



СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P11-97-253

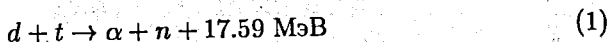
А.В.Селин

ПРОСТАЯ РЕЗОНАНСНАЯ МОДЕЛЬ  
РЕАКЦИИ  $dt \leftrightarrow \alpha n$  ПРИ МАЛЫХ ЭНЕРГИЯХ

1997

# 1. Введение

В данной работе рассматривается простая двухканальная модель для реакции



в области энергий  $\frac{3}{2}^+$  резонанса  ${}^5\text{He}^*$ . Использование этой модели наряду с [1, 2, 3, 4] может быть полезно для учета ядерного взаимодействия при рассмотрении реакции  $\mu$ -катализа в мезомолекуле  $dt\mu$ .

Доминирующими кластерными структурами  ${}^5\text{He}^*$  с полным моментом и четностью  $J^\pi = \frac{3}{2}^+$  являются  $dt$ - и  $\alpha n$ - конфигурации с угловыми моментами относительного движения 0 и 2 соответственно [5]. В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением только этих двух каналов. Эффективное взаимодействие в каналах выбирается в виде локальных потенциалов, а взаимодействие между каналами - в сепарабельном виде. Параметры потенциалов фитируются по экспериментальным данным. Для сравнения с  $R$ -матричным анализом [6] реакции (1) находятся положения полюсов  $S$ -матрицы. Также прослежены траектории найденных полюсов при уменьшении связи между каналами до нуля, откуда непосредственно видно, что в рассматриваемой модели резонанс  ${}^5\text{He}^*$  формируется за счет  $dt$ -канала.

## 2. Описание модели

Сопоставим реакции (1) двухканальный гамильтониан  $H$ , действующий на волновую функцию  $\mathcal{U} = \{u_1, u_2\}$

$$H = \begin{pmatrix} H_1 & V_{12} \\ V_{21} & H_2 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где  $H_1 = -\frac{1}{2m_1}\Delta_{r_1} + \frac{e^2}{r_1} + V_1(r_1) + \lambda_1$ ,  $H_2 = -\frac{1}{2m_2}\Delta_{r_2} + V_2(r_2) + \lambda_2$ , - операторы энергии в каналах 1 ( $dt$ ) и 2 ( $\alpha n$ ),  $m_1$  и  $m_2$  - приведенные массы,  $m_1 = 2200.879 m_e$ ,  $m_2 = 1468.512 m_e$ . Энергия отсчитывается от порога 1-го канала  $\lambda_1 = 0$ ,  $\lambda_2 = -17.59$  МэВ - порог 2-го канала. Оператор связи каналов  $V_{12} = V_{21}^\dagger$  выберем в виде простого оператора ранга 1

$$(V_{12}u_2)(r_1) = \beta f_1(r_1)\langle u_2, f_2 \rangle_2. \quad (3)$$

Формфакторы  $f_1(r_1)$  и  $f_2(r_2)$  будем считать нормированными на единицу,  $\|f_1\| = \|f_2\| = 1$ , тогда константа связи каналов  $\beta$  имеет размерность энергии.



Удовлетворительные результаты получаются при выборе  $f_1(r_1)$  и  $f_2(r_2)$  в виде

$$\begin{aligned} f_1(r_1) &= A_1 e^{-r_1^2/4\sigma_1^2}, \\ f_2(r_2) &= A_2 e^{-r_2^2/4\sigma_2^2}, \\ (\tau_1^2 f_1, f_1)_1 &= 5 \text{ фм}, \quad (\tau_2^2 f_2, f_2)_2 = 3 \text{ фм}. \end{aligned} \quad (4)$$

Задача рассеяния с гамильтонианом (2)  $hM = EU$  записывается в виде

$$\begin{cases} (h_1 - E)u_1^{(+)} + \beta f_1(u_2^{(+)}, f_2)_2 = 0 \\ \beta f_2(u_1^{(+)}, f_1)_1 + (h_2 - E)u_2^{(+)} = 0 \end{cases}, \quad (5)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} u_1^{(+)} &\rightarrow e^{i(k_1 r_1 + \eta \log(k_1 r_1 - k_1 r_1))} + \frac{A_{11}}{r_1} e^{i(k_1 r_1 - \eta \log 2k_1 r_1)}, \quad r_1 \rightarrow \infty, \\ u_2^{(+)} &\rightarrow \frac{A_{21}}{r_2} e^{ik_2 r_2}, \quad r_2 \rightarrow \infty, \\ k_1 &= \sqrt{2m_1 E}, \quad k_2 = \sqrt{2m_2(E - \lambda_2)}, \quad \eta = m_1 e^2 / k_1 \end{aligned}$$

