

2912 / 2-77

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

Т-19



1/8-77

P13 - 10663

Н.И.Тарантин

ОБ ОДНОЙ ОБЩЕЙ ЗАКОНОМЕРНОСТИ,  
ОПРЕДЕЛЯЮЩЕЙ ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ  
МАГНИТНЫХ СПЕКТРОМЕТРОВ  
РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ

**1977**

P13 - 10663

Н.И.Тарантин

ОБ ОДНОЙ ОБЩЕЙ ЗАКОНОМЕРНОСТИ,  
ОПРЕДЕЛЯЮЩЕЙ ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ  
МАГНИТНЫХ СПЕКТРОМЕТРОВ  
РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ

Направлено на III Всесоюзный семинар  
по призмным бета-спектрометрам.  
Вильнюс, 1977.

P13 - 10663

Тарантин Н.И.

Об одной общей закономерности, определяющей основные параметры магнитных спектрометров различных типов

Приводится соотношение, определяющее предельную разрешающую способность спектрометра и его аксептанс через площадь полюсных наконечников и радиус кривизны главной траектории.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных реакций ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

P13 - 10663

Tarantin N.I.

On a Common Regularity Determining the Basic Parameters of Magnetic Spectrometers of Various Types

The ratio is presented that determines the limiting resolution of a spectrometer and its acceptance via the pole piece area and curvature radius of the main trajectory.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Reactions JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

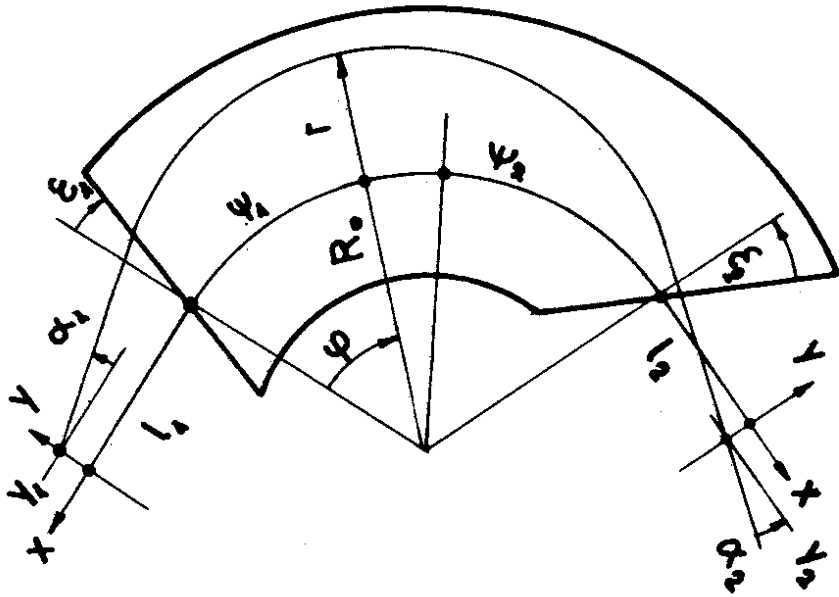
В спектрометрии заряженных частиц широко используются магнитные спектрометры различных типов, имеющие существенно различные характеристики. Эти характеристики зависят от многих параметров магнитного спектрометра и, как правило, сложным образом. Поэтому представляется интересным привести одну общую относительно простую закономерность, определяющую основные характеристики магнитных спектрометров самых различных типов.

К числу таких характеристик магнитного спектрометра можно отнести характеристики, получаемые при решении в первом приближении основного уравнения движения заряженной частицы, а также некоторые параметры спектрометра, определяющие его возможности, а именно: коэффициенты дисперсии (линейной и угловой), коэффициенты увеличения (линейного и углового), размер и угловую расходимость источника.

