

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

97-15

P11-97-15

Т.А.Меркулова, Г.Г.Тахтамышев

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА
ПО ИЗМЕРЕНИЮ СЕЧЕНИЯ
УПРУГОГО НЕЙТРОН-НЕЙТРОННОГО РАССЕЯНИЯ

1997

1. Описание установки. Эксперимент по измерению сечения упругого рассеяния тепловых нейтронов был предложен в 1994 г. Схему планируемого эксперимента можно найти в работе [1].

В весьма упрощенном виде эта схема показана на Рис.1 в проекции на плоскость XZ . Проекция на плоскость YZ отличается только размерами. Заштрихованная область вокруг точки O представляет собой область столкновения нейтронов (зона реактора). Коллиматор обозначен буквой K , детектор — буквой D . Детектор расположен на расстоянии около 25 метров от зоны столкновения.

2. Математическая постановка задачи. В данной работе мы считаем, что сталкивающиеся нейтроны имеют максвелловское распределение по скоростям:

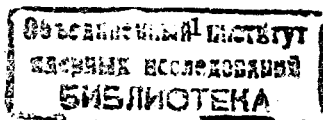
$$M(\vec{v})d\vec{v} = \frac{n}{(v_0\sqrt{\pi})^3} \exp\left(-\frac{v^2}{v_0^2}\right)d\vec{v}.$$

Предполагается, что параметр v_0 одинаков для всех точек в зоне столкновения и плотность нейтронов n равна 1 см^{-3} .

Известно (см. [1]), что число столкновений частиц в малом объеме $dx dy dz$ за интервал времени dt описывается формулой

$$d\Phi = \frac{1}{2} M(\vec{v}_1) M(\vec{v}_2) \frac{\sigma}{\pi} \delta[w_1^2 + (\vec{v}_1 \vec{v}_2) - \vec{w}_1(\vec{v}_1 + \vec{v}_2)] d\vec{v}_1 d\vec{v}_2 d\vec{w}_1 dx dy dz dt. \quad (1)$$

Здесь \vec{v}_1 и \vec{v}_2 — скорости сталкивающихся нейтронов, а \vec{w}_1 — скорость первого нейтрона после соударения. В данной работе мы считаем нейтроны различимыми. $\delta(x)$ — дельта-функция непрерывного аргумента, σ — сечение упругого рассеяния нейтронов; измерению этого параметра и посвящен предлагаемый эксперимент.



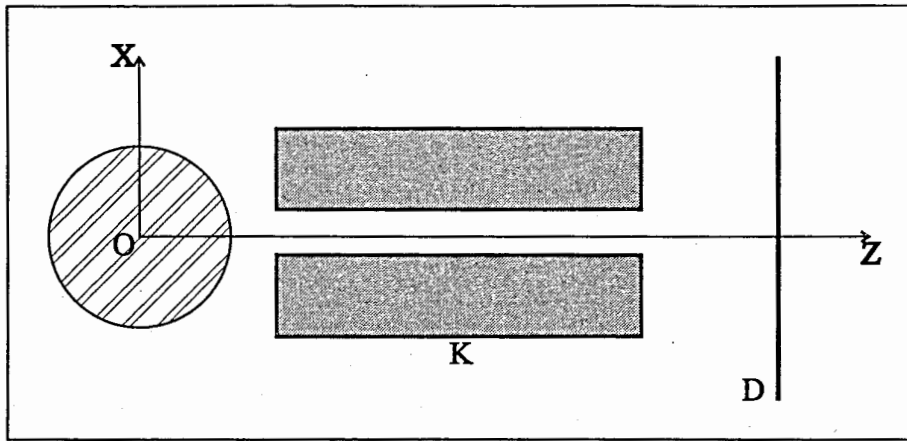


Рис. 1: Схема эксперимента по измерению сечения упругого рассеяния тепловых нейтронов.

