

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



H-623

13/411-76

P13 - 10067

4959/2-76

Ю.В.Никитенко, Ю.В.Таран

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ЭКРАНИРОВАНИЯ
МАГНИТОСТАТИЧЕСКОГО ЭКРАНА

1976

P13 - 10067

Ю.В.Никитенко, Ю.В.Таран

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ЭКРАНИРОВАНИЯ
МАГНИТОСТАТИЧЕСКОГО ЭКРАНА

Направлено в ПТЭ

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

ВВЕДЕНИЕ

В практике защиты от геомагнитного поля (ГМП) и помех низкой частоты с помощью ферромагнитных экранов^{/1/} зачастую необходимо знать их эффективность, под которой обычно понимают коэффициент экранирования k , определяемый как отношение внешнего магнитного поля H_e к проникшему внутрь экрана полю H_i :

$$k = \frac{H_e}{H_i} . \quad (1)$$

Коэффициент экранирования k_n многослойных экранов, помимо прочих факторов, определяется магнитной проницаемостью μ материала, из которого сделаны слои (n - число слоев). При $H_e \ll H_c$, где H_c - коэрцитивная сила материала экрана, проницаемость не зависит от H_e , и если она известна, то можно рассчитать k для ряда конфигураций. В действительности проницаемость μ_i слоев в собранном экране, как правило, неизвестна. С другой стороны, при $H_e \geq H_c$ (случай пермаллового экрана в ГМП) существенны эффекты насыщения, приводящие к неодинаковости μ_i . Отсюда - необходимость экспериментального определения k_n .

Для такого определения экран помещают во внешнее однородное магнитное поле, предварительно скомпенсировав ГМП в объеме экрана до нуля, например, с помощью катушек Гельмгольца. Так сделано в работе^{/2/}, в которой для создания H_e была использована другая пара катушек Гельмгольца, размеры которых значительно превосходили габариты экрана, так что с достаточной степенью точности внешнее поле можно было считать однородным.

Однако способ определения k_n с использованием однородного поля применительно к крупногабаритным экранам явно непрактичен. В частности, для сооруженного в ЛНФ ОИЯИ пятислойного цилиндрического пермаллового экрана с внутренним объемом около $1,5 \text{ м}^3$ (габариты: длина 2,2 м, диаметр 1,4 м)^{3,4/} потребовалось бы создать сильноточные катушки диаметром ~ 5 м.

Нами был рассмотрен другой способ создания внешнего поля с помощью пропускания постоянного тока по прямолинейному проводнику. В настоящей работе дается решение указанной задачи для цилиндрического и сферического экранов и приводятся результаты экспериментальной проверки для цилиндрического экрана.

2. ТЕОРИЯ

2.1. Цилиндрический экран

Пользуясь методом векторного потенциала, решим сначала задачу для однослойного экрана бесконечной длины и затем обобщим ее решение на n слоев. Разделим все пространство на три области: I, II и III, как показано на рис. 1. В областях I и III $\mu=1$, а во II $\mu \neq 1$. На расстоянии R от центра экрана O вдоль оси z

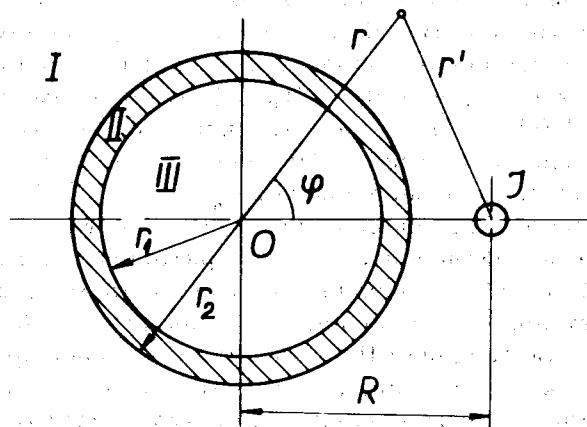


Рис. 1. Цилиндрический экран в магнитном поле линейного тока I.

расположен бесконечный проводник с током I (плотность j). Уравнение для векторного потенциала \vec{A} постоянного магнитного поля \vec{H} есть^{5/} (в практической системе единиц):

$$\Delta \vec{A} = -0,4 \pi j. \quad (2)$$

Векторный потенциал бесконечного проводника с током имеет только осевую компоненту и вне проводника равен (см., напр.,^{6/}, стр. 393):

$$A_z = 0,2 \mu I \ln r', \quad (3)$$

где $r' = \sqrt{R^2 + r^2 - 2Rr \cos \phi}$.

