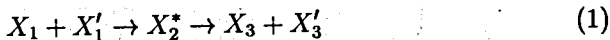


1. Введение

Для описания реакций, идущих через стадию образования составного ядра



(например, для реакции синтеза $d + t \rightarrow {}^5\text{He}^* \rightarrow \alpha + n$) может быть использована модель трех связанных каналов [1, 2]. В настоящей работе предлагается алгоритм для непосредственного решения задачи рассеяния в рамках рассматриваемой модели, а также для восстановления параметров модели по экспериментальным данным сечений реакции и упругого рассеяния.

2. Постановка задачи

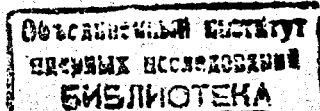
В рассматриваемой резонансной модели частицы $X_1, X'_1, X_2^*, X_3, X'_3$ считаются бесструктурными. Гамильтониан h , описывающий реакцию (1), действует на волновую функцию $U = \{u_1, u_2, u_3\}$

$$h = \begin{pmatrix} h_1 & B_{12} & 0 \\ B_{21} & h_2 & B_{23} \\ 0 & B_{32} & h_3 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где $h_1 = -\frac{1}{2m_1}\Delta_{\mathbf{r}_1} + V_1(r_1) + \lambda_1$, $h_3 = -\frac{1}{2m_3}\Delta_{\mathbf{r}_3} + V_3(r_3) + \lambda_3$, — операторы энергии в каналах 1 и 3. Оператор h_2 есть оператор умножения на константу λ_2 , представляющую собой собственное значение затравочного состояния составного ядра X_2^* . Операторы $B_{12} = B_{21}^+$ и $B_{32} = B_{23}^+$ осуществляют связь каналов и сводятся к умножению на некоторые функции $\beta\phi(\mathbf{r}_1)$ и $\gamma\chi(\mathbf{r}_3)$ [2]

$$(B_{12}u_2)(\mathbf{r}_1) = \beta u_2\phi(\mathbf{r}_1), \quad (B_{32}u_2)(\mathbf{r}_3) = \gamma u_2\chi(\mathbf{r}_3), \quad (3)$$

$\|\phi\| = \|\chi\| = 1$. Предполагается, что $\phi(\mathbf{r}_1)$ и $\chi(\mathbf{r}_3)$ существенно отличны от нуля в области действия ядерных сил, где возможно образование компаунда X_2^* , а $|\phi(\mathbf{r}_1)|^2$ и $|\chi(\mathbf{r}_3)|^2$ фактически представляют собой относительные вероятности реакций $X_1 + X'_1 \rightarrow X_2^*$ и $X_2^* \rightarrow X_3 + X'_3$ соответственно [2]. Величины β и γ имеют смысл интенсивности взаимодействия (константы связи), приводящего к этим реакциям, а их размерность совпадает с размерностью энергии.



Энергия отсчитывается от порога 1-го канала $\lambda_1 = 0$, λ_3 - есть порог 3-го канала. В дальнейшем будем считать $\lambda_3 < \lambda_1$.

Задача рассеяния с гамильтонианом (2) $hM = EM$ записывается в виде

$$\begin{cases} (h_1 - E)u_1^{(+)} + \beta u_2 \phi = 0 \\ \beta \langle u_1^{(+)} | \phi \rangle_1 + (\lambda_2 - E)u_2 + \gamma \langle u_3^{(+)} | \chi \rangle_3 = 0 \\ \gamma u_2 \chi + (h_3 - E)u_3^{(+)} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} u_1^{(+)}(\mathbf{r}_1) &\rightarrow e^{ik_1 r_1} + \frac{f_{11}}{r_1} e^{ik_1 r_1}, \quad r_1 \rightarrow \infty, \\ u_3^{(+)}(\mathbf{r}_3) &\rightarrow \frac{f_{31}}{r_3} e^{ik_3 r_3}, \quad r_3 \rightarrow \infty, \\ k_1 &= \sqrt{2m_1 E}, \quad k_3 = \sqrt{2m_3 (E - \lambda_3)}. \end{aligned}$$