Уравнение (1) определяет распределение событий в некоторой 12-мерной области. Требуется отобрать события, в которых первый нейтрон после соударения проходит через коллиматор и достигает плоскости детектора. Для таких событий нужно построить распределение трех величин — двух координат точки пересечения траектории нейтрона с плоскостью детектора и времени регистрации нейтрона детектором. Такую функцию, описывающую распределение трех переменных, мы называем "отклик детектора".

3. Ход решения. В первую очередь нужно избавиться от дельта-функции в уравнении (1). Заменим переменную \vec{w}_1 на скорость этого же нейтрона в системе центра масс \vec{w}_1^* и проинтегрируем по переменной, являющейся аргументом дельта-функции. При этом исчезает дифференциал $d\vec{w}_1^*$, и функция распределения 12-ти новых переменных приобретает следующий вид

$$d\Phi = \frac{\sigma}{8\pi} M(\vec{v}_1) M(\vec{v}_2) |\vec{v}_1 - \vec{v}_2| d\vec{v}_1 d\vec{v}_2 d \cos \theta^* d\varphi^* dx dy dz dt. \quad (2)$$

Здесь θ^* и φ^* — полярный и азимутальный углы вектора \vec{w}_1^* .

Поставим теперь задачу найти новый набор переменных, такой, чтобы среди них были три величины, соответствующие компонентам вектора \vec{w}_1 . Это кажется парадоксальным — ведь мы только что избавились от этих переменных в уравнении (1). Однако, если более короткий путь к искомому набору переменных существует, нам его найти не удалось.

На первом шаге перейдем от переменных \vec{v}_1 и \vec{v}_2 к их полусумме и полуразности

$$\vec{p} = \frac{\vec{v}_1 + \vec{v}_2}{2}, \quad \vec{q} = \frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_2}{2}.$$

В этих переменных распределение принимает вид

$$d\Phi = A \exp\left[-\frac{2}{v_0^2}(p^2 + q^2)\right] q d\vec{p} d\vec{q} d \cos \theta^* d\varphi^* dx dy dz dt, \quad (3)$$

где $A = 2\sigma/(v_0^6 \pi^4)$.

Поскольку скорость первого нейтрона в системе центра масс после соударения по модулю равна q , то уравнение (3) может быть переписано в следующем виде:

$$d\Phi = A \exp\left[-\frac{2}{v_0^2}(p^2 + w_1^{*2})\right] w_1^* d\vec{p} d\vec{w}_1^* d \cos \theta' d\varphi' dx dy dz dt. \quad (4)$$

Углы θ' и φ' соответствуют вектору \vec{q} .

Теперь, используя очевидные соотношения

$$\vec{w}_1 = \vec{p} + \vec{w}_1^*, \quad \vec{w}_2 = \vec{p} - \vec{w}_1^*,$$

напишем функцию распределения непосредственно в переменных \vec{w}_1 и \vec{w}_2 (\vec{w}_2 — скорость второго нейтрона после столкновения)

$$d\Phi = A_1 \exp\left(-\frac{w_1^2 + w_2^2}{v_0^2}\right) (w_1^2 + w_2^2 - 2w_1 w_2 \cos \gamma)^{\frac{1}{2}} d\vec{w}_1 d\vec{w}_2 d \cos \theta' d\varphi' dx dy dz dt, \quad (5)$$

где γ — угол между векторами \vec{w}_1 и \vec{w}_2 , $A_1 = \sigma/(8v_0^6 \pi^4)$.

Таким образом искомый набор переменных найден. Это дает возможность эффективно моделировать только те события, в которых результирующий нейтрон прошел через коллиматор и достиг плоскости детектора.

4. Моделирование событий. В уравнении (5) от переменных w_1 и w_2 перейдем к переменным ρ и ϕ . Переменные связаны следующим образом:

$$w_1 = \rho \sin \phi, \quad w_2 = \rho \cos \phi, \\ \text{где } 0 \leq \rho < \infty, \quad 0 \leq \phi < \frac{\pi}{2}.$$

В этих переменных функция распределения имеет вид

$$d\Phi = A_2 f_1(\rho) f_2(\phi, \gamma) d\rho d\phi d \cos \theta_1 d\phi_1 d \cos \theta_2 d\phi_2 d \cos \theta' d\varphi' dx dy dz dt, \quad (6)$$

где

$$f_1(\rho) = \rho^6 \exp\left(-\frac{\rho^2}{v_0^2}\right),$$

$$f_2(\phi, \gamma) = (1 - \sin 2\phi \cos \gamma)^{\frac{1}{2}} \sin^2 2\phi,$$

углы θ_1 и φ_1 соответствуют вектору \vec{w}_1 , а углы θ_2 и φ_2 — вектору \vec{w}_2 , $A_2 = \sigma / (32v_0^6 \pi^4)$.

