

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



с 344.2

К-44

3759/2-77

19/IX-77

P13 - 10694

Ю.Ф.Киселев, А.П.Сапожников

РАСЧЕТ ПОПРАВКИ НА НЕЛИНЕЙНОСТЬ Q-МЕТРА
ПРИ ИЗМЕРЕНИИ
ВЫСОКОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ МИШЕНИ

1977

P13 - 10694

Ю.Ф.Киселев, А.П.Сапожников

РАСЧЕТ ПОПРАВКИ НА НЕЛИНЕЙНОСТЬ Q-МЕТРА
ПРИ ИЗМЕРЕНИИ
ВЫСОКОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ МИШЕНИ

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Расчет поправки на нелинейность Q-метра при измерении высокой поляризации мишени

В работе приведен приближенный расчет поправки на нелинейность Q-метра с последовательным колебательным контуром при измерении высокой ядерной поляризации мишени. Потери в коаксиальном кабеле, а также расстройка частоты генератора Q-метра относительно частоты настройки кабеля полагаются малыми параметрами. Расчет проведен для случая автоматической подстройки резонансной частоты контура под частоту генератора. "Жесткость" автоподстройки произвольна и задается независимым параметром S. На примере пропандиола (вещество мишени) показано, что поправка, полученная путем приближенного расчета, хорошо совпадает с поправкой, полученной расчетом на ЭВМ по точной формуле. Приведены некоторые результаты сравнения с экспериментом.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

Calculation of a Correction for Q-Meter Non-Linearity in the Measurement of Target High Polarization

An approximate calculation of a correction for non-linearity Q-meter with a series vibrational loop in the measurement of target high nuclear polarization is presented. Co-axial cable attenuation and the detuning of Q-meter generator frequency with respect to cable frequency tuning are assumed to be small parameters. The calculation has been performed at the automatic adjustment of loop resonance frequency to generator frequency. The "rigidity" of automatic adjustment is arbitrary and is set by an independent parameter S. By using propandiol (target material) as an example, it has been shown that the correction obtained by approximate evaluation coincides well with that computed by an exact formula. Some results of calculations are compared with the experiment.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

Приемный датчик спектрометра ЯМР при низких температурах чаще всего представляет собой гибридный колебательный контур, в котором элементы с сосредоточенными параметрами - катушка индуктивности и емкость настройки - соединяются между собой элементом цепи с распределенными параметрами - коаксиальным кабелем. Изменение модуля импеданса контура в первом приближении пропорционально поглощению χ'' высокочастотной ядерной восприимчивости $\chi = \chi' - j\chi''$ образца, помещенного в катушку индуктивности. Однако при больших χ'' эта связь нелинейна и зависит от χ' , χ''^2 , расстройки частоты генератора Q-метра относительно резонансной частоты контура, параметров коаксиального кабеля и т.д. В результате при точном определении поляризации мишени $P \sim \int \chi'' d\omega$ по относительному изменению модуля импеданса контура за счет χ необходимо вводить поправку на нелинейность, которая обычно определяется расчетом на ЭВМ. Этот расчет непрост, особенно при автоматической подстройке резонансной частоты контура под частоту генератора Q-метра $1/\omega$, т.к. требуется путем оптимизации импеданса контура много раз определять с высокой точностью значение емкости настройки. При этом время расчета быстро возрастает с повышением точности определения емкости. В данной работе приведен приближенный аналитический расчет поправки на нелинейность Q-метра с последовательным гибридным колебательным контуром в практически наиболее важном случае, когда поправка линейно зависит от максимальной величины относительного изменения модуля импеданса. Потери в коаксиальном кабеле, а также расстройка частоты генератора Q-метра относительно

частоты настройки кабеля полагаются малыми параметрами. Расчет выполнен для случая автоматической подстройки резонансной частоты контура под частоту генератора Q-метра. "Жесткость" автоподстройки произвольна и задается независимым параметром $S^{1/2}$. На примере пропандиола /вещество поляризованной мишени/ показано, что рассчитанная таким образом поправка хорошо совпадает с поправкой, полученной расчетом на ЭВМ по точной формуле. Промежуточные результаты расчета могут быть использованы для определения χ' , параметров контура и автоподстройки. Описана методика определения этих параметров. Приведены результаты сравнения с экспериментом искажений "крыльев" сигнала ЯМР и зависимости амплитуды сигнала от его положения в частотной развертке. Результаты работы существенно упрощают расчет на ЭВМ поправки на нелинейность.

