

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P11-95-325

И.В.Амирханов, Е.В.Земляная, В.Н.Первушин,
И.В.Пузынин, Т.П.Пузынина, Т.А.Стриж

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ
ОДНОЙ МОДЕЛИ КВАРКОНИЯ
ДЛЯ КОНЕЧНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ

1995

Рассматривается обобщение КХД-инспирированной модели кваркония для случая конечной температуры. Формулируется математическая постановка задач Швингера — Дайсона и Бете — Солпитера в рамках указанной модели. Предложен алгоритм их численного исследования, основанный на обобщении непрерывного аналога метода Ньютона, и приводятся полученные результаты.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1995

Перевод авторов

Amirkhanov I.V. et al.
Numerical Analyses of a Quarkonium Model
at Finite Temperature

P11-95-325

The generalization of the QCD-inspired quarkonium model at finite temperature is considered. The mathematical statement of Schwinger — Dyson and Bethe — Salpeter problems is formulated in the framework of this model. An algorithm for numerical investigation, based on generalized continuous analogue of the Newton method, is proposed and obtained results are presented.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1995

В последнее время в литературе (см., в частности, [1,2]) обсуждается непертурбативный теоретико - полевой подход к проблеме единообразного описания мезонов с различными кварковыми ароматами. Такой подход основан на эффективном гамильтониане квантовой хромодинамики (КХД) в кулононско-калибровочной калибровке и сводится к системам уравнений Швингера-Дайсона (ШД) и Бете-Солпитера (БС), явный вид которых зависит от выбора феноменологического потенциала взаимодействия. Решения этих уравнений в КХД описывают спонтанное нарушение киральной симметрии, динамическую массу кварка, спектр и параметры взаимодействий мезонов [1],[2].

В работе [3] было показано, что система указанных уравнений в приближении потенциала Гаусса описывает экспериментальные значения массы основного состояния пиона и константы его слабого распада. Аналогичные результаты получены в работе [4] для потенциала Юкавы и в работе [5] для комбинации осцилляторного и гауссовского потенциалов.

Обобщение уравнений ШД и БС на случай конечной температуры и барионной плотности [6], [7] весьма интересно с точки зрения актуальной проблемы описания горячей и плотной адронной материи (кварк-глюонной плазмы)[8]. В настоящей работе проведено численное исследование таких обобщенных уравнений, полученных в работе [9].

В последнее время указанная проблема рассматривается в основном в рамках модели Намбу - Йона - Лазинио [10], [11], которая эквивалентна сепарабельному приближению [12],[13] рассматриваемых уравнений. Поэтому даже качественное сравнение результатов численного решения полной системы уравнений Ш-Д и Б-С с результатами, полученными в сепарабельном приближении, может быть полезным для анализа применимости теоретической модели.

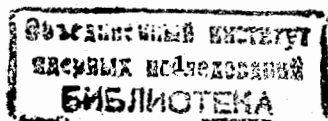
Так же, как и в работах [3],[9], в настоящем исследовании для упрощения модели мы использовали эффективный потенциал в виде гауссиана:

$$V = v_0 \exp(-r^2/4R^2) + C, \quad (1)$$

где C, v_0, R — заданные параметры задачи.

Отличие в постановке задачи для случая температурной зависимости состоит во включении в систему уравнений ШД дополнительного уравнения для химического потенциала. При этом в случае неравных токовых масс кварков для уравнения БС мы имеем систему четырех интегральных уравнений.

Отметим, что разработанный подход к решению рассматриваемых задач и созданное программное обеспечение позволяют проводить численный ана-



лиз теоретических моделей и для потенциалов другого вида (например, в виде функции Юкавы).

Цель данной работы - продемонстрировать возможности развитого программного комплекса и получить решения уравнений ШД и БС с включением температурной зависимости по предложенной в работе [1] схеме. Полученные результаты могут быть использованы для анализа предложенного способа включения температуры и среды в КХД - инспирированную модель кваркония.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В импульсном представлении потенциал (1) имеет следующий вид:

$$V(\vec{p} - \vec{q}) = \frac{v_0}{(\sqrt{\pi})^3} R^3 \exp(-R^2|\vec{p} - \vec{q}|^2) + C(2\pi)^3 \delta(|\vec{p} - \vec{q}|). \quad (2)$$

Система уравнений ШД при $T \neq 0$ для заданного потенциала $V(\vec{p} - \vec{q})$ согласно [9] может быть записана в виде системы нелинейных интегральных уравнений:

$$\begin{cases} E(p)\cos(2v(p)) = m_0 + \frac{1}{2} \int d\vec{q} V(|\vec{p} - \vec{q}|) [1 - f(q) - \bar{f}(q)] \cos(2v(q)) / (2\pi)^3, \\ E(p)\sin(2v(p)) = p + \frac{1}{2} \int d\vec{q} V(|\vec{p} - \vec{q}|) \xi [1 - f(q) - \bar{f}(q)] \sin(2v(q)) / (2\pi)^3, \end{cases} \quad (3)$$

$$\mu(p) = \mu_0 + \frac{1}{2} \int d\vec{q} V(|\vec{p} - \vec{q}|) [f(q) - \bar{f}(q)] / (2\pi)^3, \quad (4)$$

где

$$f(p) = \frac{1}{1 + \exp[\beta(E(p) - \mu(p))]}, \quad \bar{f}(p) = \frac{1}{1 + \exp[\beta(E(p) + \mu(p))]} \quad (5)$$

Интегрирование ведется в трехмерном импульсном пространстве, $(\vec{p}/p, \vec{q}/q)$ — скалярное произведение единичных трехмерных векторов, $\beta = 1/T$, T — температура, $E(p)$, $v(p)$, $\mu(p)$ — соответственно энергия кварка, его волновая функция и химический потенциал, которые надо найти. Токовая масса кварка m_0 и начальный химический потенциал μ_0 рассматриваются в данном случае как заданные параметры модели.