и условием ограниченности решений  $u_1^{(+)}, u_2^{(+)}$ . Из этой системы уравнений непосредственно находятся амплитуды рассеяния  $A_{11}$  и реакции  $A_{21}$

$$\begin{aligned} A_{11} &= A_{11}^{(0)} - \frac{m_1 \beta^2 (\psi_{01}^{(+)}(k_1), f_1)_1 (f_1, \psi_{01}^{(-)}(k_1))_1 (g_2^{(+)} f_2, f_2)_2}{2\pi (1 - \beta^2 (g_1^{(+)} f_1, f_1)_1 (g_2^{(+)} f_2, f_2)_2)}, \\ A_{21} &= -\frac{m_2 \beta (\psi_{01}^{(+)}(k_1), f_1)_1 (f_2, \psi_{02}^{(-)}(k_2))_2}{2\pi (1 - \beta^2 (g_1^{(+)} f_1, f_1)_1 (g_2^{(+)} f_2, f_2)_2)}, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $A_{11}^{(0)}$  - потенциальная амплитуда, а  $g_i^{(+)}(E) = (E - H_i + i0)^{-1}$  и  $g_2^{(+)}(E) = (E - H_2 + i0)^{-1}$  - функции Грина.

Введя обозначения

$$\begin{aligned} \Gamma_i(E) &= -2 \operatorname{Im} \langle g_i^{(+)} f_i, f_i \rangle_i, \quad i = 1, 2, \\ D(E) &= 1 - \beta^2 \langle g_1^{(+)} f_1, f_1 \rangle_1 \langle g_2^{(+)} f_2, f_2 \rangle_2, \end{aligned} \quad (7)$$

сечение реакции ( для неполяризованных  $d$  и  $t$  ) можно записать

$$\sigma_{in} = \frac{2J + 1}{(2S_d + 1)(2S_t + 1)} \frac{\pi \beta^2 \Gamma_1 \Gamma_2}{k_1^2 |D|^2} \quad (8)$$

(  $J = 3/2$  - полный момент,  $S_d = 1$  - момент дейтрона,  $S_t = 1/2$  - момент тритона ). Для отношения дифференциального сечения упругого рассеяния к кулоновскому сечению на угол  $\theta = \pi/2$  в системе ц. м. получаем

( с пренебрежением влияния короткодействующего потенциала  $V_1(r_1)$  на парциальные волны с  $l > 0$  )

$$\begin{aligned} \zeta &= \frac{1}{3} + \frac{2}{3} |e^{i\eta \log 2} - \frac{i}{2\eta} (1 - \bar{S}_{11})|^2, \\ \bar{S}_{11} &= e^{2i\delta_0} (1 - \frac{i\Gamma_1 \beta^2 (g_2^{(+)} f_2, f_2)_2}{D}), \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\delta_0$  - добавочный фазовый сдвиг в волне с  $l = 0$ , обусловленный потенциалом  $V_1(r_1)$ .

Метод вычисления всех величин, входящих в выражения для  $\sigma_{in}$  и  $\zeta$ , подробно описан в [13].

### 3. Фит параметров модели

Фитирование проводилось для двух видов эффективных ядерных потенциалов  $V_1(r_1)$  и  $V_2(r_2)$ . В первом случае - для потенциалов Юкавы

$$V_1(r_1) = V_1 \frac{e^{-\kappa_1 r_1}}{r_1 \kappa_1}, \quad V_2(r_2) = V_2 \frac{e^{-\kappa_2 r_2}}{r_2 \kappa_2} + \frac{6}{2m_2 r_2^2}, \quad (10)$$

$\kappa_1^{-1} = \kappa_2^{-1} = 2$  фм, во втором - для потенциалов Гаусса

$$V_1(r_1) = V_1 e^{-(\kappa_1 r_1)^2}, \quad V_2(r_2) = V_2 e^{-(\kappa_2 r_2)^2} + \frac{6}{2m_2 r_2^2}, \quad (11)$$

$\kappa_1^{-1} = 3$  фм,  $\kappa_2^{-1} = 2$  фм.