Решение (4) может быть записано через функции Грина $g_1^{(+)}(E) = (E - h_1 + i0)^{-1}$ и $g_3^{(+)}(E) = (E - h_3 + i0)^{-1}$:

$$\begin{cases} u_1^{(+)} = \psi_{01}^{(+)} + \beta u_2 g_1^{(+)} \phi \\ u_2 = \frac{\beta \langle \psi_{01}^{(+)} | \phi \rangle_1}{E - \lambda_2 - \beta^2 \langle g_1^{(+)} \phi, \phi \rangle_1 - \gamma^2 \langle g_3^{(+)} \chi, \chi \rangle_3} \\ u_3^{(+)} = \gamma u_2 g_3^{(+)} \chi \end{cases} \quad (5)$$

где $\psi_{01,3}^{(+)}$ - состояния рассеяния для $h_{1,3}$, $h_{1,3} \psi_{01,3}^{(+)} = E \psi_{01,3}^{(+)}$.

Корень знаменателя u_2 при комплексном значении энергии E есть резонанс [2].

Используя асимптотический вид ядра функций Грина $g_{1,k_1}^{(+)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1)$ и $g_{3,k_3}^{(+)}(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}'_3)$

$$\begin{aligned} g_{1,k_1}^{(+)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1) &\rightarrow -\frac{m_1}{2\pi} \frac{e^{ik_1 r_1}}{r_1} \psi_{01}^{(-)*}(k_1 r_1 / r_1, \mathbf{r}'_1), \quad r_1 \rightarrow \infty, \\ g_{3,k_3}^{(+)}(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}'_3) &\rightarrow -\frac{m_3}{2\pi} \frac{e^{ik_3 r_3}}{r_3} \psi_{03}^{(-)*}(k_3 r_3 / r_3, \mathbf{r}'_3), \quad r_3 \rightarrow \infty, \end{aligned} \quad (6)$$

для амплитуд рассеяния f_{11} и реакции f_{31} получаются выражения

$$\begin{aligned} f_{11}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}'_1) &= f^{(01)} - \frac{m_1}{2\pi} \frac{\langle \psi_{01}^{(+)}(\mathbf{k}_1, b_1)_1 | b_1, \psi_{01}^{(-)}(\mathbf{k}'_1)_1 \rangle_1}{E - \lambda_2 - \beta^2 \langle g_1^{(+)} b_1, b_1 \rangle_1 - \gamma^2 \langle g_3^{(+)} b_3, b_3 \rangle_3}, \\ f_{31}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}'_3) &= -\frac{m_3}{2\pi} \frac{\langle \psi_{01}^{(+)}(\mathbf{k}_1, b_1)_1 | b_3, \psi_{03}^{(-)}(\mathbf{k}'_3)_3 \rangle_3}{E - \lambda_2 - \beta^2 \langle g_1^{(+)} b_1, b_1 \rangle_1 - \gamma^2 \langle g_3^{(+)} b_3, b_3 \rangle_3}, \\ b_1 &= \beta \phi, \quad b_3 = \gamma \chi, \\ \mathbf{k}'_1 &= k_1 \mathbf{r}_1 / r_1, \quad \mathbf{k}'_3 = k_3 \mathbf{r}_3 / r_3, \end{aligned} \quad (7)$$

где $f^{(01)}$ - потенциальная амплитуда. Соответственно, упругое сечение и сечение реакции есть

$$d\sigma_{el} = |f_{11}|^2 d\Omega_{\mathbf{k}'_1}, \quad d\sigma_r = \frac{m_1 k_3}{m_3 k_1} |f_{31}|^2 d\Omega_{\mathbf{k}'_3}. \quad (8)$$

Если ввести функции $\Delta_i(E)$, $\Gamma_i(E)$, $i = 1, 3$

$$\begin{aligned} \Delta_i(E) &= \text{Re} \langle g_i^{(+)} b_i, b_i \rangle_i, \quad \Gamma_i(E) = -2 \text{Im} \langle g_i^{(+)} b_i, b_i \rangle_i, \\ E_R(E) &= \lambda_2 + \Delta_1(E) + \Delta_3(E), \quad \Gamma(E) = \Gamma_1(E) + \Gamma_3(E) \end{aligned} \quad (9)$$