Расчет гибридного последовательного контура

На рис. 1 воспроизведена блок-схема прибора с автоматической подстройкой резонансной частоты приемного контура из работы ^{1/}. Ток от генератора высокой частоты /ГВЧ/ питает через сопротивление $R_r \gg R$ гибридный контур, состоящий из катушки индуктивности с образцом и коаксиальным кабелем длиной $n \cdot \lambda_B / 2$ и управляемой емкости C_p /варикап/. Варикап управляется схемой автоматической подстройки частоты /АПЧ/ таким образом, чтобы при изменении частоты генератора или изменении индуктивности катушки $L = L_0(1 + 4\pi n \chi)$ за счет помещенного в нее образца с ВЧ восприимчивостью $\chi = \chi' - j\chi''$ подстроить контур под частоту генератора. Методика расчета на ЭВМ такой цепи дана впервые в работе ^{1/}. Экспериментально прибор применен ^{2/} в Дубне для измерения высокой поляризации мишени. В рабочем режиме частота настройки приемного контура близка к частоте генератора, так что действительная часть комплексного импеданса X больше его комплексной

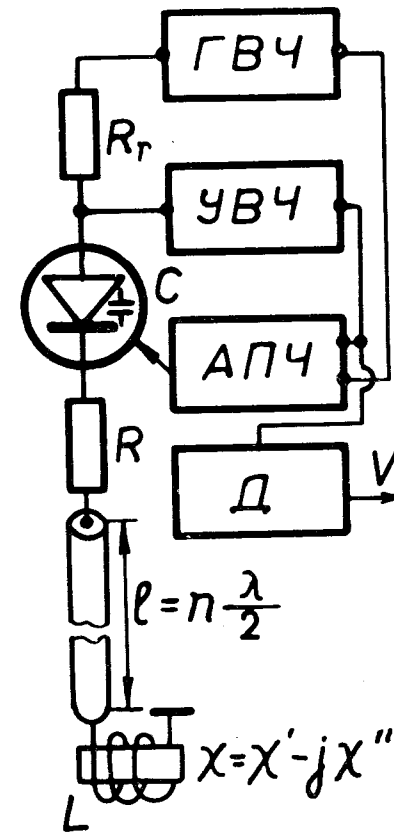


Рис. 1. Блок-схема Q-метра с АПЧ. ГВЧ-генератор высокой частоты, УВЧ - усилитель ВЧ, АПЧ - автоматическая подстройка частоты, Д - детектор, C_p - варикап.

части Y и для модуля импеданса контура приближенно можно записать:

$$Z_k = \{ X^2 + Y^2 \}^{1/2} = X + \frac{Y^2}{2X}. \quad /1/$$

В дальнейшем будем предполагать, что активное сопротивление индуктивности, за исключением вносимого образцом, равно 0, а сопротивление потерь контура присоединено к выходному концу коаксиального кабеля

/рис. 1/. В этом случае получаются следующие приближенные выражения для X и Y /см. Приложение 1/:

$$X \approx R \left\{ 1 + \frac{x'' + \beta_1 [Z_R + R_Z x''^2 + R_Z (Q+x')^2]}{1 + 2R_Z x'' \beta_1 - 2\pi n R_Z (Q+x') \delta} \right\}, \quad /2a/$$

$$Y = R \left\{ \frac{Q + x' + \pi n [Z_R - R_Z (Q+x')^2 - R_Z x''^2]}{1 + 2R_Z x'' \beta_1 - 2\pi n R_Z (Q+x') \delta} - \frac{1}{\omega C_p R} \right\}. \quad /26/$$

Здесь $Z_R = Z_0/R$; $R_Z = R/Z_0$; n - число полуволн, укладываемых на длине кабеля; β и a - постоянные затухания и распространения электромагнитных волн в кабеле соответственно; l - длина коаксиального кабеля, выбирается кратной длине полуволны в кабеле

на центральной частоте развертки; $\delta = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}$ - относительная расстройка частоты генератора; $Q = \frac{\omega_0 L_0}{R}$ -

добротность контура без кабеля; η - коэффициент заполнения приемной катушки образцом; Z_0 - волновое сопротивление кабеля; $x'' = 4\pi\eta Q x''$, $x' = 4\pi\eta Q x'$, $\beta_1 = \beta l$.

Предположим, что АПЧ точно подстраивает резонансную частоту контура под частоту генератора $\omega_{H1} = \omega$. В этом случае резонансное значение $C_p(\omega)$ можно найти, решая относительно $C_p(\omega)$ уравнение $p \frac{d}{d\omega} (X^2 + Y^2)^{1/2} = 0$

при постоянных x' и x'' . Решение обращает почти в нуль значение Y , поэтому в не равных нулю членах сохраним лишь линейные по x' , x'' , $\beta x''$, $\beta x'$ и β члены. Пренебрегая малыми добавками с $\delta x''$, можно получить:

$$\frac{1}{\omega C_p(\omega) R} \approx \frac{Q + x' + \pi n [Z_R - R_Z (Q+x')^2 - R_Z x''^2]}{1 + 2R_Z x'' \beta_1 - 2\pi n R_Z (Q+x') \delta} + \pi n R_Z x'' Q / Q_\eta + 2R_Z Q (1+x'') (1 - \frac{1}{2\Gamma}) \beta_1 + [\pi n (\frac{Z_0}{\omega L_0} + \frac{\omega L_0}{Z_0} (1 + \frac{1}{\Gamma})) + \frac{1}{2\Gamma} | \frac{R_Z}{\Gamma} \beta x']; \quad /3/$$