Пренебрегая угловой зависимостью решения, после интегрирования по углам $\Omega\vec{q}$ для системы (3)-(4) получаем:

$$\begin{cases} E(p)\cos(2v(p)) = m_0 + I_1, \\ E(p)\sin(2v(p)) = p + I_2, \end{cases} \quad (6)$$

$$\mu(p) = \mu_0 + \int_0^\infty dq V_1(p, q) [f(q) - \bar{f}(q)], \quad (7)$$

где

$$I_1 = \int_0^\infty dq V_1(p, q) [1 - f(q) - \bar{f}(q)] \cos(2v(q)), \quad (8)$$

$$I_2 = \int_0^\infty dq V_2(p, q) [1 - f(q) - \bar{f}(q)] \sin(2v(q)), \quad (9)$$

$$V_1 = \frac{1}{2} \frac{1}{(2\pi)^3} q^2 \int d\Omega V(|\vec{p} - \vec{q}|), \quad (10)$$

$$V_2 = \frac{1}{2} \frac{1}{(2\pi)^3} q^2 \int d\Omega \xi V(|\vec{p} - \vec{q}|). \quad (11)$$

Подставляя потенциал (2) в систему (6)-(7), имеем

$$\begin{cases} \hat{E}(p)\cos(2v(p)) = m_0 + I_1, \\ \hat{E}(p)\sin(2v(p)) = p + I_2, \\ \hat{\mu}(p) = \mu_0 + \int_0^\infty dq V_1(p, q) [f(q) - \bar{f}(q)], \end{cases} \quad (12)$$

где

$$\hat{E}(p) = E(p) - \frac{1}{2} C [1 - f(p) - \bar{f}(p)], \quad (13)$$

$$\hat{\mu}(p) = \mu(p) - \frac{1}{2} C [f(p) - \bar{f}(p)]. \quad (14)$$

Искомая функция $v(p)$ удовлетворяет асимптотическим условиям

$$\lim_{p \rightarrow 0} v(p) = 0, \quad \lim_{p \rightarrow \infty} v(p) = \frac{\pi}{4}. \quad (15)$$

Мы будем искать решение системы (12) на конечном интервале $0 \leq p \leq p_M$. Тогда граничные условия для $v(p)$, аппроксимирующие условия (15), имеют вид

$$v(0) = 0, \quad v(p_M) = \frac{\pi}{4}. \quad (16)$$

Из системы (12) получаем

$$E(p) = \frac{1}{2} C [1 - f(p) - \bar{f}(p)] + [m_0 + I_1(p)] \cos(2v(p)) + [p + I_2(p)] \sin(2v(p)). \quad (17)$$

Энергия кварка $E(p)$ должна удовлетворять, исходя из физических соображений, асимптотическому условию:

$$\lim_{p \rightarrow \infty} E(p) = p. \quad (18)$$

При этом для константы C имеем

$$C = -2 \lim_{p_M \rightarrow \infty} \frac{I_2(p_M) \sin(2v(p_M))}{1 - f(p_M) - \bar{f}(p_M)}. \quad (19)$$

Переходя к безразмерным величинам по формулам

$$\hat{E} = \frac{E}{\hat{\alpha}}, \quad \hat{m} = \frac{m_0}{\hat{\alpha}}, \quad \hat{p} = \frac{p}{\hat{\alpha}}, \quad \hat{q} = \frac{q}{\hat{\alpha}}, \quad \hat{R} = R\hat{\alpha}, \quad \hat{C} = \frac{C}{\hat{\alpha}}, \quad \hat{\mu} = \frac{\mu}{\hat{\alpha}}, \quad \hat{\mu}_0 = \frac{\mu_0}{\hat{\alpha}}, \quad (20)$$

где $\hat{\alpha} = v_0/(8\pi^3\sqrt{\pi})$, окончательно получаем (для краткости значок \sim над символами опущен):

$$\begin{cases} \cot(2v(p)) = \frac{m_0 + I_1(p)}{p + I_2(p)}, \\ E(p) = \frac{1}{2}C[1 - f(p) - \bar{f}(p)] + [m_0 + I_1(p)]\cos(2v(p)) + [p + I_2(p)]\sin(2v(p)), \\ \mu(p) = \mu_0 + \frac{1}{2}C[f(p) - \bar{f}(p)] + \int_0^{pM} dq V_1(p, q)[f(q) - \bar{f}(q)], \end{cases} \quad (21)$$

где

$$\begin{cases} V_1 = R \frac{q}{p} \exp(-R^2(p^2 + q^2)) \sinh(2R^2 pq), \\ V_2 = \frac{1}{2} \frac{1}{Rp^2} \exp(-R^2(p^2 + q^2)) [2R^2 pq \cosh(2R^2 pq) - \sinh(2R^2 pq)]. \end{cases} \quad (22)$$