Поскольку геометрия эксперимента предусматривает использование коллиматора прямоугольного сечения, целесообразно перейти к плоским углам η_x и η_y :

$$\operatorname{tg} \eta_x = \frac{w_{1x}}{w_{1z}}, \quad \operatorname{tg} \eta_y = \frac{w_{1y}}{w_{1z}}.$$

Имеют место соотношения:

$$\operatorname{tg} \eta_x = \operatorname{tg} \theta_1 \cos \varphi_1, \quad \operatorname{tg} \eta_y = \operatorname{tg} \theta_1 \sin \varphi_1.$$

Окончательно распределение имеет вид

$$d\Phi = A_2 f_1(\rho) f_2(\phi, \gamma) f_3(\eta_x, \eta_y) d\rho d\eta_x d\eta_y d \cos \theta_2 d\varphi_2 d \cos \theta' d\varphi' d\phi dx dy dz dt, \quad (7)$$

где

$$f_3(\eta_x, \eta_y) = \frac{(1 + \operatorname{tg}^2 \eta_x)(1 + \operatorname{tg}^2 \eta_y)}{(1 + \operatorname{tg}^2 \eta_x + \operatorname{tg}^2 \eta_y)^{\frac{3}{2}}}.$$

Моделирование событий, в которых переменные имеют распределение вида (7), осуществлялось следующим образом. Переменная ρ моделировалась в соответствии с распределением $f_1(\rho)$ (см. [2]). Остальные 11 переменных моделировались равномерно и событию приписывался вес, в котором учитывались диапазоны моделирования углов η_x и η_y , а также факторы $f_2(\phi, \gamma)$ и $f_3(\eta_x, \eta_y)$.

5. Результаты. Данный алгоритм был реализован в виде программы. Был проделан тестовый расчет с параметрами, близкими к параметрам планируемой установки. Всего было промоделировано 100000 событий. В результате была получена оценка геометрической эффективности установки $\epsilon = 1.1 \cdot 10^{-5}$. Относительная точность оценки составила 0.5%. Эти цифры показывают, что найденный алгоритм достаточно эффективен и позволяет быстро проводить расчеты, необходимые для планирования эксперимента.

На Рис.2,3 показаны распределения событий на плоскости детектора по осям X и Y соответственно. На Рис.4 показано распределение событий в детекторе по времени.