Оставшиеся параметры модели  $V_1, V_2, \beta$  подбирались из условия наилучшего в смысле  $\chi^2$  согласия с экспериментальными данными по астрофизическому  $S$ -фактору [7]

$$S(E) = E \sigma_{in} e^{2\pi\eta},$$

по отношению  $\zeta$  сечения упругого рассеяния к чисто кулоновскому рассеянию на угол  $90^\circ$  [8] и по зависимости фазы в канале  $\alpha n$  при закрытом канале  $dt$  [10].

Результаты фитирования приведены в табл. I. Значение фиксированного параметра  $\kappa_1$  выбиралось таким образом, чтобы ядерный потенциал  $V_1(r_1)$  и кулоновский потенциал были одинаковы по величине на расстоянии порядка 5 фм ( рис. 1 ).

Качественное поведение фазовых сдвигов для  $dt$ - и  $\alpha n$ -каналов при офитированных таким образом параметрах ( рис. 2 ) совпадает с поведением фаз, полученным из микроскопического расчета реакции (1), выполненного в работе [11].

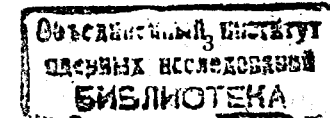


Таблица I. Наборы параметров, дающих наилучший фит по 38 точкам

	$V_1$ , МэВ	$\kappa_1^{-1}$ , фм	$\beta$ , МэВ	$V_2$ , МэВ	$\kappa_2^{-1}$ , фм	$\chi^2$
Потенциалы Юкавы	9.757	2.000	0.8157	4.219	2.000	30.4
Потенциалы Гаусса	7.268	3.000	0.7963	12.28	2.000	27.9

Рис. 1. Эффективный потенциал в канале  $dt$  при параметрах из табл. I

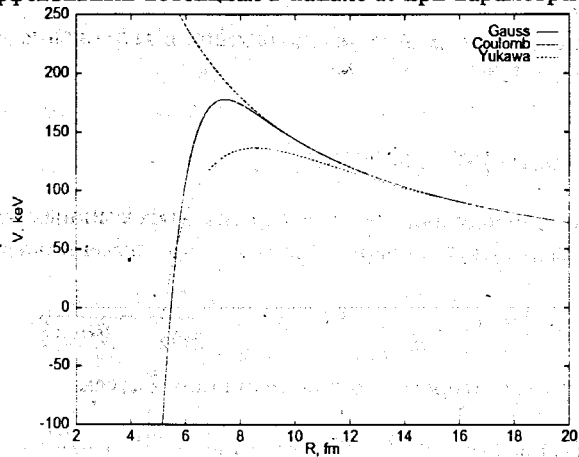


Рис. 2. Фазовые сдвиги в канале  $dt$  ( $\delta_1$ ) и канале  $\alpha n$  ( $\delta_2$ )

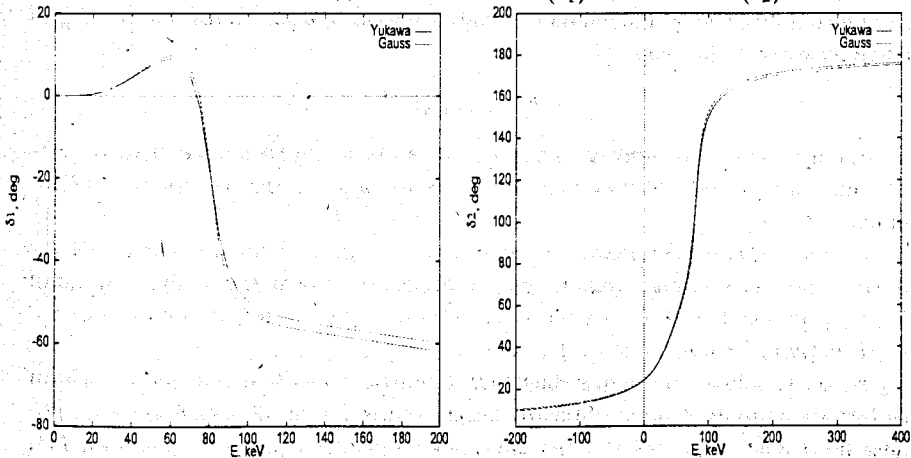
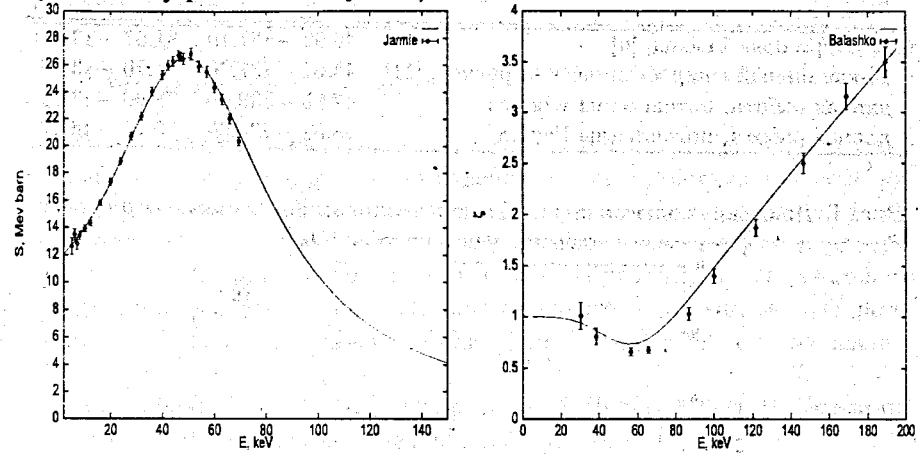