При $C \equiv 0$ условие (18) не выполняется. В работе [3] (при $T = 0$) использовался ряд модификаций уравнения ШД, обеспечивающих выполнение требования (18) (т.н. перенормировка волновой функции кварка внутри мезона). Для системы (21) эти модификации приводят к следующим вариантам:

а) $I_2(p) \rightarrow I_2^{(1)}(p) = \int_0^{pM} dq V_2(p, q)[1 - f(q) - \bar{f}(q)][\sin(2v(q)) - \frac{q}{E(q)}],$

б) $I_2 \equiv 0,$

в) $I_2(p) \rightarrow I_2^{(2)}(p) = \int_0^{pM} dq V_2(p, q)[1 - f(q) - \bar{f}(q)][\sin(2v(q)) - \frac{q}{\sqrt{m_0^2 + q^2}}].$

Поскольку для $T = 0$ указанные три варианта задачи ШД приводят к близким результатам [3], в настоящей работе наряду с полной немодифицированной системой (21) (в дальнейшем изложении — задача 1, константа C определяется формулой (19)) исследовался только один модифицированный вариант б) (задача 2). Отметим, что этот вариант по асимптотике и качественному поведению решений аналогичен т.н. сепарабельному приближению системы (21), которое можно получить путем факторизации потенциала (2) с использованием разложения в ряд Тейлора с конечным числом членов.

Перейдем теперь к рассмотрению задачи БС. В соответствии с [9] уравнение БС в среде для случая псевдоскалярной связи имеет вид

$$(E^{(N)}(p) - M)L_{(\pm)}^{(N)}(\vec{p}) = \quad (23)$$

$$\alpha_{(\pm)}^{(N)} \int \frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3} V(|\vec{p} - \vec{q}|) [c_p^{(\pm)} c_q^{(\pm)} + \xi_p^{(\pm)} s_q^{(\pm)}] L_{(\pm)}^{(N)}(\vec{q}),$$

где

$$c_p^{(\pm)} = \cos(v_1(p) \pm v_2(p)), \quad s_p^{(\pm)} = \sin(v_1(p) \pm v_2(p)),$$

$$a_{(\pm)}^{(N)} = (a_+^{(N)} \pm a_-^{(N)})/2, \quad E^{(N)} = E_1 \pm E_2,$$

$$a_+^N = 1 - f_1 - \bar{f}_2, \quad a_-^N = 1 - \bar{f}_1 - f_2, \quad a_+^A = f_2 - f_1, \quad a_-^A = \bar{f}_2 - \bar{f}_1$$

$$f_i = \frac{1}{1 + \exp[\beta(E_i - \mu_i)]}, \quad \bar{f}_i = \frac{1}{1 + \exp[\beta(E_i + \mu_i)]}, \quad i = 1, 2, \quad (24)$$

v_1, v_2, E_1, E_2 и μ_1, μ_2 — решений уравнения ШД и химический потенциал для кварка и антикварка с заданными токовыми массами m_{01} и m_{02} . M — собственное значение (масса связанного состояния), $L_{(\pm)}^{(N)}$ — волновые функции.

Условие нормировки имеет вид

$$\frac{N_C}{M} \int \frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3} \left(\frac{(L_1^N(\vec{q}) + L_2^N(\vec{q}))^2}{a_+^N} - \frac{(L_1^N(\vec{q}) - L_2^N(\vec{q}))^2}{a_-^N} - \frac{(L_1^A(\vec{q}) + L_2^A(\vec{q}))^2}{a_+^A} + \frac{(L_1^A(\vec{q}) - L_2^A(\vec{q}))^2}{a_-^A} \right) = 1. \quad (25)$$

Константы лептонных распадов согласно [9] могут быть вычислены с использованием полученных решений по формуле

$$F_\pi = \frac{4N_C}{M} \int \frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3} (L_2^N(\vec{q}) \cos(v_1(q) + v_2(q)) - L_2^A(\vec{q}) \sin(v_1(q) + v_2(q))). \quad (26)$$

Будем искать решение системы в виде разложения по сферическим функциям $Y_{lm}(\theta, \phi)$:

$$L_{(\pm)}^{(N)}(\vec{p}) = \frac{1}{p} \sum_{l,m} U_{lm}^{(N)}(p) Y_{lm}(\theta, \phi). \quad (27)$$

Тогда для сферически симметричного случая, т.е. при $l = 0$, обозначая $U_{(0)}^{(N)} = U_{(0)}^{(N)}$ и переходя к конечному интервалу интегрирования $[0, pM]$, мы получим следующую задачу на собственные значения для системы четырех линейных интегральных уравнений:

$$\begin{cases} MU_2^N(p) = E^N(p)U_1^N(p) - 2\alpha_+^N(p) \int_0^{pM} dq [W_{11}^{NN}U_1^N(q) + W_{11}^{NA}U_1^A(q)] - 2\alpha_-^N(p) \int_0^{pM} dq [W_{22}^{NN}U_2^N(q) + W_{22}^{NA}U_2^A(q)] \\ MU_1^N(p) = E^N(p)U_2^N(p) - 2\alpha_-^N(p) \int_0^{pM} dq [W_{11}^{NN}U_1^N(q) + W_{11}^{NA}U_1^A(q)] - 2\alpha_+^N(p) \int_0^{pM} dq [W_{22}^{NN}U_2^N(q) + W_{22}^{NA}U_2^A(q)] \\ MU_2^A(p) = E^A(p)U_1^A(p) - 2\alpha_+^A(p) \int_0^{pM} dq [W_{11}^{AA}U_1^A(q) + W_{11}^{AN}U_1^N(q)] - 2\alpha_-^A(p) \int_0^{pM} dq [W_{22}^{AA}U_2^A(q) + W_{22}^{AN}U_2^N(q)] \\ MU_1^A(p) = E^A(p)U_2^A(p) - 2\alpha_-^A(p) \int_0^{pM} dq [W_{11}^{AA}U_1^A(q) + W_{11}^{AN}U_1^N(q)] - 2\alpha_+^A(p) \int_0^{pM} dq [W_{22}^{AA}U_2^A(q) + W_{22}^{AN}U_2^N(q)]. \end{cases} \quad (28)$$

Здесь

$$\begin{aligned} W_{11}^{NN} &= \hat{V}_1(p, q)c^-(q)c^-(p) + \hat{V}_2(p, q)s^-(q)s^-(p) \\ W_{22}^{NN} &= \hat{V}_1(p, q)c^+(q)c^+(p) + \hat{V}_2(p, q)s^+(q)s^+(p) \\ W_{11}^{AA} &= \hat{V}_1(p, q)s^-(q)s^-(p) + \hat{V}_2(p, q)c^-(q)c^-(p) \\ W_{22}^{AA} &= \hat{V}_1(p, q)s^+(q)s^+(p) + \hat{V}_2(p, q)c^+(q)c^+(p) \\ W_{11}^{NA} &= -\hat{V}_1(p, q)c^-(q)s^-(p) + \hat{V}_2(p, q)s^-(q)c^-(p) \\ W_{22}^{NA} &= \hat{V}_1(p, q)c^+(q)s^+(p) - \hat{V}_2(p, q)s^+(q)c^+(p) \\ W_{11}^{AN} &= -\hat{V}_1(p, q)s^-(q)c^-(p) + \hat{V}_2(p, q)c^-(q)s^-(p) \\ W_{22}^{AN} &= \hat{V}_1(p, q)s^+(q)c^+(p) - \hat{V}_2(p, q)c^+(q)s^+(p), \end{aligned}$$

$$\hat{V}_1(p, q) = \frac{p}{q}V_1(p, q), \quad \hat{V}_2(p, q) = \frac{p}{q}V_2(p, q).$$

$V_1(p, q)$ и $V_2(p, q)$ определяются формулами (22). Асимптотическое поведение решений имеет вид

$$U_{(1)}^{(N)}(0) = U_{(1)}^{(N)}(\infty) = 0. \quad (29)$$

Отметим, что система уравнений БС для случая равных токовых масс кварков $m_{01} = m_{02}$ несколько упрощается и сводится к задаче на собственные значения для системы двух интегральных уравнений.

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Исследование рассматриваемой модели в предложенной математической постановке сводится к последовательному решению двух задач ШД для масс m_{01} , m_{02} при заданной температуре T и начальном химическом потенциале μ_0 и решению системы уравнений БС, в которую входят полученные решения задач ШД.

Для численного решения указанных уравнений применялись описанные в [3] алгоритмы и программы, существенно модифицированные с учетом специфики данной задачи. Для решения задачи ШД использовался метод простых итераций. Для решения системы БС использовалась программа SYSINT(SYSINTM)[14], предназначенная для решения задачи на собственные значения для системы линейных интегральных уравнений с использованием модифицированных итерационных схем на основе обобщенного непрерывного аналога метода Ньютона [15].

Поскольку введение дополнительных параметров — температуры и химического потенциала — делают задачу более громоздкой, для ее успешного решения применялся метод продолжения по параметру [16], позволяющий использовать в качестве начального приближения решения, уже полученные для других параметров задачи.

Точность полученных результатов проверялась путем численных экспериментов на последовательности расширяющихся интервалов интегрирования и сгущающихся сеток.

В таблице 1 представлены некоторые результаты расчетов на последовательности вдвое сгущающихся сеток, которые подтверждают, что вычисли-

тельная схема имеет порядок сходимости $O(h^4)$, соответствующий порядку численной аппроксимации задачи.

Таблица 1.
 $m_{01} = m_{02} = 0.1$
 $T = 0.1, \mu_0 = 1$

шаг сетки	M	$U_1(1.96)$	$U_2(1.96)$
$h=0.07$	0.5150346	0.6175460E-02	0.5610517E-02
$h/2=0.035$	0.5150543	0.6176788E-02	0.5611749E-02
$h/4=0.0175$	0.5150554	0.6176862E-02	0.5611821E-02
$\Sigma = (h - h/2)/(h/2 - h/4)$	17.9	17.9	17.1

Результаты некоторых расчетов приведены на рисунках 1–10. Используются безразмерные величины. Переход к размерным значениям может осуществляться по формулам (20). Следует отметить, что качественное поведение решений рассматриваемых задач в модифицированном варианте (при $I_2 \equiv 0$) аналогично результатам, полученным в [9] для модели Намбу-Иона-Лазинио.