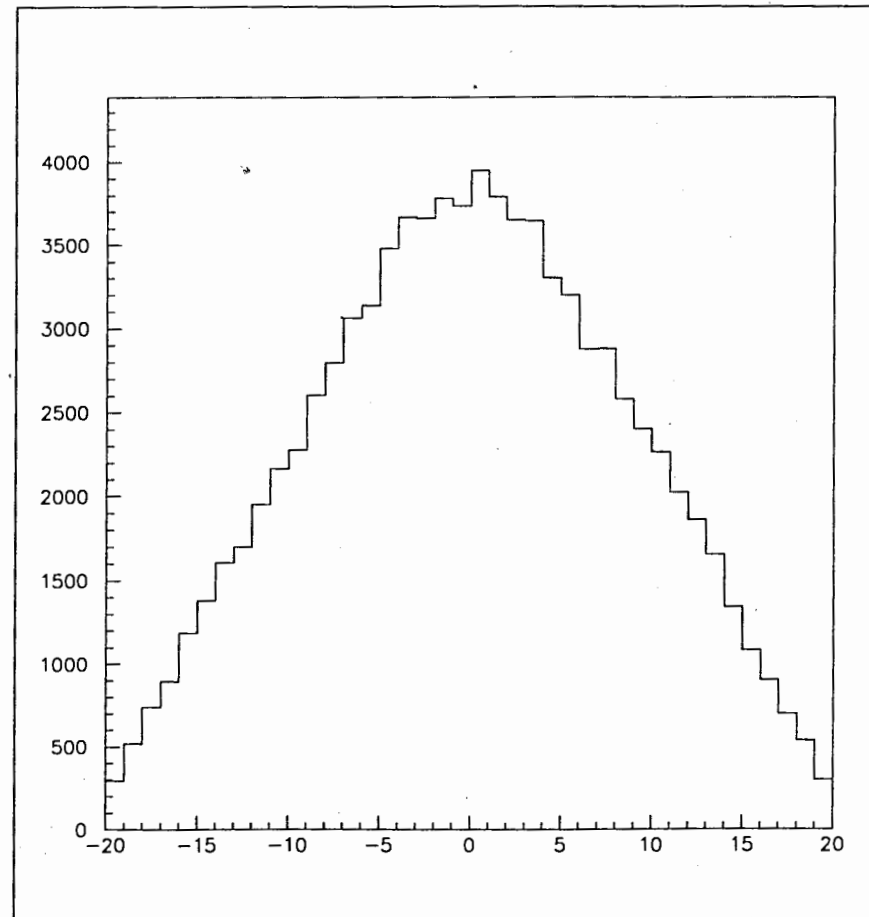


Рис. 2: Распределение событий на плоскости детектора по оси X.

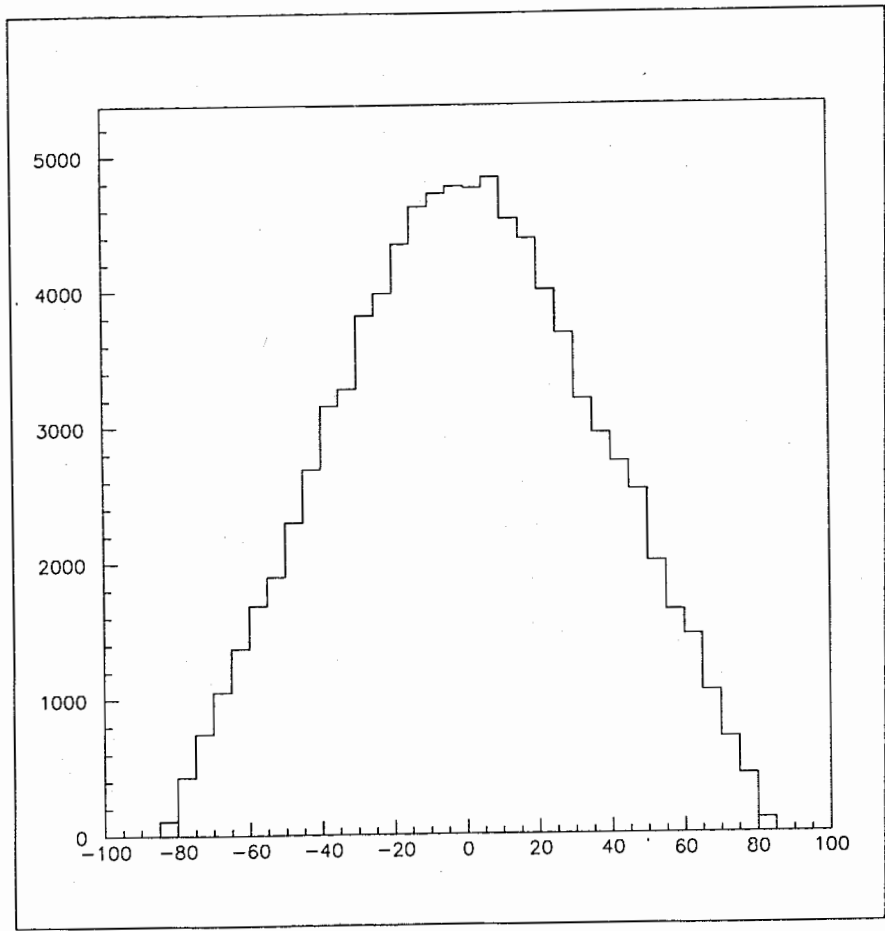


Рис. 3: Распределение событий на плоскости детектора по оси Y.