где Q_η - добротность гибридного колебательного контура:

$$Q_\eta = \frac{\omega_0}{2\Delta\omega\sqrt{2}} = Q \frac{1 + \frac{\pi}{2} n (\frac{Z_0}{\omega_0 L_0} + \frac{\omega_0 L_0}{Z_0})}{1 + \beta_1 Q (\frac{Z_0}{\omega_0 L_0} + \frac{\omega_0 L_0}{Z_0})}; \quad /4/$$

$2 \cdot \Delta\omega\sqrt{2}$ - ширина резонансной кривой контура на уровне $\sqrt{2}$ от значения импеданса в минимуме. Γ определяется по формуле

$$\Gamma = 1 + \pi \frac{n}{2} (\frac{Z_0}{\omega_0 L_0} + \frac{\omega_0 L_0}{Z_0}). \quad /5/$$

Полагая в /3/ $\delta = x' = x'' = 0$, можно найти значение C_p контура на центральной частоте ω_0 :

$$\frac{1}{\omega_0 R C_p(\omega_0)} \approx Q_0 [1 + 2R_Z \beta_1 (1 - \frac{1}{2\Gamma})] \approx Q_0 (1 + 2R_Z \beta_1). \quad /6/$$

Резонансная частота вынужденных колебаний последовательного колебательного контура без кабеля не зависит от сопротивления потерь в контуре $\omega_0^2 = 1/L_0 C_0$. В случае гибридного контура такая зависимость появляется из-за потерь в кабеле. Предположим далее, что значение емкости C_p из /6/, вычисленное для централь-

ной частоты ω_0 , фиксировано. Определим величину расстройки контура за счет высокочастотной ядерной восприимчивости образца. Приближенное решение уравнения $\frac{\partial}{\partial \omega} (X^2 + Y^2)^{1/2} = 0$ относительно $(\omega_{H1} - \omega_0)/\omega_0$ дает:

$$\frac{\omega_{H1} - \omega_0}{\omega_0} = -\frac{x'}{2Q\Gamma} - \frac{\pi n}{2} \cdot \frac{R_Z x''}{Q_\eta \Gamma} + \frac{R_Z}{2\Gamma^2} x'' \beta_1 + \frac{R_Z}{Q\Gamma^2} [1.5 + \pi n R_Z Q] \beta_1 x' \quad /7/$$

Мы пренебрегли, как и в ^{3/} членами $\beta_1 x'/\Gamma^3, \beta_1 x'/\Gamma^4$. Сравним значение $(\omega_{H1} - \omega_0)/\omega_0$ из /7/ с результатами расчета на ЭВМ величины

$$(\omega_\Gamma - \omega_{H1})/2\pi = [(\omega_\Gamma - \omega_0) - (\omega_{H1} - \omega_0)]/2\pi, \omega_\Gamma = \omega$$

из работы ^{1/}. В этой работе $\beta_1 = \beta l = 0,0162$; $R_Z = 0,2$; $Q = 10$; $\eta = 0,3$; $E = \pm 400$ /см. ниже/; $\Gamma = 4,8$; $\omega_0 = 2\pi \cdot 8 \cdot 10^7$ с⁻¹ рад. Приблизительные значения x' и x'' взяты из графика формы линии ЯМР, приведенного в ^{1/}. Результаты расчетов для экстремальных точек x' и x'' сведены в таблицу. Несмотря на большую величину x'' и x' , совпадение следует считать хорошим при $\omega_\Gamma \neq \omega_0$. В случае $\omega_\Gamma = \omega_0$ расхождение связано еще и с допущением $x' = 0$, что, по-видимому, неверно для несимметричной формы линии LMN. Интересно отметить, что различие в исходных формулах для импеданса П1-П2 по сравнению с аналогичными в работе ^{1/} не является существенным при вычислении расстройки ^{7/}. Можно показать также, что выражение для относительного изменения импеданса за счет χ в случае $Y = 0$ в нашем приближении сохраняется при перестановке R от верхнего к нижнему /рис. 1/ концу коаксиального кабеля. Для реальной АПЧ $\omega_{H1} \neq \omega$, как это предполагалось при выведении ^{3/}. Будем считать аналогично ^{1/}, что действительная расстройка уменьшается в S раз по отношению

Таблица

$(\nu_\Gamma - \nu_0) \cdot 10^3$ [Гц]	E	X'	X''	$(\nu_\Gamma - \nu_{H1}) \cdot 10^3$	$(\nu_\Gamma - \nu_{H1}) \cdot 10^3$ [Гц]
0	400	0	0,68	100	150
0	-400	0	0,68	-100	-120
-40	400	0,44	0,23	350	360
40	400	-0,38	0,14	-250	-220
-40	-400	-0,44	-0,23	-430	-460
40	-400	+0,38	-0,14	330	300

Примечание: Приблизительные значения x' и x'' получены из графика в работе ^{1/}.