и воспользоваться спектральным разложением операторов Грина $g_i(E + i0)$, функции $\Delta_i(E)$, $\Gamma_i(E)$ можно представить в виде

$$\begin{aligned} \Gamma_i(E) &= 2m_i \frac{k_i}{8\pi^2} \int_{S^2} d\hat{\mathbf{k}}' |\langle \psi_{0i}^{(+)}(k_i \hat{\mathbf{k}}'), b_i \rangle|^2, \quad \Gamma_i^{(n)} = |\langle \psi_i^{(n)}, b_i \rangle|^2, \\ \Delta_i(E) &= \frac{1}{2\pi} \mathcal{P} \int_{\lambda_i}^{\infty} d\lambda \frac{\Gamma_i(\lambda)}{E - \lambda} + \sum_n \frac{\Gamma_i^{(n)}}{E - E_i^{(n)}}, \end{aligned} \quad (10)$$

где $\psi_i^{(n)}$, $h_i \psi_i^{(n)} = E_i^{(n)} \psi_i^{(n)}$ - состояния, принадлежащие дискретному спектру.

Отсюда получаем для полного сечения реакции выражение

$$\sigma_r = \frac{\pi}{k_1^2} \frac{\Gamma_1(E) \Gamma_3(E)}{(E - E_R(E))^2 + \Gamma(E)^2 / 4}. \quad (11)$$

Таким образом, для получения зависимости сечения реакции от энергии в рамках рассматриваемой модели достаточно знать действительную и мнимую части $\langle g_i^{(+)} b_i, b_i \rangle_i$, а для упругого сечения, кроме того, необходимо знать еще и амплитуду рассеяния $f^{(01)}$ для потенциала $V_1(r_1)$.

3. Метод решения прямой задачи

Величины $\langle g_i^{(+)} b_i, b_i \rangle_i$ представляют собой интегралы решений соответствующих одноканальных уравнений Шредингера с неоднородностью b_i , удовлетворяющих граничным условиям, следующим из асимптотик функций Грина (6), с функцией b_i по координате \mathbf{r}_i . Для простоты будем рассматривать случай действительных сферически симметричных формфакторов b_i . Учитывая выбранную угловую зависимость b_i , вклад в

$\langle g_i^{(+)} b_i, b_i \rangle_i$ будут давать решения с моментом $l_i = 0, i = 1, 3$. Соответствующие дифференциальные уравнения на конечном отрезке $r_i \in [0, R_{i,max}]$ с приближенными граничными условиями на правом конце, полученными путем сшивания логарифмических производных с асимптотическими решениями, имеют вид

$$\begin{aligned} \psi_i'' + (k_i^2 - 2m_i V_i(r_i)) \psi_i &= I_i(r_i), \\ \psi_i(0) &= 0, \\ \frac{\psi_i'}{\psi_i} \Big|_{r_i=R_{i,max}} &= \frac{\psi_i^{(as)'}}{\psi_i^{(as)}} \Big|_{r_i=R_{i,max}}, \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$I_i(r_i) \sim r_i b_i(r_i), \quad \int_0^\infty dr I_i^2(r_i) = 1.$$

Окончательно, выражения для $\langle g_i^{(+)} b_i, b_i \rangle_i$ есть

$$\langle g_1^{(+)} b_1, b_1 \rangle_1 = 2m_1 \beta^2 \int_0^\infty dr_1 \psi_1 I_1, \quad \langle g_3^{(+)} b_3, b_3 \rangle_3 = 2m_3 \gamma^2 \int_0^\infty dr_3 \psi_3 I_3. \quad (13)$$

Асимптотическим решением для (12) является

$$\psi_i^{(as)}(r_i) = e^{ik_i r_i}.$$

При нахождении приближенного решения (12) достаточно эффективно известный метод трехточечной прогонки. Порядок трехточечной аппроксимации составляет $O(h_i^2)$, h_i - шаг разностной сетки по r_i , поэтому граничные условия ставились с тем же порядком аппроксимации, а интегралы (13) вычислялись с помощью правила Симпсона. Вычислительная схема позволяет проводить расчет при комплексных значениях k_i , что необходимо для отыскания корней выражения $z - \lambda_2 - \langle g_1(z) b_i, b_i \rangle_1 - \langle g_3(z) b_i, b_i \rangle_3$, определяющих положение резонансов в комплексной плоскости энергии [2].