Учитывая следующее отношение^{6/} (стр. 395) для $r < R$:

$$\ln r' = \ln R - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{r}{R}\right)^n \cos n \phi, \quad (4)$$

получим с точностью до аддитивной константы:

$$A_z = -0,2 \mu I \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{r}{R}\right)^n \cos n \phi. \quad (5)$$

Поскольку для $r > 0$ решениями уравнения Лапласа являются и отрицательные степени r , то выражение для потенциала прямолинейного тока при наличии экрана можно записать в следующем виде (индекс z для краткости опускаем):

а) для области I:

$$A_I = \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \left(\frac{r}{R}\right)^n + B_n \left(\frac{R}{r}\right)^n] \cos n \phi, \quad (6)$$

б) для области II:

$$A_{II} = \sum_{n=1}^{\infty} [C_n \left(\frac{r}{R}\right)^n + D_n \left(\frac{R}{r}\right)^n] \cos n \phi, \quad (7)$$

в) для области III:

$$A_{III} = \sum_{n=1}^{\infty} E_n \left(\frac{r}{R}\right)^n \cos n \phi, \quad (8)$$

где $A_n = -\frac{0,2I}{n}$. Коэффициенты B_n , C_n , D_n и E_n определяются из условий сопряжения векторного потенциала на границах указанных областей при $r=r_1$ и $r=r_2$:

$$A_I(r_2) = A_{II}(r_2), \quad (9)$$

$$A_{II}(r_1) = A_{III}(r_1), \quad (10)$$

$$\frac{\partial A_I(r_2)}{\partial r} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_{II}(r_2)}{\partial r}, \quad (11)$$

$$\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_{II}(r_1)}{\partial r} = \frac{\partial A_{III}(r_1)}{\partial r}. \quad (12)$$

Решая систему линейных уравнений, которая получается подстановкой формул (6-8) в (9-12), получим для E_n :

$$E_n = -\frac{0,8\mu I}{n[(\mu+1)^2 - (\mu-1)^2 (\frac{r_1}{r_2})^{2n}]}. \quad (13)$$

Поскольку $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$, то для радиальной и азимутальной компонент магнитного поля внутри экрана (область III) имеем (индекс III опускаем):

$$H_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \phi} = 0,2I \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\mu}{(\mu+1)^2 - (\mu-1)^2 (\frac{r_1}{r_2})^{2n}} \frac{r^{n-1}}{R^n} \sin n\phi, \quad (14)$$

$$H_\phi = -\frac{\partial A}{\partial r} = 0,2I \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\mu}{(\mu+1)^2 - (\mu-1)^2 (\frac{r_1}{r_2})^{2n}} \frac{r^{n-1}}{R^n} \cos n\phi. \quad (15)$$

На оси экрана ($r=0$) поле направлено перпендикулярно радиусу-вектору, проведенному от оси экрана до проводника (линия ОI на рис. 1), и равно:

$$H_i = \frac{0,2I}{R} \frac{4\mu}{(\mu+1)^2 - (\mu-1)^2 (\frac{r_1}{r_2})^2}. \quad (16)$$

Так как в отсутствие экрана поле здесь равно:

$$H_e = \frac{0,2I}{R}, \quad (17)$$

то коэффициент экранирования на оси равен

$$k = \frac{(\mu+1)^2 - (\mu-1)^2 (\frac{r_1}{r_2})^2}{4\mu}, \quad (18)$$

что в точности совпадает с k для однородного поля^{/1/}.

Нетрудно получить обобщение уравнения (18) для n -слойного экрана (при $r=0$ и $\mu \gg 1$):

$$k_n = (\frac{\mu}{4})^n [1 - (\frac{r_1}{r_2})^2] [1 - (\frac{r_3}{r_4})^2] \dots [1 - (\frac{r_{2n-1}}{r_{2n}})^2]. \quad (19)$$

2.2. Сферический экран

Пользуясь методом скалярного потенциала, решим задачу для однослойного экрана. В пространстве, не занятом токами, скалярный потенциал Φ , определяемый уравнением $\nabla^2 \Phi = 0$, удовлетворяет уравнению Лапласа $\Delta \Phi = 0$. В сферической системе координат (обозначения даны на рис. 2) решения уравнения Лапласа есть^{/6/} (стр. 422):

$$\Phi(r, \theta, \phi) = \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} r^n Y_n(\theta, \phi), & (a) \\ \sum_{n=0}^{\infty} r^{-(n+1)} Y_n(\theta, \phi), & (б) \end{cases} \quad (20)$$

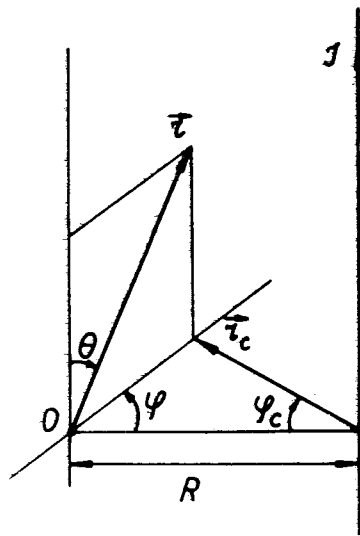
где

$$Y_n(\theta, \phi) = \sum_{k=0}^n (A_{n,k} \cos k\phi + B_{n,k} \sin k\phi) P_n^{(k)}(\cos \theta), \quad (21)$$

$$P_n^{(k)}(x) = (1-x^2)^{k/2} \frac{d^k}{dx^k} P_n(x), \quad (22)$$

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2-1)^n \quad (23)$$

Для определения некоторых коэффициентов в ур. (21) используем выражение для скалярного потенциала бесконечного проводника с током в цилиндрической системе координат (рис. 2):