к /7/. Действительную частоту настройки емкости ω_{H2} можно записать в виде

$$\omega_{H2} = \omega - \frac{\omega - \omega_{H1}}{S} \quad (S \geq 1). \quad /8/$$

Эта формула отличается от аналогичной в работе ^{1/} знаком перед $(\omega - \omega_{H1})/S$. Так как ω_{H2} мало отличается от ω - текущей частоты, то значение $1/\omega RC_p(\omega_{H2})$, необходимое для вычисления Y, можно получить разложением ^{3/} в ряд по малому отклонению θ , где θ определяется выражением $\omega_{H2} = \omega(1 - \theta)$ с учетом ^{7/}, ^{8/}. В членах с x'' и β_1 из ^{6/} ограничимся нулевым приближением по θ , что вместе со сделанными ранее предположениями при выводе ^{6/} сохранит в Y линейные по x' и x'' члены и, следовательно, квадратичные по E члены в Y² из ^{1/}. Это означает ограничение наиболее важным практичес-

ки случае - линейной по Е погрешностью*. Пренебрегая малым членом с $\beta x'$, можно получить:

$$\frac{1}{\omega R C_p(\omega_{H2})} = \frac{Q + x' + \pi n [Z_R - R_Z(Q + x')^2 - R_Z x''^2]}{1 + 2R_Z x'' \beta_1 - 2\pi n R_Z(Q + x')\delta} +$$

$$+ \pi n R_Z \left(1 - \frac{1}{S}\right) x'' Q / Q_\eta - \frac{x'}{S} + \quad /9/$$

$$+ 2R_Z Q(1 + x'')(1 - \frac{1}{2\Gamma})\beta_1 + \frac{QR_Z x''}{\Gamma \cdot S} \beta_1 - \frac{2Q\Gamma}{S} \delta.$$

Если известна зависимость $C_p(u)$, где u - напряжение управления варикапа, то /9/ можно использовать для расчета напряжения на выходе АПЧ и, следовательно, для точного измерения сигнала x' . Метод нахождения $C_p(\omega_{H2})$ существенно отличается от предложенного в работе /1/, где эта величина получается минимизацией импеданса как функция C_p , а не ω , т.е. из условия $\frac{\partial}{\partial C_p}(X^2 + Y^2)^{1/2} = 0$, а не из условия $\frac{\partial}{\partial \omega}(X^2 + Y^2) = 0$, как в нашем случае. Можно показать, что при больших S методика /1/ занижает действительную погрешность при изменении поляризации. Сигнал на выходе линейного детектора /Д/ Q - метра /рис. 1/ пропорционален V:

$$V = \frac{Z_K(x'; x'', \delta) - Z_K(x' = x'' = 0, \delta)}{Z_K(x' = x'' = \delta = 0)} - \frac{X(x'; x'', \delta) - X(x' = x'' = 0, \delta)}{X(x' = x'' = \delta = 0)} +$$

$$+ \frac{Y^2(x'; x'', \delta) - Y^2(x'; x'' = 0, \delta)}{2X^2(x' = x'' = \delta = 0)} \quad /10/$$

* Выражение для погрешности при измерении поляризации будет введено ниже.

Для первого члена суммы /10/ можно получить из /2а/:

$$\frac{X(x'; x'', \delta) - X(x' = x'' = 0, \delta)}{X(x' = x'' = \delta = 0)} =$$

$$= \frac{x' + 2\pi n R_Z Q x''(1 + x'/Q)\delta + 2QR_Z x' \beta_1 + R_Z(x'^2 - x''^2)\beta_1}{1 + \beta_1 Q \left(\frac{Z_0}{\omega_0 L_0} + \frac{\omega_0 L_0}{Z_0}\right)} \quad /11/$$

Для Y/R из /2б/ с учетом /9/ получается:

$$\frac{Y}{R} = \frac{x'}{S} - \left(1 - \frac{1}{S}\right) \pi n R_Z x'' Q / Q_\eta - 2R_Z Q(1 + x'')(1 - \frac{1}{2\Gamma})\beta_1 -$$

$$- \frac{QR_Z x''}{\Gamma S} \beta + \frac{2Q\Gamma}{S} \delta. \quad /12/$$

При $S = 1$ и $S = \infty$ величина Y/R из /12/ переходит в соответствующие асимптотические значения Y/R, которые легко вычисляются, минуя определение $C_p(\omega_{H2})$.