Для численной проверки точности схемы был использован фактор $I(r) = 2\mu e^{-\mu r}$ (для удобства взята другая нормировка), для которого легко получить аналитическое выражение $\langle gI, I \rangle$, g - функция Грина частицы с моментом 0 в потенциальной яме прямоугольной формы. Параметры ямы и значение μ приведены в табл. III, случай канала 1. В таблице I проводится исследование изменения действительной части $\Delta = \text{Re} \langle gI, I \rangle$ в зависимости от правой границы отрезка R_{max} , на

Таблица I а. Зависимость вычисленных значений $\Delta = \text{Re} \langle gI, I \rangle$ от R_{max} при фиксированном шаге сетки $h = 0.000125$

k	Rmax = 1.2	Rmax = 1.3	Rmax = 1.4	Rmax = 1.5	Rmax = 1.6
0.2	-8.92166	-8.92174	-8.92177	-8.92179	-8.92179
0.5	-3.47452	-3.47452	-3.47452	-3.47452	-3.47452
1.0	-0.76228	-0.76224	-0.76223	-0.76223	-0.76223
2.0	0.17969	0.17971	0.17971	0.17971	0.17971
3.0	0.33957	0.33957	0.33956	0.33956	0.33956
4.0	0.36487	0.36486	0.36486	0.36486	0.36486

Таблица I б. Величина Δ , вычисленная на последовательности вдвое сгущающихся сеток при фиксированном значении $R_{max} = 1.6$

k	h = 0.0005	h/2	h/4	σ	$\Delta_{ан}$
0.2	-8.922475	-8.921927	-8.921790	4.000	-8.921746
0.5	-3.474204	-3.474458	-3.474521	4.001	-3.474542
1.0	-0.762025	-0.762184	-0.762224	3.999	-0.762234
2.0	0.179772	0.179726	0.179715	4.000	0.179711
3.0	0.339586	0.339567	0.339563	4.000	0.339561
4.0	0.364866	0.364858	0.364856	3.999	0.364856

котором решается уравнение, а также на последовательности вдвое сгущающихся сеток с шагом h при фиксированном значении $R_{max} = 1.6$ и сравнение со значением Δ , полученным из аналитического выражения. Там же приводятся значения отношений

$$\sigma = (\Delta_h - \Delta_{h/2}) / (\Delta_{h/2} - \Delta_{h/4}),$$

Δ_h - значение Δ , вычисленное на сетке с шагом h . О порядке сходимости свидетельствуют значения $3.999 < \sigma < 4.001$, что соответствует $O(h^2)$. Точность вычислений с четырьмя верными знаками устанавливается при $R_{max} \geq 1.5, h \leq 0.00025$.

Таким образом, вычисляя при действительных энергиях E величины $\langle g_i^{(+)}(E) b_i, b_i \rangle_i$ и в соответствии с (9) функции $\Gamma_i(E), \Delta_i(E)$, мы получаем согласно (11) сечение реакции. Кроме того, мы получаем возможность найти корни знаменателя амплитуды u_2 в выражении (5) при комплексных энергиях, и, как следует из (7), полюса амплитуд рассеяния, возникающие из-за связи каналов (3). Эти корни могут быть найдены, например, с помощью ньютоновской итерационной процедуры.

Для сечения упругого рассеяния (1), кроме $\Gamma_i(E), \Delta_i(E)$, требуется знать фазовые сдвиги $\delta_{l_i}^{01}$ или элементы $S^{(01)}$ -матрицы $S_{l_i}^{(01)} = \exp(2i\delta_{l_i}^{(01)})$,

обусловленные действием локального потенциала $V_1(r_1)$ в канале 1. При малых энергиях E относительно порога канала 1 основной вклад дает рассеяние с моментом $l_1 = 0$, поэтому далее мы будем учитывать только s -волну.

