r)}$. Другими словами, для тока $I^{(r)}$ индуцируемого в кольце ресквида потоком ВЧ-накачки Φ_e , ток $I^{(x)}$ может считаться квазипостоянным. Следовательно, ток $I^{(x)}$ выполняет для потока Φ_e роль смещения, перемещая начало координат на *рис. 4* относительно неподвижной кривой намагничивания.

Выше мы рассматривали случай, когда напряжение U_x и ток $I^{(x)}$ равны нулю. Это эквивалентно отсутствию смещения осей координат. Когда в ресквиде протекает ток $I^{(x)}$, то один раз за период, а именно в моменты времени $t = \pi(2n+1)/\omega_J$ / n - целое положительное число/, смещение осей координат составляет $\Phi_0/2$. В этом легко убедиться, вспомнив о подобии форм кривых $I^{(x)}$ и $I^{(r)}$. Критическая величина амплитуды потока Φ_{emc} для этого случая равна половине ширины петли гистерезиса $(LI_c - \Phi_0/4)$. Соответствующая этому значению потока амплитуда напряжения на LC-контуре

$$U_{tm}^D = \omega_0 L_t I_{tm}^D = \omega_0 L_t (LI_c - \Phi_0/4)/M. \quad /1.25/$$

На вольт-амперной характеристике этой амплитуде напряжения соответствует точка D, которая служит началом плато DE. В точке D происходит один скачок за $\sim Q$ периодов из состояния с $N=0$ в состояние с $N=1$. При увеличении амплитуды тока I_{tm} в пределах плато DE скачки учащаются, а в точке E происходит два скачка за период. Система проходит за период один гистерезисный цикл. В этом отличие режимов в точках B и E, т.к. в точке B /при $\omega_J = 0$ / система совершает два скачка за полупериод, а за период проходит два гистерезисных цикла.

Приращение энергии на плато DE составляет ΔE , а длина плато DE равна

$$\Delta I_{DE} = \frac{\Delta E \omega_0}{\pi U_{tm}^D} = \frac{\Phi_0 k^2 (2LI_c - \Phi_0)}{\pi M (LI_c - \Phi_0/4)}. \quad /1.26/$$

что в $2(LI_c - \Phi_0/4)/(LI_c + \Phi_0/4)$ раз меньше длины плато AB.

При дальнейшем увеличении амплитуды тока I_{tm} вторгается вся последовательность плато и подъемов, как и для случая $I^{(x)} = 0$.

Амплитуда критического потока Φ_{emc} на первом плато для любых других значений тока $I^{(x)}$, кроме рассмотренных, определяется расстоянием от смещенного начала координат до наиболее удаленной вертикальной линии первой петли гистерезиса /переход из $N=0$ в $N=1$ и назад/. При этих значениях Φ_{em} происходит, так же как и на плато DE, два скачка за период, т.е. система проходит за период один гистерезисный цикл. Таким образом, при изменении тока $I^{(x)}$ во времени от начала периода $(t=2\pi n/\omega_J)$ до половины периода $(t=\pi(2n+1)/\omega_J)$ амплитуда критического потока Φ_{emc} линейно уменьшается, а от половины периода до начала следующего - линейно увеличивается. Эти изменения Φ_{emc} естественно, сопровождаются такими же изменениями амплитуды тока I_{tm} , протекающего через катушку L_t , и амплитуды напряжения на контуре U_{tm} , что вызывает амплитудную модуляцию U_{tm} . Период этой модуляции равен $2\pi/\omega_J$ и пропорционален измеряемому напряжению U_x в соответствии с /1.8/. Линейная зависимость Φ_{emc} от времени понятна,

если учесть подобие форм токов $I^{(x)}$ и $I^{(r)}$. Первый зависит от времени, а второй - от внешнего магнитного потока.

Кроме того, оказывается неважным, принимает ток $I^{(x)}$ нулевое значение хоть раз за период или нет /при $\ell > 3\pi/2$ ток $I^{(x)}$ не достигает нулевого значения в течение периода/, поскольку амплитуда критического потока Φ_{emc} оказывается прямо зависящей от времени с периодом $2\pi/\omega_J$ благодаря подобию функций $I^{(x)} = f(\omega_J t)$ и $I^{(r)} = f(2\pi\Phi_e/\Phi_0)$. Таким образом, зависимость амплитуды потока Φ_{emc} от времени является треугольной для любых ℓ , при $\alpha \ll 1$ и $\beta \ll 1$. Именно такая зависимость наблюдается экспериментально. На *рис. б* приведена фотография осциллограммы усиленного и протектированного напряжения на контуре при $\omega_J/2\pi \sim 880$ Гц, $\ell \sim 9$.