Рассчитаем поправку к коэффициенту усиления поляризации

$$E_{изм} = \int_{\omega_1}^{\omega_2} V_E d\omega / \int_{\omega_1}^{\omega_2} V_I d\omega = E(1 + \delta_{\pm}), \quad /13/$$

где ω_1 и ω_2 - нижняя и верхняя частоты диапазона развертки, $E_{изм}$ - измеренное значение коэффициента усиления поляризации; E - действительное значение усиления поляризации. Индексы "E" и "I" обозначают V из /10/ для усиленного и неусиленного сигналов соответственно.

Предположим далее форму линии усиленного и неусиленного сигналов ЯМР симметричной, тогда $\int x' d\omega = \int x'' x' d\omega = \int x'' \delta d\omega = \int (x'^2 - x''^2) d\omega = 0$ и для поправки δ_{\pm} можно получить из /10/ следующее выражение:

$$\delta_{\pm} = \left\{ \pm \int_{\omega_1}^{\omega_2} V_E'' d\omega + \frac{1}{2S^2} \int_{\omega_1}^{\omega_2} V_E'^2 d\omega + c_0 \int_{\omega_1}^{\omega_2} V_E''^2 d\omega \right\} \mp \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{\delta}{\delta \sqrt{2}} V_E' d\omega \} / V_0 - 1, \quad /14/$$

где

$$\delta \sqrt{2} = \Delta \omega \sqrt{2} / \omega_0 = (2Q_{\eta})^{-1}, \quad /15/$$

$$c_0 = \frac{\gamma}{2} \left(1 - \frac{1}{S}\right) \left\{ \gamma \left(1 - \frac{1}{S}\right) + 4\pi R_Z Q \left[1 - \frac{1}{2\Gamma} \left(1 - \frac{1}{S}\right)\right] \beta_1 \right\}, \quad /16/$$

$$\gamma = \pi n R_Z Q / Q_{\eta} = \frac{\pi n R_Z}{\Gamma} + \frac{\pi n \left(\frac{\omega_0^2 L_0^2}{Z_0^2} + 1\right)}{\Gamma} \beta_1, \quad /17/$$

$$V_E' = \frac{x_E''}{1 + \beta_1 Q \left(\frac{Z_0}{\omega_0 L_0} + \frac{\omega_0 L_0}{Z_0}\right)}, \quad /18/$$

$$V_E'' = \frac{x_E'}{1 + \beta_1 Q \left(\frac{Z_0}{\omega_0 L_0} + \frac{\omega_0 L_0}{Z_0}\right)},$$

$$V_0 = 3 \left\{ \int_{\omega_1}^{\omega_2} |E| V_1'' d\omega - \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{\delta}{\delta \sqrt{2}} |E| V_1' d\omega \right\}, \quad /19/$$

x_E'' и x_E' - значения x'' и x' усиленных ЯМР сигналов. Если форма линии ЯМР не изменяется при усилении поляризации, то все интегралы в /14/, /19/ вычисляются от V'' , V' , V''^2 , V'^2 , представленных в масштабе глубины модуляции, как это показано, например, на рис. 2 для $(\Delta Z/Z)_{\max} = 0,25$. В этом случае $|E| V_1'' = V_E''$. При изменении формы линии ЯМР в процессе накачки поляризации максимальные величины сигналов $|E| V_1''$ и $|E| V_1'$, изображаемых в масштабе глубины модуляции усиленного сигнала, изменяются в $g_1(\omega_0)/g_E(\omega_0)$ раза по сравнению с $(\Delta Z/Z_0)_{\max}$. Здесь $g_E(\omega_0)$ и $g_1(\omega_0)$ - значения нормированных функций формы на центральной частоте соответственно для усиленного и неусиленного сигналов ЯМР.

При несимметричной форме линии выражение для δ_{\pm} легко может быть получено из /10/, /11/, /12/ по аналогии с /14/.

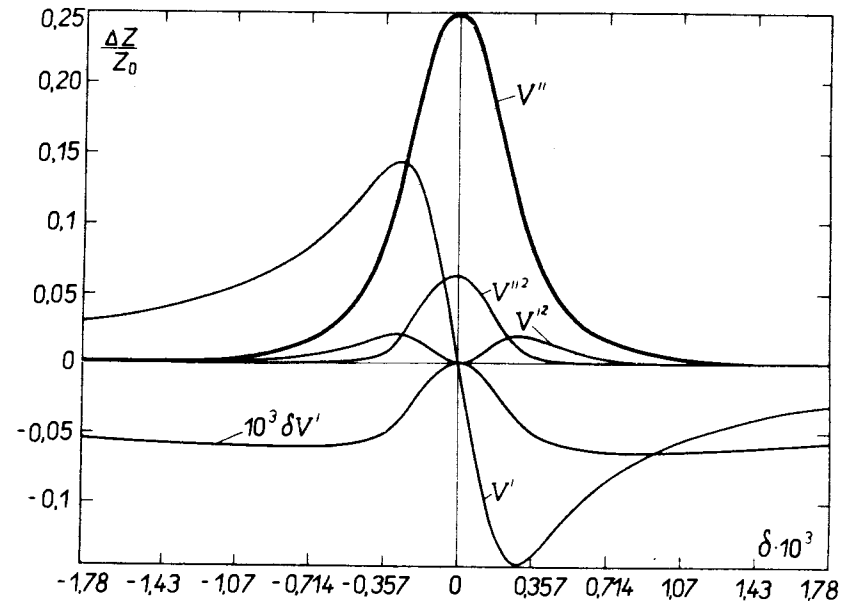


Рис. 2. Форма кривых V'' , V' , V''^2 , V'^2 , $\delta V'$ в случае 1,2-пропандиола.