Одной из возможностей вычисления $S_0^{(01)}$ является решение уравнения (12) (с нулевой правой частью). Асимптотический вид решения в этом случае есть

$$\psi^{(as)} = \frac{i}{2}(e^{-ik_1 r_1} - S_0^{(01)} e^{ik_1 r_1}).$$

При этом решение соответствующего разностного уравнения удобно нормировать таким образом, чтобы граничное условие при $r = R_{1,max}$ не зависело от $S_0^{(01)}$:

$$\psi(r_1) = y(r)N, \quad N = \psi(R_{1,max}).$$

Функция y удовлетворяет уравнению задачи (12) и граничным условиям

$$y(0) = 0, \quad y(R_{1,max}) = 1.$$

Правая граница $R_{1,max}$ должна быть выбрана достаточно большой, чтобы при $r \geq R_{1,max}$ можно было воспользоваться асимптотическим решением $\psi^{(as)}$. Тогда $S_0^{(01)}$ и, соответственно, нормировочная константа N находятся из условия равенства логарифмических производных при $r = R_{max}$

$$y'|_{r=R_{1,max}} = \frac{\psi^{(as)'}}{\psi^{(as)}}|_{r=R_{1,max}}, \quad N = \psi^{(as)}(R_{1,max}). \quad (14)$$

Эффективность схемы продемонстрирована также на примере потенциала $V_1(r_1) = -V_0 \exp(-\kappa_1 r_1)$, для которого известно аналитическое решение [4]

$$\psi(k, r) = \frac{i}{2}(f_- - S f_+), \quad f_{\pm} = \left(\frac{p}{2}\right)^{\pm is} \Gamma(1 \mp is) J_{\mp is}(pe^{-\frac{\kappa_1 r}{2}}), \quad (15)$$

$$S = \left(\frac{p}{2}\right)^{-2is} \frac{\Gamma(1+is)J_{is}(p)}{\Gamma(1-is)J_{-is}(p)}, \quad s = \frac{2k_1}{\kappa_1}, \quad p = \frac{2\sqrt{2m_1 V_0}}{\kappa_1}.$$

Γ - гамма-функция, J_ν - функция Бесселя.

В рассматриваемом численном примере использовались следующие значения параметров:

$$m_1 = 1, V_1 = 250, \kappa_1 = 12.02$$

Таблица II а. Фазы рассеяния $-\delta_0^{(01)}$, полученные при использовании метода прогонки для экспоненциального потенциала для последовательности $\{R_{max}\}$ ($h = 0.00025$)

k	$R_{max} = 1.2$	$R_{max} = 1.3$	$R_{max} = 1.4$	$R_{max} = 1.5$	$R_{max} = 1.6$
0.2	0.052584	0.052581	0.052580	0.052580	0.052580
0.5	0.13121	0.13120	0.13120	0.13120	0.13120
1.0	0.26067	0.26066	0.26066	0.26066	0.26065
2.0	0.50827	0.50826	0.50826	0.50826	0.50826
3.0	0.73387	0.73387	0.73387	0.73387	0.73387
4.0	0.93392	0.93392	0.93392	0.93392	0.93392

Таблица II б. Фазы рассеяния $-\delta_0^{(01)}$, вычисленные на последовательности вдвое сгущающихся сеток при фиксированном значении $R_{max} = 1.6$

k	$h = 0.001$	$h/2$	$h/4$	σ	$\delta_{ан}$
0.2	0.0525786	0.0525796	0.0525798	4.000	0.0525798
0.5	0.131198	0.131200	0.131200	4.000	0.131200
1.0	0.260648	0.260653	0.260654	4.000	0.260654
2.0	0.508247	0.508257	0.508259	4.000	0.508260
3.0	0.733855	0.733868	0.733871	3.999	0.733872
4.0	0.933889	0.933910	0.933915	3.999	0.933917

В таблице II а представлена зависимость величины $\delta_0^{(01)}$ от значения $R_{1,max}$. Из таблицы следует, что при указанном шаге сетки пять верных знаков получается при $R_{max} \geq 1.5$.

В таблице II б проводится исследование изменения величины $\delta_0^{(01)}$ на последовательности вдвое сгущающихся сеток при фиксированном значении $R_{max} = 1.6$, а также приводятся значения фаз, вычисленных с помощью аналитического выражения (15). Там же дано значение величины $\sigma = (\delta_h - \delta_{h/2})/(\delta_{h/2} - \delta_{h/4})$. Как видно из таблицы, значения $\sigma \cong 4.00$ свидетельствует о порядке сходимости $O(h^2)$.