Глубина амплитудной модуляции m в пределах первого плато определяется отношением разности амплитуд Φ_{emc} в точках A и D $(\Phi_0/2)$ к полуширине квантовой ступени $(LI_c + \Phi_0/4)$:

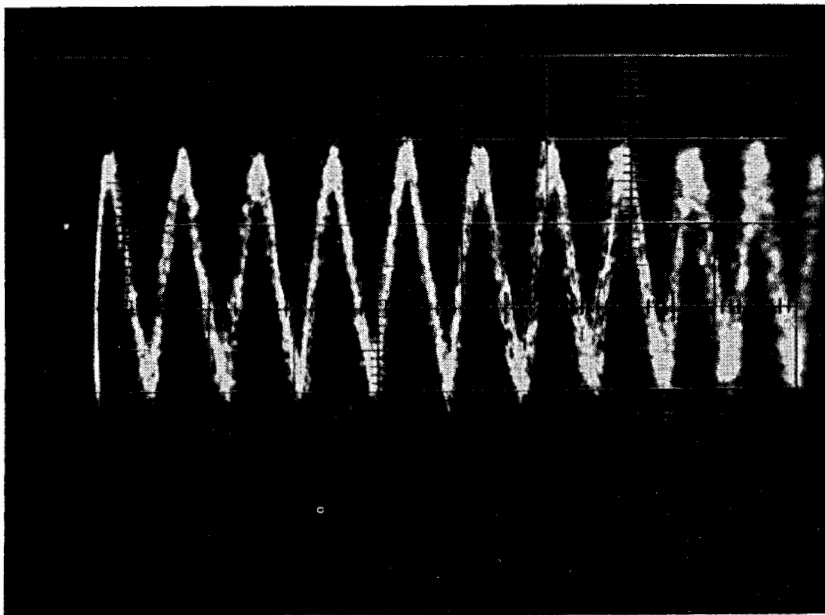


Рис. 6. Осциллограмма выходного напряжения ПНЧ на резквиде при $\ell=9$ и $\omega_J/2\pi=880$ Гц.

$$m = \Phi_0 / 2 (LI_c + \Phi_0 / 4). \quad /1.27/$$

Отсюда можно сделать вывод, что желательны /для большей глубины модуляции/ меньшие значения LI_c . 100%-ная модуляция получается при $\ell=1$, когда исчезает гистерезис. Для обеспечения описанного режима работы следует выбирать параметры системы резквид-колебательный контур таким образом, чтобы участок $\Delta I^{AE} > 0$ и рабочая точка по току I_{tm} находилась на этом участке. Отсюда легко найти требование для параметра связи: $k^2 Q > \pi/4$. Следует отметить, что формулы /1.19/ и /1.25/ для напряжений U_{tm}^A и U_{tm}^D действительны для значений коэффициента связи k , удовлетворяющих неравенству $k^2 \geq \pi/4Q$. Выражение /1.27/ для определения глубины модуляции справедливо также только в этом случае.

Сдвигать вправо рабочую точку в пределах участка ΔI^{AE} невыгодно: при этом снижается эффективная добротность LC-контра из-за увеличения потерь энергии в резквиде. Выше мы пренебрегали уменьшением добротности Q при увеличении тока на плато. Однако при строгом анализе с целью увеличения отношения сигнал/шум следует учитывать и уменьшение добротности на плато.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lukens J.E., Warburton R.J., Webb W.W. *J. Appl. Phys.*, 1971, v. 42, p. 27.
2. Солимар Л. Туннельный эффект в сверхпроводниках и его применение. "Мир", М., 1974.
3. Zimmerman J.E., Thiene P., Harding J. *J. Appl. Phys.*, 1970, v. 42, p. 1572.
4. Clarke J. *Proc. IEEE*, 1973, v. 61, No. 1, p. 8; Кларк И. ТИИЭР, 1973, №1, с. 9.
5. Васильев Б.В., Иваненко А.И., Трофимов В.Н. *Радиотехника и электроника*. 1975, т. XX, №6, с. 1255.
6. Notaris H.A., Run-Han Wang, Merceari J.E., *Proc. IEEE*, 1973, v. 61, No. 1, p. 79. Нотарис, Ван Жунь-Хань, Мерсеро. ТИИЭР, 1973, №1, с. 97.
7. Kamper R.A., Zimmerman J.E. *J. Appl. Phys.*, 1971, v. 42, p. 132.
8. Harding J.T., Zimmerman J.E. *J. Appl. Phys.*, 1970, v. 41, p. 1581.

Рукопись поступила в издательский отдел
31 августа 1977 года.