Рис. 3. Астрофизический  $S$ -фактор и отношение  $\zeta$  упругого  $dt$ -рассеяния к кулоновскому рассеянию на угол  $\pi/2$



#### 4. Полюса $S$ -матрицы

Мы будем использовать следующие обозначения для листов римановой поверхности комплексной энергии [9] - физический лист  $P$  ( $\text{Im } k_1 > 0$ ,  $\text{Im } k_2 > 0$ ), ближайший к  $P$  нефизический лист  $U_{(n,d)}$  ( $\text{Im } k_1 < 0$ ,  $\text{Im } k_2 < 0$ ), и нефизические листы  $U_{(d)}$  ( $\text{Im } k_1 < 0$ ,  $\text{Im } k_2 > 0$ ), и  $U_{(n)}$  ( $\text{Im } k_1 > 0$ ,  $\text{Im } k_2 < 0$ ), всего четыре листа.

Из  $R$ -матричного анализа реакции (1) известно [6], что  $S$ -матрица в рассматриваемой области энергии имеет два полюса (табл. II), расположенных на листах: на  $U_{(n,d)}$  - основной полюс, и на  $U_{(n)}$  - теневой полюс. Теневой полюс лежит рядом с действительной осью энергии и обуславливает близкое к унитарному предельное сечение реакции (1).

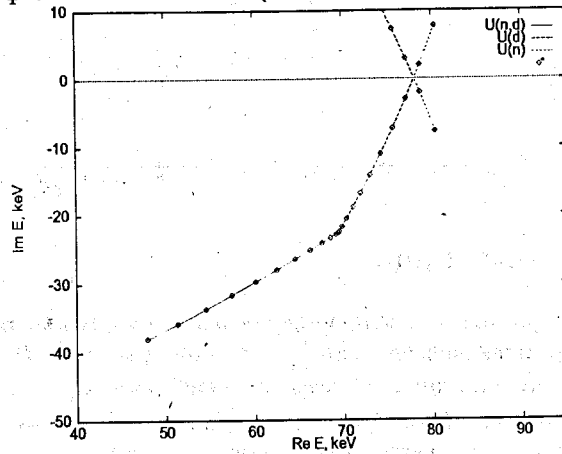
В рассматриваемой двухканальной модели положение полюсов определяется корнями функции  $D(E)$  (7), аналитически продолженной в комплексную плоскость энергии. Как видно из табл. II, найденные значения энергий, в которых  $S$ -матрица имеет полюс, удовлетворительно согласуются с результатами  $R$ -матричного анализа [6].