В таблице II с приводятся значения волновых функций ψ , вычисленных на последовательности вдвое сгущающихся сеток при фиксированном значении импульса $k_1 = 1$, и сравниваются со значениями, следующими из аналитического выражения (15). Сходимость разностного решения, как следует из таблицы, также имеет второй порядок в соответствии с порядком сходимости метода прогонки.

Таблица II с. Действительная часть волновых функций ψ при $r_1 \in [0, 1.6]$, вычисленных на последовательности вдвое сгущающихся сеток при фиксированном значении импульса $k_1 = 1$

r	h = 0.001	h/2	h/4	σ	$\psi_{ан}$
0.16	-0.119775	-0.119777	-0.119778	4.000	-0.119778
0.32	0.0420385	0.0420342	0.0420331	4.000	0.0420328
0.48	0.206401	0.206396	0.206395	4.000	0.206395
0.64	0.357032	0.357027	0.357026	4.000	0.357025
0.80	0.496090	0.496086	0.496085	4.000	0.496084
0.96	0.621954	0.621950	0.621949	4.000	0.621949
1.12	0.731832	0.731828	0.731827	4.000	0.731827
1.28	0.822998	0.822994	0.822994	4.000	0.822993
1.44	0.893137	0.893134	0.893133	4.000	0.893133
1.60	0.940460	0.940458	0.940457	4.000	0.940457

4. Восстановление параметров модели по данным рассеяния

Мы будем предполагать, что потенциалы V_1, V_3 и формфакторы ϕ, χ в (2-3) являются заданными функциями, зависящими от некоторого разумного числа параметров A_0 . Присоединив к ним параметры β, γ, λ_2 , мы получим общее число параметров модели (2),(3) $A = \{\beta, \gamma, \lambda_2, A_0\}$. Назовем наилучшим набором параметров A , описывающим экспериментальные данные $\{(\sigma_{el_i}^{эксп}, E_i), (\sigma_{r_j}^{эксп}, E_j)\}$ такой набор A^* , при котором неотрицательная функция χ^2

$$\chi^2(A) = \sum_i (\sigma_{el_i}^{эксп} - \sigma_{el}(E_i, A))^2 + \sum_j (\sigma_{r_j}^{эксп} - \sigma_r(E_j, A))^2,$$

характеризующая меру среднеквадратичного отклонения $\{(\sigma_{el_i}^{эксп}, E_i), (\sigma_{r_j}^{эксп}, E_j)\}$ от решения задачи (4) с набором A , имеет минимум. Вообще говоря, функция χ^2 может иметь несколько локальных минимумов при различных наборах A , и для предпочтения какого-либо из них должна быть привлечена некоторая дополнительная информация (устойчивость к возмущениям экспериментальных данных, соответствие значений параметров физическому смыслу задачи, положение полюсов S -матрицы и т. д.).

Для нахождения минимума χ^2 может быть применен метод линеаризации, реализованный программой FUMILI [3].

Таблица III. Заданные и восстановленные значения параметров для потенциалов (16), с возмущенными и невозмущенными "экспериментальными" данными. Значения фиксированных параметров - $a_1 = 0.1, \mu_1 = \mu_2 = 10$, порог канала 3 $\lambda_3 = -293.705$, массы $m_1 = 1, m_3 = 0.66724$

Возмущение, %	V_0	β	γ	λ_2	χ^2
-	120.000	0.20000	2.0000	1.0000	-
0	120.00004	0.19999997	2.0000167	1.0000005	4.9e-08
1	119.791	0.19874	2.0237	0.9962	6.5e-03
5	118.975	0.19273	2.0999	0.9835	0.15
10	118.135	0.18537	2.1776	0.9716	0.55

Симметричная матрица ошибок для восстановленных параметров без возмущения

	V_0	β/γ	$\beta\gamma$	λ_2
V_0	0.1292			
β/γ	1.243e-04	6.352e-06		
$\beta\gamma$	3.996e-03	-3.407e-06	2.273e-04	
λ_2	-6.123e-05	1.005e-05	-8.437e-06	4.986e-05