Если добротность контура Q невелика, т.е. $\delta \ll \delta \sqrt{2}$,

то выражение для ошибки δ_{\pm} может быть упрощено. Предполагая также форму линии ЯМР усиленного и неусиленного сигналов неизменной, можно получить из /14/:

$$\delta_{\pm} = \pm \frac{1}{2S^2} \int_{\omega_1}^{\omega_2} V_E'{}^2 d\omega / \int_{\omega_1}^{\omega_2} V_E''{}^2 d\omega \pm c_0 \int_{\omega_1}^{\omega_2} V_E''{}^2 d\omega / \int_{\omega_1}^{\omega_2} V_E''{}^2 d\omega, \quad /20/$$

где знаки "+" и "-" относятся к положительной и отрицательной поляризации мишени соответственно.

Конкретный расчет проведем при максимальной глубине модуляции, равной 0,25 и 0,1. Форма линии ЯМР протонов в 1,2-пропандиоле/вещество мишени, в котором в настоящее время получена максимальная и почти 100%-ная поляризация ядерных спинов / в масштабе глубины модуляции изображена на рис. 2. Параметры рассчитываемой схемы следующие: $\omega_0 L_0 = 100$; $\omega_0 = 2\pi \cdot 112 \cdot 10^6 \text{ рад}$; $\beta_1 = \beta l = 0,0226$; $n = 2$; $l = 0,012 \text{ Н н/м}$; $Z_0 = 50 \text{ Ом}$; $\gamma = 0,71 \cdot R_Z + 0,08$; $\delta \sqrt{2} (Q=10) = 8,84 \cdot 10^{-3}$.

Величина интегралов в /14/ легко может быть получена графически и составляет в единицах $\int_{\omega_1}^{\omega_2} V_E''{}^2 d\omega$:

$$\int_{\omega_1}^{\omega_2} V_E' d\omega \approx 0,15, \quad \int_{\omega_1}^{\omega_2} V_E''{}^2 d\omega \approx 0,17, \quad \int_{\omega_1}^{\omega_2} \delta V_E' d\omega \approx 0,96 \cdot 10^{-3}.$$

При $Q = 10$ и $S = 3$ расчет по формуле /17/ дает $\delta_+ = 1,20\%$, $\delta_- = -1,20\%$; расчет * по точной формуле /2/ на ЭВМ - соответственно $+1,1\%$; $-1,2\%$. При $(\Delta Z/Z_0)_{\max} = 0,1$ и $S = 1$ формула /14/ дает $\delta_+ = 3,6\%$, $\delta_- = -3,6\%$; соответствующий расчет на ЭВМ - $\delta_+ = 3,7\%$, $\delta_- = -3,9\%$. При глубине модуляции $(\Delta Z/Z_0)_{\max} = 0,25$ и $S = 1$ существует расхождение с расчетами на ЭВМ. Расчет по

* Расчет проведен совместно с Б.А.Хачатуровым.

/14/ дает: $\delta_+ = 8,1\%$, $\delta_- = -8,4\%$; расчет на ЭВМ - соответственно $\delta_+ = 8,8\%$, $\delta_- = -10\%$. Таким образом, подтверждается известный факт линейности погрешности при $S = 1$ до $(\Delta Z/Z_0)_{\max} \approx 0,1 \div 0,15$ и существенно больший диапазон линейности погрешности в зависимости от глубины модуляции в Q -метре с АПЧ. На рис. 3 приведен график зависимости δ от S , рассчитанный по формуле /14/. Форма графика приближенно совпадает с зависимостью $\delta(S)$ из работы /1/, однако имеется и существенное различие. Стрелкой на графике отмечен слабо выраженный экстремум приблизительно при $S = 6$.

Такое поведение зависимости $\delta(S)$ связано с тем, что автоподстройка частоты, уменьшая погрешность /см. /14/ / за счет x' - и $\delta x'$ -членов, увеличивает при $S \rightarrow \infty$ погрешность за счет расстройки контура сигналом x'' . Расчет $C_p(\omega_{H2})$ по методике, изложенной в /1/, не дает такого экстремума. Легко проверить, пользуясь формулой /14/, что погрешность δ_{\pm} весьма слабо зависит от Q при $(\Delta Z/Z_0)_{\max} = \text{const}$. Так, при параметрах контура, указанных на рис. 2, $\delta_+(Q=10) = 8,4\%$; $\delta_+(Q=2) = 7,7\%$, это отмечается в работе /4/. При $S > 3$ уменьшение добротности Q приводит к увеличению погрешности, что также согласуется с расчетом на ЭВМ. Следует отметить, что член в /14/ с $\delta V_E'$ хотя и влияет на форму линии даже неусиленного сигнала ЯМР и дает вклад в интегральную интенсивность сигнала, при определении $E_{\text{изм}}$ существенного значения не имеет.