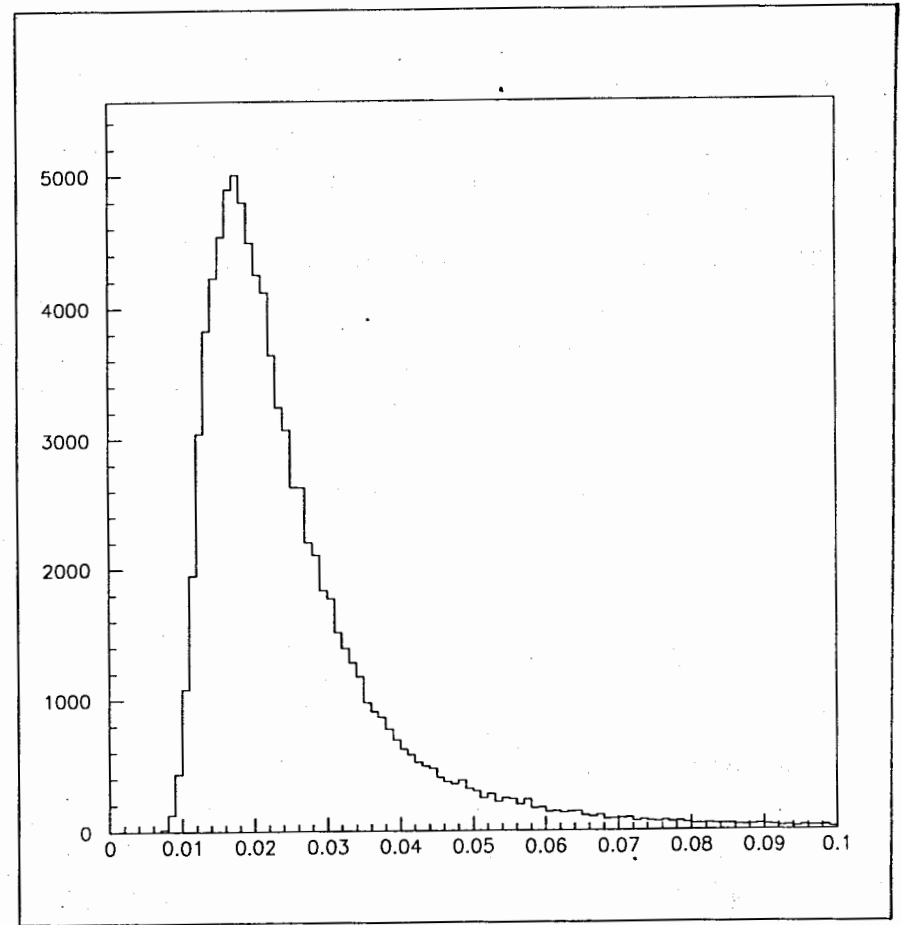


Рис. 4: Распределение событий на плоскости детектора по времени.

Благодарности. Авторы выражают признательность Ю.Н.Покотилоскому за постановку задачи, благодарность Г.А.Ососкову за плодотворные консультации и многочисленные полезные обсуждения и Ю. А. Астахову за помощь в работе.

Авторы также благодарят руководство Лаборатории нейтронной физики за постоянное внимание к работе и предоставленный доступ к вычислительным мощностям ЛНФ.

Список литературы

- [1] Yu.Pokotilovski et al., Proc. of the Amer. Nucl. Soc. Topical Meeting "Physics, Safety and Applications of Pulse Reactors", Nov. 13-17, 1994, Washington, DC, p.343-346.
- [2] И.М.Соболь, Численные методы Монте-Карло, М., "Наука", 1973.

Рукопись поступила в издательский отдел
23 января 1997 года.