Основные коэффициенты, определяющие положение и размеры пучков на приемнике спектрометра, получим, рассматривая траекторию частицы от источника к приемнику. Обозначения, используемые при рассмотрении, приведены на рисунке. Стрелками указаны направления положительного отсчета. Индексами 1 и 2 обозначены параметры спектрометра, относящиеся соответственно к источнику и приемнику.

Уравнение движения заряженной частицы в магнитном поле спектрометра с точностью до первого порядка малых величин ( $\rho$  и  $\delta$ ) имеет следующий вид:

$$\rho'' + \omega^2 \rho = \delta, \quad (1)$$



Траектория заряженной частицы в магнитном спектрометре.

где

$$\rho = \frac{r - R_0}{R_0}, \quad \rho'' = \frac{\partial^2 \rho}{\partial \phi^2}, \quad \delta = \frac{mv/e - m_0 v_0/e_0}{m_0 v_0/e_0},$$

$$\omega^2 = 1 - n, \quad B_z = B_0(1 - n\rho), \quad 0 < n < 1, \quad z = 0.$$

Решение уравнения (1) с точностью до первого порядка малых величин ( $y_1, \alpha_1, y_2$  и  $\alpha_2$ ) представим в виде

$$\rho_1 = (y_1 + \alpha_1 \ell_1 - \frac{\delta}{\omega^2}) \cos \omega \phi + \frac{1}{\omega} [y_1 t_1 + \alpha_1 (1 + \ell_1 t_1)] \sin \omega \phi + \frac{\delta}{\omega^2} \quad (2)$$

для входной половины спектрометра ( $0 \leq \phi \leq \psi_1$ ) и в виде

$$\rho_2 = (y_2 - \alpha_2 \ell_2 - \frac{\delta}{\omega^2})(s_2 \sin \omega \phi + c_2 \cos \omega \phi) + \frac{1}{\omega} [-y_2 t_2 + \alpha_2 (1 + \ell_2 t_2)](c_2 \sin \omega \phi - s_2 \cos \omega \phi) + \frac{\delta}{\omega^2} \quad (3)$$

для выходной половины ( $0 \leq \phi \leq \psi_2$ ). В формулах (2) и (3)  $t_i = \operatorname{tg} \epsilon_i$   $i = 1, 2$ ,  $s_2 = \sin \omega \psi_2$ ,  $c_2 = \cos \omega \psi_2$  величины  $y_i$  и  $\ell_i$   $i = 1, 2$  выражены в единицах  $R_0$ .

Исходя из условия непрерывности координаты траектории частицы и ее скорости на границе между двумя половинами спектрометра, положим

$$\rho_1(\psi_1) = \rho_2(0) \quad (4)$$

и

$$\rho_1'(\psi_1) = \rho_2'(0), \quad (5)$$

а  $y_2$  и  $\alpha_2$  выразим через  $y_1, \alpha_1$  и  $\delta$ :  $y_2 = Y_y y_1 + Y_\alpha \alpha_1 + Y_\delta \delta$ ,  $\alpha_2 = A_y y_1 + A_\alpha \alpha_1 + A_\delta \delta$ . Тогда, приравнявая коэффициенты при  $y_1, \alpha_1$  и  $\delta$  в левой и правой частях равенств (4) и (5), получим три системы уравнений, связывающих основные коэффициенты магнитного спектрометра  $Y_y$  и  $A_y, Y_\alpha$  и  $A_\alpha, Y_\delta$  и  $A_\delta$ . Решение, например, первой системы дает

$$\begin{aligned}
Y_y = & (c_1 + \frac{1}{\omega} t_1 s_1) [-\omega \ell_2 s_2 + (1 + \ell_2 t_2) c_2] + \\
& + (-\omega s_1 + t_1 c_1) [\ell_2 c_2 + \frac{1}{\omega} (1 + \ell_2 t_2) s_2],
\end{aligned}
\tag{6}$$

где  $s_1 = \sin \omega \psi_1$  и  $c_1 = \cos \omega \psi_1$ .