На рисунках 1, 2, 3 и 4 приведена зависимость решений уравнения ШД ($v(T, p)$, $E(T, p)$, $\mu(T, p)$ и $m(T, p) = E(T, p)\cos(2v(T, p))$) от температуры T при $m_0 = 0, 1$ для двух значений μ_0 и для двух вариантов задачи ШД. Отметим, что во всех случаях наблюдается выполнение условий на асимптотическое поведение решений при больших значениях $p \rightarrow \infty$. При этом в области "действия" химического потенциала, т.е. при относительно малых импульсах, поведение решений существенно зависит от модификации задачи.

На рисунке 5 приведена зависимость решений уравнения ШД в обоих вариантах задачи при конечном значении температуры $T = 0, 25$ и $m_0 = 0, 5$ для трех значений μ_0 .

Как уже отмечалось выше, задача БС для случая равных токовых масс кварков представляет собой задачу на собственные значения для системы двух интегральных уравнений. На рисунках 6а и 6б представлена зависимость решений такой задачи от T для трех значений μ_0 при $m_{01} = m_{02} = 1$ с учетом двух вариантов уравнения ШД. Видно, что учет интеграла I_2 (рис.6б) приводит к сильной зависимости поведения решения от температуры с ростом величины μ_0 . На рисунке 7 приведена зависимость от температуры собственных значений M уравнения БС. На рисунках 8а и 8б приведены зависимости от температуры при некоторых значениях μ_0 динамической массы кварка $m(p)$ и массы связанного состояния M — собственного значения уравнения БС.

Зависимость решений уравнений БС от температуры для случая разных масс кварков приведена на рисунке 9. Отметим, что здесь учет интеграла I_2 приводит к росту амплитуды т.н. "аномальных" волновых функций $U_{(1)}^A$ с увеличением температуры. Решения получены для $m_{01} = 0.8$, $m_{02} = 0.4$, $\mu_0 = 1$, $T = 0.1(0.1)1$.

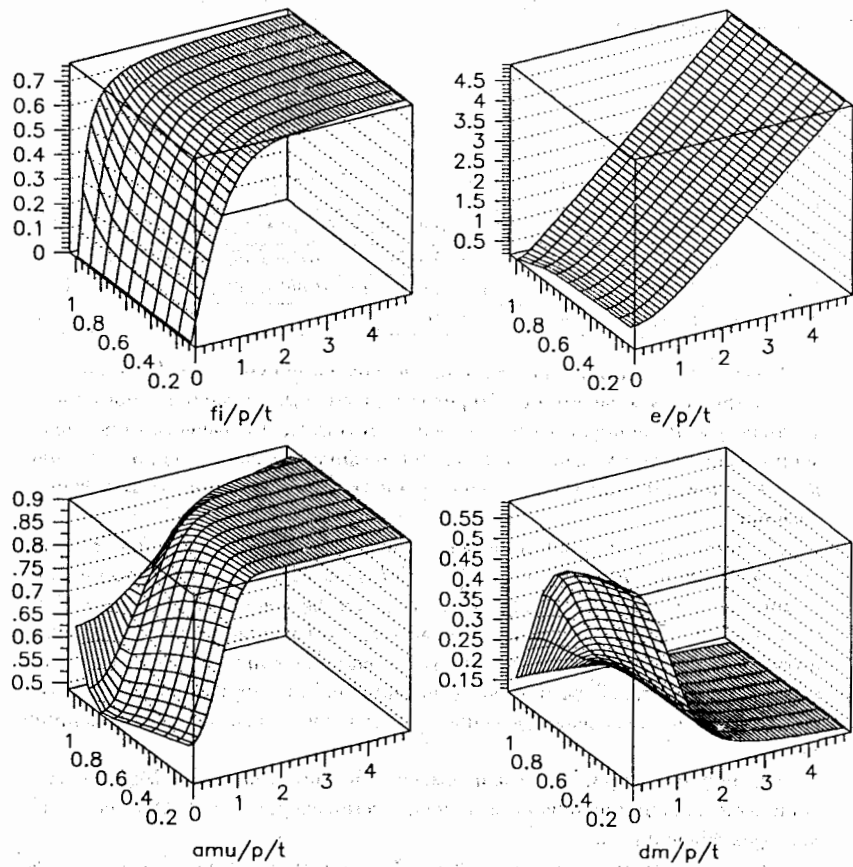


Рис. 1.

Зависимость решений уравнения ШД от температуры T и импульса P ($v(T, p) = fi/p/t$, $E(T, p) = e/p/t$, $\mu(T, p) = amu/p/t$ и $m(T, p) = E(T, p)\cos(2v(T, p)) = dm/p/t$) для токовой массы кварка $m_0 = 0,1$ и начального химического потенциала $\mu_0 = 0,9$ при $I2 \equiv 0$ (задача 2).