Р и с 2. Относительное расположение центра O сферического экрана (последний не показан) и линейного проводника с током I .

$$\Phi = \text{const} \cdot \phi_c. \quad (24)$$

Так как для $\phi_c = \phi = 0$ имеем $\Phi = 0$, то $A_{n,k} = 0$. Далее $\Phi = 0$ для $\theta = 0$ и, так как $P_n^{(k)}(1) = 0$ для $k > 0$, то $B_{n,0} = 0$.

Затем члены с $B_{0,k}$ в ур. (21) выпадают из суммы, так как $P_n^{(k)}(\cos\theta) = 0$ для $k > n$.

Из условия $B_{1,1} = \frac{\partial \Phi}{\partial r} \Big|_{r=0}$, пользуясь выражением $\phi = \pi/2$, $\theta = \pi/2$

$$\phi_c = \text{arctg} \frac{r}{R}, \text{ получим } B_{1,1} = \frac{\text{const}}{R}.$$

Поскольку целью рассмотрения является определение коэффициента экранирования для центра экрана ($r=0$), то дальнейшие вычисления можно проводить только с первой гармоникой $n=k=1$. Остальные гармоники

при $r=0$ в ур. (20а) обращаются в нуль. Тогда скалярный потенциал вне сферы (область I), внутри сферического слоя (область II) и внутри сферы (область III) равен:

$$\Phi_I = (B_{1,1} r + A r^{-2}) \sin \phi \sin \theta, \quad (25)$$

$$\Phi_{II} = (B r + C r^{-2}) \sin \phi \sin \theta, \quad (26)$$

$$\Phi_{III} = D r \sin \phi \sin \theta. \quad (27)$$

Коэффициенты A, B, C и D определяются из условий сопряжения магнитного поля \vec{H} на границах указанных областей при $r=r_1$ и $r=r_2$. Результат простых вычислений следующий:

$$\kappa = 1 + \frac{2}{9} \frac{(\mu - 1)^2}{\mu} \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^3 \right], \quad (28)$$

что совпадает с κ для однородного поля ^{16/}(стр. 395).

3. ЭКСПЕРИМЕНТ

Измерения были проведены на однослойном цилиндрическом экране с размерами: диаметр 20 см, длина 50 см, толщина стенки 0,5 мм, с помощью трехкомпонентного феррозондового магнитометра с чувствительностью $\approx 0,25 \gamma$. ГМП было скомпенсировано с помощью пары катушек Гельмгольца диаметром 1 м, ориентированных в пространстве надлежащим образом. Внешнее магнитное поле создавалось двухпроводной линией с противоположными направлениями токов, лежащей в одной плоскости с осью экрана**. Расстояние

* $l_{\gamma} = 10^{-5}$ Э.

** Коэффициент экранирования двухпроводной линии в центре экрана также описывается ур. (18). Такая конструкция позволила решить проблему подводящих проводов. Роль двухпроводной линии может также выполнять прямоугольная катушка, отношение поперечных сторон которой сильно отличается от единицы. В этом случае можно использовать относительно слабые токи.

между проводами было 17,5 см. Расстояние от линии до экрана варьировалось. В измерениях было найдено, что: а) в соответствии с ожиданиями k не зависел от этого расстояния; б) k для двухпроводной линии совпал со значением, полученным с помощью небольшого изменения тока в катушках Гельмгольца (случай однородного поля). Предложенный способ был применен для измерения k экрана, описанного в /3,4/.

Авторы пользуются случаем поблагодарить В.Б.Дучица за помощь в работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г.Каден. Электромагнитные экраны. Госэнергоиздат, М.-Л., 1957.
2. П.С.Овчаренко. Геофизическая аппаратура, 56, 126, изд. "Недра", Л., 1974.
3. Н.А.Алексеев, Б.И.Воронов, В.И.Константинов, Ю.В.Таран. Сообщение ОИЯИ, P13-9221, Дубна, 1975.
4. Ю.В.Таран. Сообщение ОИЯИ, P13-9275, Дубна, 1975.
5. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Теория поля. "Наука", М., 1973.
6. Б.М.Будак, А.А.Самарский, А.Н.Тихонов. Сб. задач по математ. физике, "Наука", М., 1972.

Рукопись поступила в издательский отдел
26 августа 1976 года.