Магнитный спектрометр, осуществляя определенную трансформацию пучка заряженных частиц, обеспечивает одно из следующих условий: а)  $Y_y = 0$  (оптический аналог этого случая - "зажигательное" стекло), б)  $A_y = 0$  (телескоп), в)  $Y_\alpha = 0$  (проектор), г)  $A_\alpha = 0$  (конденсор). В каждом из этих случаев формирования пучка частиц все коэффициенты получают конкретные значения. Например, для случая а)  $Y_y = 0$ , что требует  $-\omega s_1 + t_1 c_1 = 0$  и  $-\omega \ell_2 s_2 + (1 + \ell_2 t_2) c_2 = 0$ ,

$$\begin{aligned}
A_y = & -\frac{c_2}{\ell_2 c_1}, \quad Y_\alpha = \frac{\ell_2 c_1}{c_2}, \\
A_\alpha = & \frac{c_1}{c_2} - \frac{1}{\omega \ell_2} (s_1 c_2 + s_2 c_1) - \frac{\ell_1 c_2}{\ell_2 c_1}, \quad Y_\delta = \frac{\ell_2 (s_1 + s_2)}{\omega c_2}, \\
A_\delta = & \frac{s_1 + s_2}{\omega c_2} - \frac{1}{\omega^2 \ell_2} (1 + s_1 s_2 - c_1 c_2).
\end{aligned}
\tag{7}$$

Приведем выражение для площади полюсных наконечников магнитного спектрометра, ограниченной крайвыми лучами ( $\rho_i = \rho_{i \max}$  и  $\rho_i = \rho_{i \min}$   $i=1,2$ ) для главной частицы ( $\delta = 0$ ). Эта площадь равна

$$\begin{aligned}
S = & R_0^2 \left[ \int_0^{\psi_1} (\rho_{1 \max} - \rho_{1 \min}) d\phi + \right. \\
& \left. + \int_0^{\psi_2} (\rho_{2 \max} - \rho_{2 \min}) d\phi \right].
\end{aligned}
\tag{8}$$

Вычислим площадь, например, для магнитного спектрометра типа "зажигательное" стекло. Заметим, что спектрометр этого типа используется, когда  $y_1 \gg a_1 l_1$ , и в этом случае условием  $Y_y = 0$  исключается наибольшая aberrация первого порядка из двух возможных ( $Y_y y_1$  и  $Y_a a_1$ ). Поэтому

$$\rho_{1\max(\min)} \approx y_{1\max(\min)} \left( \cos \omega \phi + \frac{t_1}{\omega} \sin \omega \phi \right). \quad (9)$$

$$\rho_{2\max(\min)} \approx y_{1\max(\min)} \frac{c_2}{c_1} [s_2 \sin \omega \phi + c_2 \cos \omega \phi - \frac{(1+l_2 t_2)}{\omega l_2} (c_2 \sin \omega \phi - s_2 \cos \omega \phi)] \quad (10)$$

(в формуле (10) использовано  $a_2 = -\frac{y_1 c_2}{l_2 c_1}$ ), а

$$S = \frac{R_0^2 (y_{1\max} - y_{1\min}) (s_1 + s_2)}{\omega c_1}. \quad (11)$$

С другой стороны, максимальная разрешающая способность магнитного спектрометра, если исключить aberrации второго и более высоких порядков, будет равна

$$R.P._{\max} = \frac{Y_\delta}{(a_{1\max} - a_{1\min}) Y_a} = \frac{s_1 + s_2}{(a_{1\max} - a_{1\min}) \omega c_1}. \quad (12)$$

Из сопоставления выражений (11) и (12) следует

$$a R.P._{\max} \approx \frac{S}{R_0}, \quad (13)$$

где  $a = R_0 (y_{1\max} - y_{1\min}) (a_{1\max} - a_{1\min})$  - аксептанс магнитного спектрометра, определяющий величину используемой светимости источника.