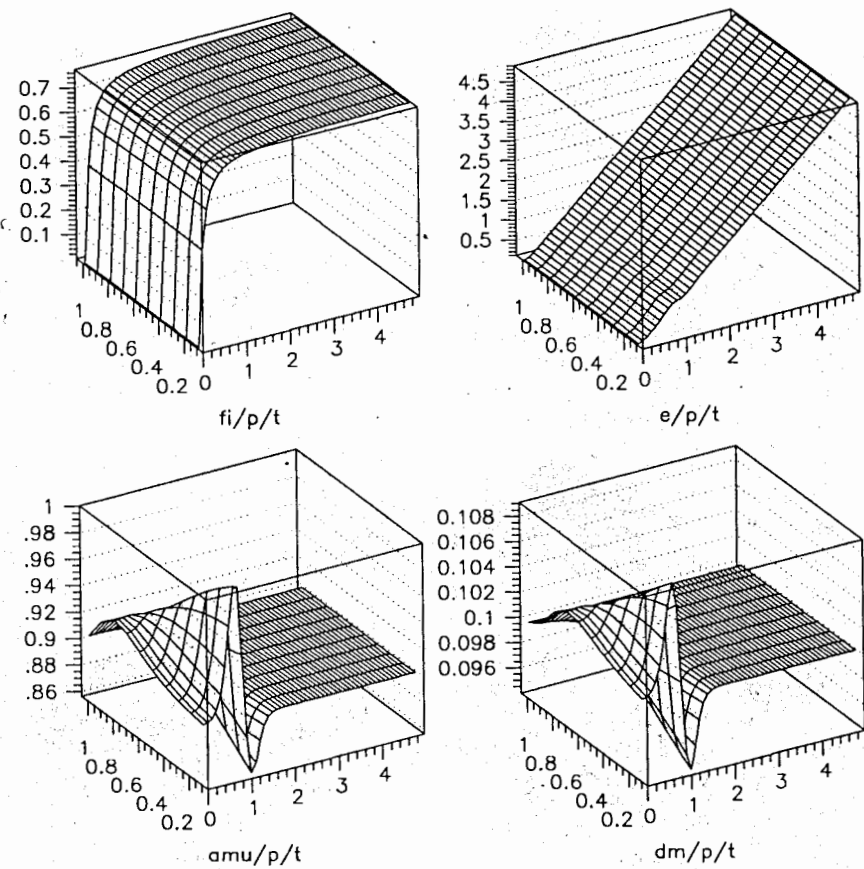


Рис. 2.

Зависимость решений уравнения ШД от температуры T и импульса P ($v(T, p) = fi/p/t$, $E(T, p) = e/p/t$, $\mu(T, p) = amu/p/t$ и $m(T, p) = E(T, p)\cos(2v(T, p)) = dm/p/t$) для токовой массы кварка $m_0 = 0,1$ и начального химического потенциала $\mu_0 = 0,9$ для немодифицированной системы (задача 1).

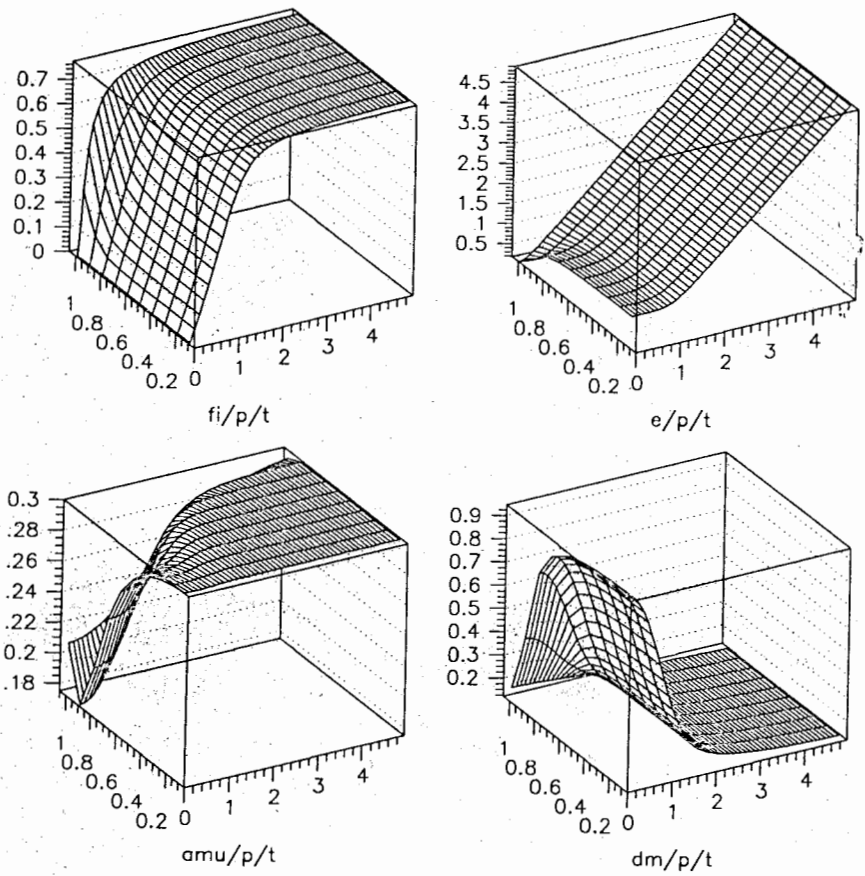


Рис. 3.

Зависимость решений уравнения ШД от температуры T и импульса P ($v(T, p) = f_i/p/t$, $E(T, p) = e/p/t$, $\mu(T, p) = amu/p/t$ и $m(T, p) = E(T, p)\cos(2v(T, p)) = dm/p/t$) для токовой массы кварка $m_0 = 0,1$ и начального химического потенциала $\mu_0 = 0,3$ при $I_2 \equiv 0$ (задача 2).