Численный пример

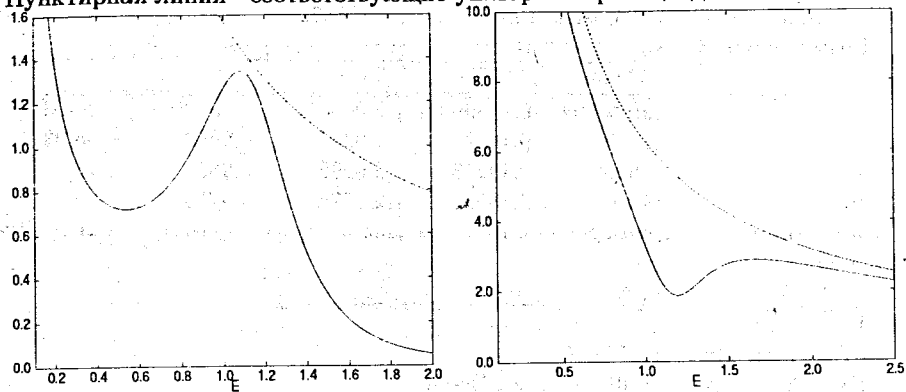
В качестве численного примера для описанного алгоритма восстановления параметров по сечениям был рассмотрен случай потенциалов V_1, V_3 в виде прямоугольных ям и экспоненциально затухающих формфакторов I_1, I_3 . При этом выборе удастся найти решение (4), выражающееся через элементарные функции:

$$\begin{aligned} V_1 &= -V_0\theta(a_1 - r_1), & V_3 &= 0, \\ I_1(r_1) &= 2\mu_1 e^{-\mu_1 r_1}, & I_3(r_3) &= 2\mu_3 e^{-\mu_3 r_3}. \end{aligned} \quad (16)$$

Конкретные значения параметров приведены в таблице III, там же даны значения восстановленных параметров по значениям сечений, следующих из аналитического решения. В качестве "экспериментальных" данных бралось 20 значений сечений (10 - упругих и 10 - неупругих), полученных из точного решения при энергиях $E = 0.50, (0.15), 1.85$, а также возмущенные значения, полученные изменением точного решения на 1, 5 и 10 процентов. Как видно из таблицы III, найденный минимум χ^2 относительно устойчив к малым возмущениям сечений $\{(\sigma_{el_i}^{эксп}, E_i), (\sigma_{r_j}^{эксп}, E_j)\}$.

Выбор в качестве варьируемых переменных $\{\beta/\gamma, \beta\gamma, \lambda_2, V_0\}$ позволяет несколько уменьшить коррелированность между параметрами по

Рис. 1. Зависимость от энергии сечений реакции (слева) и упругого рассеяния для параметров, использованных в численном примере, сплошная линия. Пунктирная линия - соответствующие унитарные границы для сечений



сравнению с выбором $\{\beta, \gamma, \lambda_2, V_0\}$.

5. Заключение

Представленный алгоритм решения задачи рассеяния с тремя связанными каналами может быть применен к обработке экспериментальных данных реакции $d + t \rightarrow {}^5\text{He}^* \rightarrow \alpha + n$ для восстановления параметров ядерного взаимодействия в рамках модели (2), необходимых для проведения вычислений коэффициента прилипания мюона к гелию. [1, 2].

Автор благодарит И. В. Амирханова, С. И. Виницкого и И. В. Пузынина за полезные замечания и поддержку данной работы.

Литература

- [1] Богданова Л. Н., Маркушин В. Е., Мележик В. С., Ядерные ширины и сдвиги уровней мезомолекулы $dt\mu$, ЖЭТФ, т.81, вып. 3, с. 829-841 (1981).

- [2] Виницкий С. И. Куперин Ю. А., Мотовилов А. К., Сузько А. А., Трехканальный гамилтониан для реакции мюонного катализа, ЯФ, т.55, вып. 2, с.444-460 (1992), Е4-88-291 (1988).
- [3] С. Н. Соколов, И. Н. Силин, Нахождение минимумов функционалов методом линеаризации, препринт ОИЯИ Д-810 (1961).
- [4] Р. Ньютон, Теория рассеяния волн и частиц, Москва, "Мир", 1969.

Рукопись поступила в издательский отдел
17-июля 1997 года.