Соотношение (13) получается тем же способом и для магнитного спектрометра типа проектор, который используется, когда  $y_1 \ll a_1 l_1$ .



Магнитные системы б) и г) обеспечивают не линейное, а угловое разделение пучков частиц с разными значениями  $\delta$ . Эти системы могут быть использованы как спектрометры, если для детектирования разделенных частиц применить угловой коллиматор, расположив его за магнитным анализатором. В этом случае, например, для телескопа получаем

$$R.P._{\max} = \frac{A_{\delta}}{(a_{1\max} - a_{1\min}) A_{\alpha}} = \frac{s_1 + s_2}{(a_{1\max} - a_{1\min}) \omega c_1},$$

$$S = R_0^2 (y_{1\max} - y_{1\min}) (s_1 + s_2) / \omega c_1$$

и соотношение (13) также выполняется.

Угловое разделение частиц телескопом можно преобразовать в линейное, если применить на выходе магнитного анализатора фокусирующую линзу. Если добавить на входе конденсорную линзу, то получим призмный магнитный спектрометр.

В этом случае, используя перемножение соответствующих матриц, имеем

$$R.P._{\max} = \frac{Y_{a3} A_{\delta 2}}{(y_{1\max} - y_{1\min}) A_{a3} A_{a2} A_{y1}} = \frac{f_1 (s_1 + s_2)}{(y_{1\max} - y_{1\min}) \omega c_1}. \quad (14)$$

В формуле (14) символы с индексами 1 и 3 относятся соответственно к конденсорной и фокусирующей линзам, с индексом 2 - к магнитной телескопической системе,  $f$  - фокусное расстояние линз, выраженное в единицах  $R_0$ ,  $Y_{\delta 1} = A_{a1} = A_{\delta 1} = 0$ ,  $Y_{y3} = Y_{\delta 3} = A_{\delta 3} = 0$ ,  $Y_{a3} = f_3$ ,

$$A_{\delta 2} = \frac{s_1 + s_2}{\omega c_1}, \quad A_{a2} = \frac{c_1}{c_2}, \quad A_{y1} = -\frac{1}{f_1}.$$

С другой стороны, при  $y_1 \ll a_1 f_1$

$$\rho_{1\max(\min)} \approx a_{1\max(\min)} f_1 (\cos \omega \phi + \frac{t_1}{\omega} \sin \omega \phi), \quad (15)$$

$$\rho_{2 \max(\min)} \approx \alpha_{1 \max(\min)} f_1 \frac{c_2}{c_1} [s_2 \sin \omega \phi + c_2 \cos \omega \phi - \frac{t_2}{\omega} (c_2 \sin \omega \phi - s_2 \cos \omega \phi)] , \quad (16)$$

и

$$S = \frac{R_0^2 (\alpha_{1 \max} - \alpha_{1 \min}) f_1 (s_1 + s_2)}{\omega_1 c_1} . \quad (17)$$

В формулах (15-17) использованы следующие соотношения:

$$Y_{\alpha 1} = f_1, \quad Y_{y 2} = \frac{c_2}{c_1}, \quad \omega s_2 - t_2 c_2 = 0 .$$

Из формул (14) и (17) снова следует равенство (13), которое показывает, что при заданных размерах магнита спектрометра увеличение разрешающей способности спектрометра путем соответствующего выбора параметров  $\omega$ ,  $\epsilon$ ,  $l$  и  $\psi$  должно приводить к уменьшению используемой светимости источника и наоборот.

Заметим, что соотношения, подобные (13), рассматривались в работах /1,2/, но только для спектрометра одного типа и в другой форме.

#### Л и т е р а т у р а

1. Bruck H. "A Very General Expression for the Dispersion". In: Electromagnetically Enriched Isotopes and Mass Spectrometry. London, 1956, p.231.
2. Тарантия Н.И. ЖТФ, 1967, 37, с.375.

Рукопись поступила в издательский отдел  
16 мая 1977 года