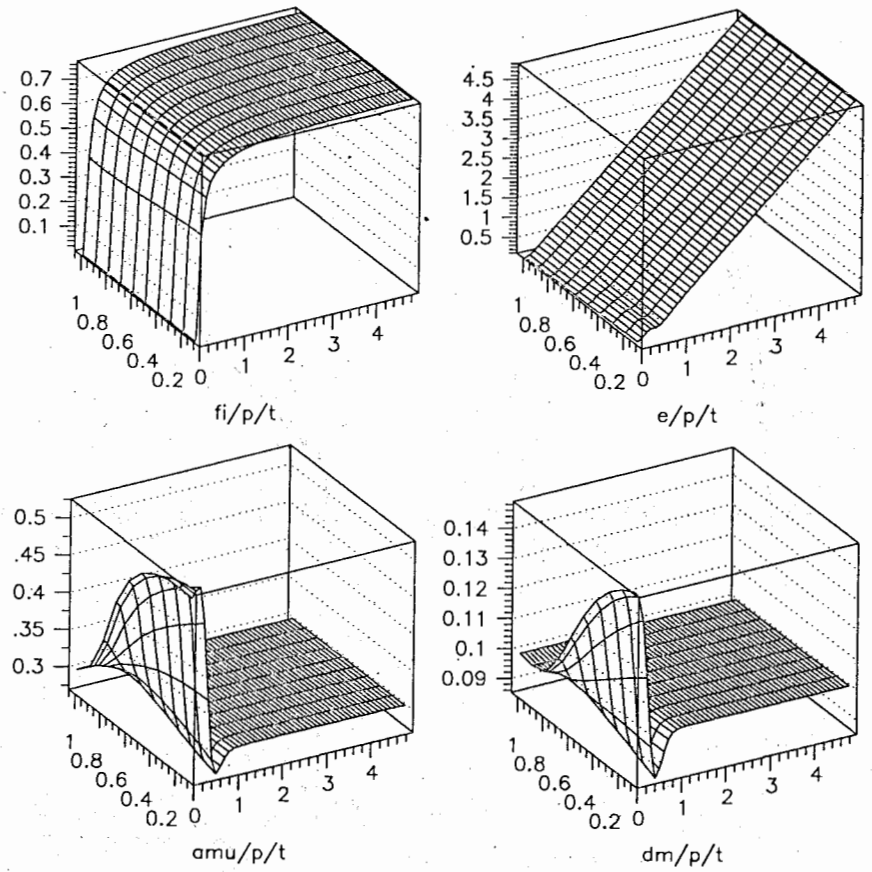


Рис. 4.

Зависимость решений уравнения ШД от температуры T и импульса P ($v(T, p) = f_i/p/t$, $E(T, p) = e/p/t$, $\mu(T, p) = amu/p/t$ и $m(T, p) = E(T, p)\cos(2v(T, p)) = dm/p/t$) для токовой массы кварка $m_0 = 0,1$ и начального химического потенциала $\mu_0 = 0,3$ для немодифицированной системы (задача 1).