Методика измерения параметров цепи

Исходными параметрами для расчета являются рабочая частота ω_0 , индуктивность катушки L_0 . Длина коаксиального кабеля рассчитывается по формуле:

$$l = \frac{\pi n \cdot c}{\omega_0 \sqrt{\epsilon}}, \quad /21/$$

где $\omega_0 = 2\pi\nu_0$, $c = 3.10^8$ м/с - скорость света в вакууме, $\sqrt{\epsilon} = 1,42$ и $\sqrt{\epsilon} = 1,52$ соответственно для кабеля с тефлоновым и полиэтиленовым диэлектриком. Для определения β в формулах /П1-П2/ положим $x''=x'=0$, $C_p=\infty$, $R=0$, полагая также $L=0$ или $L=\infty$ соответственно для короткозамкнутого или разомкнутого на конце кабеля. Получаем:

$$|Z_k(\omega)|_k = \frac{Z_0}{k_3} \{k_1^2 + k_2^2\}^{1/2}, \quad /22/$$

$$|Z_k(\omega)|_p = \frac{Z_0 k_3}{\{k_1^2 + k_2^2\}^{1/2}}, \quad /23/$$

где $|Z_k(\omega)|_k$ и $|Z_k(\omega)|_p$ - модуль импеданса короткозамкнутого и разомкнутого на конце кабеля соответственно. Из /25/ и /26/ можно получить:

$$Z_0 = \sqrt{|Z_k(\omega)|_k \cdot |Z_k(\omega)|_p}, \quad /24/$$

$$\beta l = \sqrt{|Z_k(\omega)|_k / |Z_k(\omega)|_p}. \quad /25/$$

Такая методика определения параметров предложена в работе /3/. Более удобным, на наш взгляд, является измерение β по ширине резонансной кривой $(2\Delta\nu)\sqrt{2}$ разомкнутого или замкнутого на конце коаксиального кабеля при изменении модуля импеданса в $1/\sqrt{2}$ или $\sqrt{2}$ раза соответственно от его значения на центральной частоте:

$$\beta = \frac{\pi\sqrt{\epsilon}}{c} (2\Delta\nu) \sqrt{2}, \quad /26/$$

$$[\beta] - \text{в Нп/м, [c] - в м/с, } [\Delta\nu] - \text{в Гц.}$$

Для кабеля с тефлоновой и полиэтиленовой изоляцией получается соответственно $\beta = 0,0148(2\Delta\nu)\sqrt{2}$ и $\beta = 0,0159(2\Delta\nu)\sqrt{2}$, где $[\Delta\nu]$ в МГц.

Измерение β необходимо производить непосредственно на частоте ω_0 . В рабочих условиях коаксиальный кабель обычно охлажден неоднородно по длине и, как показывает эксперимент, основной вклад в β при гелиевых температурах дает часть кабеля, находящаяся при комнатной температуре, и тепловой мост - участок кабеля с большим тепло- и электросопротивлением.

Определение фактора автоподстройки S удобнее всего осуществить по подавлению огибающей резонансной кривой контура "дуги" с выключенной и включенной АПЧ при $x' = x'' = 0$.

$$S = \sqrt{k}, \quad /27/$$

где k - коэффициент подавления "дуги". Для определения сопротивления R необходимо пользоваться формулой /4/. Значение Q_η из этой формулы определяется экспериментально по ширине резонансной кривой гибридного контура на уровне $\sqrt{2}$ от его значения в минимуме.

Экспериментальные результаты

Экспериментальные результаты получены с Q-метром /2/. В процессе измерений усиленного сигнала ЯМР была обнаружена зависимость амплитуды сигнала от его положения относительно начала развертки. Отношение амплитуды сигнала на краю развертки к амплитуде сигнала в центре развертки описывается формулой /11/ при $x'=0$ и составляет

$$2\pi p \delta_{\max} R_Z Q \cdot 100\%$$

при $R_Z = 0,2$; $Q = 10$; $\delta_{\max} = 1,78 \cdot 10^3$; $\nu_0 = 112$ МГц; $p = 2$, т.е. - 4,5%, что хорошо согласуется с экспериментом. Экспериментально удается объяснить также различие в положении далеких "крыльев" сигнала. Эти искажения обязаны дисперсии в члене /14/ $2QR_Z x' \beta$ и при рассмотренных выше параметрах контура составили ~2% от амплитуды x'' , что также согласуется с эк-