Поведение фазовых сдвигов в каналах  $dt$  и  $\alpha n$  кардинальным образом зависит от того, на  $U_{(n)}$  или на  $U_{(d)}$  расположен теневой полюс [12]. Скачок фазы в канале  $\alpha n$  на  $\pi$  типа "ступенька" отличается от результатов фазового анализа, проведенного в работе [10] (на основании экспериментов по  $\alpha p$ -рассеянию). Уменьшением значения фиксированного параметра

Таблица II. Положение полюсов (кэВ)

Риманов лист	$U_{(n,d)}$	$U_{(n)}$
$R$ -матричный подход, [6]	46.97 - $i$ 37.10	81.57 - $i$ 3.64
10-канальный микроскопический расчет, [11]	43.51 - $i$ 37.40	81.70 - $i$ 3.38
данная работа, потенциалы Юкавы	47.95 - $i$ 38.00	78.60 - $i$ 7.71
данная работа, потенциалы Гаусса	48.08 - $i$ 38.09	80.79 - $i$ 6.37

Рис. 4. Движение полюсов при изменении величины константы связи каналов  $\beta$  от нуля до физического значения ( потенциалы Юкавы )



тра  $\kappa_1$  в (10-11) можно добиться того, что при фитировании остальных параметров так же, как изложено в параграфе 3, теневой полюс оказывается на  $U_{(d)}$ . При этом поведение фазы в канале  $an$  согласуется с [10], но в то же время пропадает согласие зависимости фазы в канале  $dt$  с [6] - ситуация, аналогичная [11].

На рис.4 показано движение полюсов при изменении величины константы связи каналов  $\beta$  от нуля до физического значения для случая потенциалов Юкавы ( для потенциалов Гаусса картина качественно та же ). В пределе слабой связи между каналами  $\beta \rightarrow 0$  положения основного и теневого полюсов стремятся к значению  $E_0 = 69.40 - i22.71$  кэВ ( $E_0 = 69.24 - i23.22$  кэВ для потенциалов Гаусса ) - при этой энергии имеет полюс чисто потенциальная амплитуда рассеяния  $A_{11}^{(0)}$ . При этом основной полюс лежит на  $U_{(n,d)}$ , теневой - на  $U_{(d)}$ . Таким образом, резонанс ассоциирован с  $dt$ -каналом [9]. При увеличении  $\beta$  до физического значения основной полюс остается на том же листе, а теневой полюс

достигает действительной оси, встречаясь со своим сопряженным, и переходит на лист  $U_{(n)}$ .

## 5. Заключение

Рассмотренная двухканальная модель реакции (1) при надлежащем выборе параметров эффективного ядерного взаимодействия удовлетворительно описывает экспериментальные данные по упругому и неупругому сечениям. Найденные положения полюсов  $S$ -матрицы согласуются с результатами  $R$ -матричного анализа [6] и с результатами 10-канального микроскопического расчета [11], выполненного в рамках метода резонирующих групп. В данной модели  $\frac{3}{2}^+$  резонанс  ${}^5\text{He}^*$  ассоциирован с  $dt$ -каналом.

Автор благодарит С. И. Виницкого, Ф. М. Пенькова и И. В. Пузынина за полезные замечания и поддержку данной работы.

## Литература

- [1] Богданова Л. Н., Маркушин В. Е., Мележик В. С., Пономарев Л. И., ЯФ, т.34, с. 1191 (1981).
- [2] Богданова Л. Н., Маркушин В. Е., Мележик В. С., ЖЭТФ, т.81, вып. 3, с. 829-841 (1981).
- [3] L. N. Bogdanova, G. M. Hale, V. E. Markushin, Phys. Rev. C44, 1289 (1991).
- [4] Виницкий С. И., Куперин Ю. А., Мотовилов А. К., Сузько А. А., ЯФ, т.55, вып. 2, с.444-460 (1992), Е4-88-291 (1988).
- [5] Ajzenberg - Selov F., Nucl. Phys., A490, p. 7 (1988).
- [6] G. M. Hale, R. E. Brown, N. Jarmie, Phys. Rev. Lett., 59, 763 (1987).
- [7] N. Jarmie, R.E. Brown, R. A. Hardekopf, Phys. Rev. C29, 2031 (1984). R.E. Brown, N. Jarmie, G. M. Hale, Phys. Rev C35, 1999 (1987).

- [8] Балашко Ю. Г. Труды ФИАН, 14, 224 (1962).
- [9] R. J. Eden and J.R. Taylor, Phys. Rev. 133, B1575 (1964) .
- [10] B. Hoop and H. H. Varshall, Nucl. Phys. 83, 65 (1966).
- [11] A. Csóto, R. G. Lovas and A. T. Kruppa, Phys. Rev. Lett., 70, 1389 (1993).
- [12] B. C. Pearce and B. F. Gibson, Phys. Rev., C40, 902 (1989).
- [13] А. В. Селин, Сообщения ОИЯИ P11-97-224.

Рукопись поступила в издательский отдел  
14 августа 1997 года.