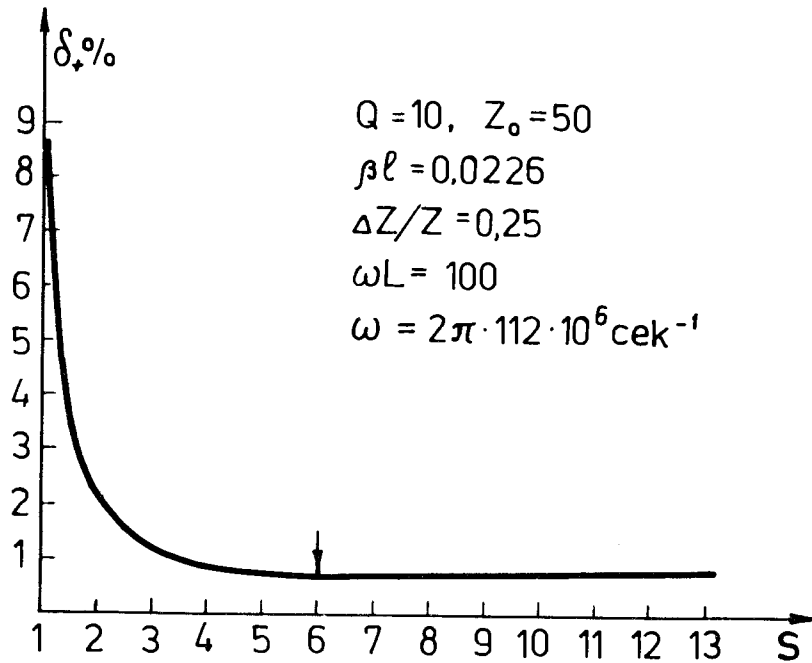


Рис. 3. Зависимость поправки на нелинейность от параметра S автоподстройки.

спериментом. Выделить же влияние других членов на форму линии не удастся ввиду их малости по сравнению с сигналом x'' . При наблюдении сигнала x' была обнаружена асимметрия дисперсии, обязанная, по-видимому, членам x'' в /9/.

Приложение

Аналогично /1/ точные выражения для X и Y в случае $R_p \gg R$ для контура рис. 1 будут:

$$X = \frac{Z_0}{M^2 + N^2} \left[\frac{R}{Z_0} (M^2 + N^2) + AM + BN \right], \quad /П1/$$

$$Y = \frac{Z_0}{M^2 + N^2} \left[(BM - AN) - \frac{M^2 + N^2}{\omega C_p Z_0} \right], \quad /П2/$$

где C_p - емкость колебательного контура.

$$A = \frac{k_1}{k_3} Z_0 + 4\pi\omega L_0 \eta X'' \approx Z_0 \beta_1 + R x'', \quad /П3/$$

$$B = \frac{k_2}{k_3} Z_0 + \omega L_0 + 4\pi\omega L_0 \eta X' \approx \pi \eta Z_0 \delta + QR(1 + x'Q), \quad /П4/$$

$$M = \frac{k_1}{k_3} 4\pi\omega L_0 \eta X'' - \frac{k_2}{k_3} (\omega L_0 + 4\pi\omega L_0 \eta X') + Z_0 \approx$$

$$\approx R x'' \beta_1 - \pi n QR(1 + x'Q) \delta + Z_0, \quad /П5/$$

$$N = \frac{k_1}{k_3} (\omega L_0 + 4\pi\omega L_0 \eta X') + \frac{k_2}{k_3} 4\pi\omega L_0 \eta X'' \approx$$

$$\approx QR(1 + x'Q) \beta_1 + \pi n R x'' \delta, \quad /П6/$$

$$k_1 = \frac{\text{th} \beta_1}{\cos^2 \alpha l} \approx \beta_1, \quad k_2 = \frac{\text{tg} \alpha l}{\cosh^2 \omega l} \approx \pi n \cdot \delta, \quad \beta_1 = \beta l.$$

$$k_3 = 1 + \text{tg}^2(\alpha l) \cdot \text{th}^2 \beta_1 \approx 1. \quad /П7/$$

Приближенные выражения в /П3-П7/ получены с точностью до линейных по β_1 и δ членов. После подстановки /П3-П7/ в /П1-П2/ и получаются формулы /2а-2б/.

Литература

1. *Petricek V. Nucl. Instr. and Meth., 1968, 58, p.111.*
2. *Киселев Ю.Ф., Матафонов В.Н. ОИЯИ, P13-10101, Дубна, 1976.*
3. *Burget J. e.a. A Medium Size Polarized Target. UYF 2899F, REZ, Czechoslovakia, 1972.*
4. *Hill J.J., Hill P.A. Nucl. Instr. and Meth., 1974, 116, p.269.*

*Рукопись поступила в издательский отдел
26 мая 1977 года.*