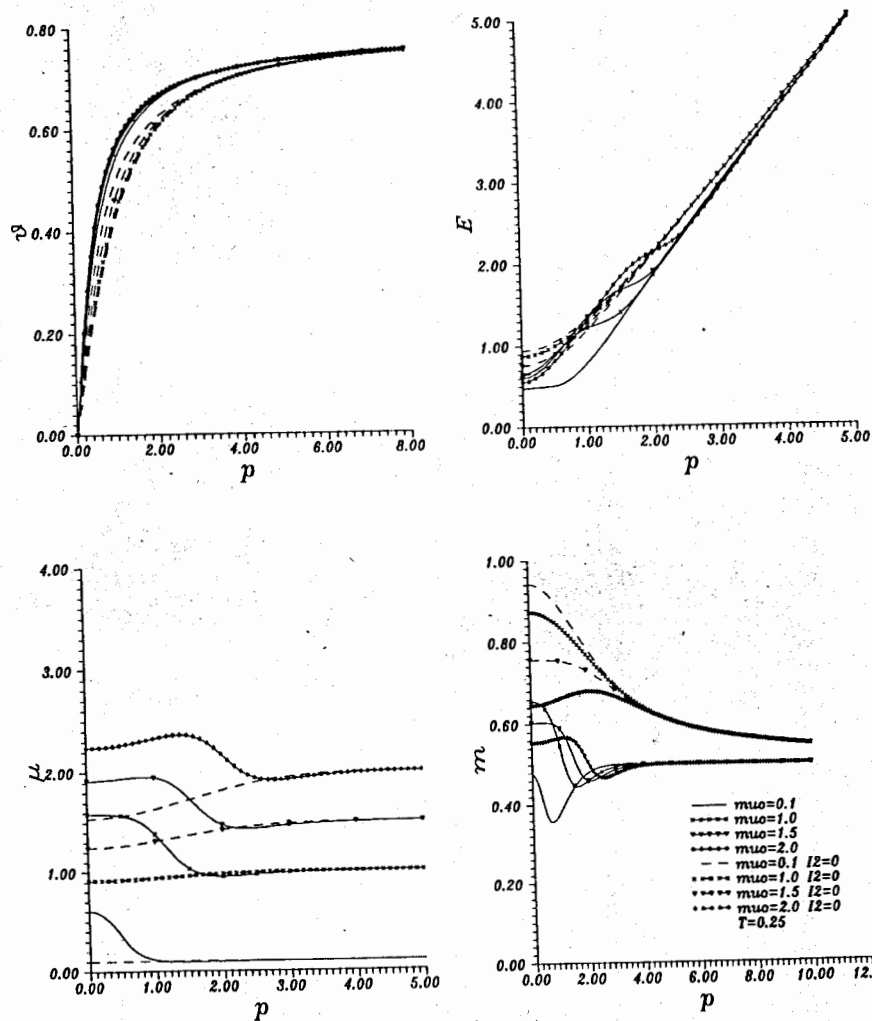


Рис. 5.
 Зависимость решений уравнения ШД от импульса p ($v(T, p)$, $E(T, p)$, $\mu(T, p)$ и $m(T, p) = E(T, p)\cos(2v(T, p))$) при температуре $T=0,25$ и токовой массе кварка $m_0 = 0, 5$ для четырех значений начального химического потенциала $\mu_0 = 0, 1; 1, 0; 1, 5; 2, 0$. Немодифицированная система (задача 1) - сплошные кривые, $I_2 \neq 0$ (задача 2) - пунктирные кривые.

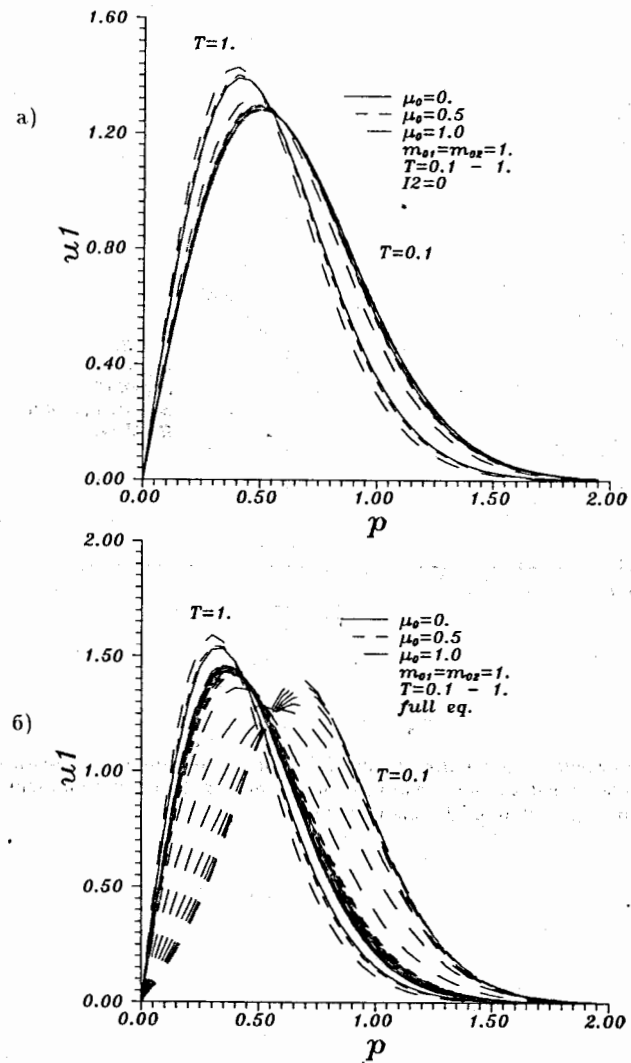


Рис. 6.
 Зависимость решения U_1 задачи БС в случае равных токовых масс кварков $m_{01} = m_{02} = 1$. от температуры $T = 0.1(0.1)1$. и импульса p для трех значений $\mu_0 = 0, 0.5, 1.0$ для задачи 1 — 6) и задачи 2 — а).

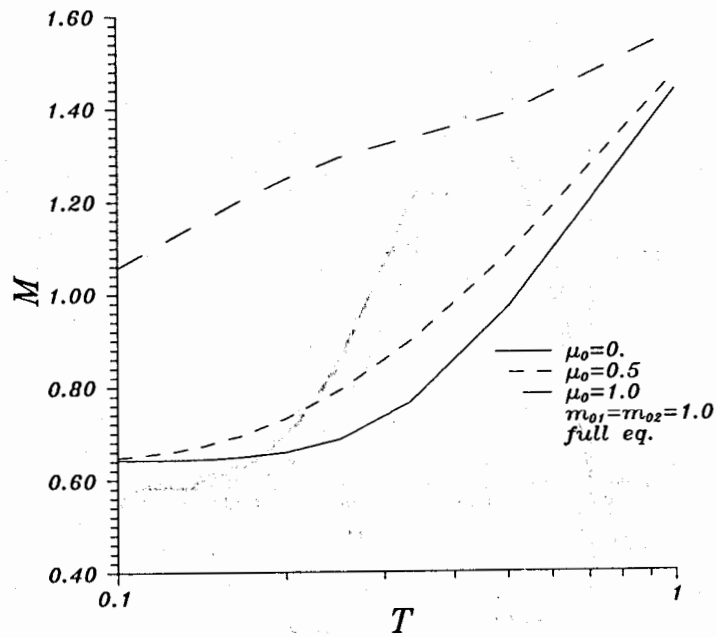
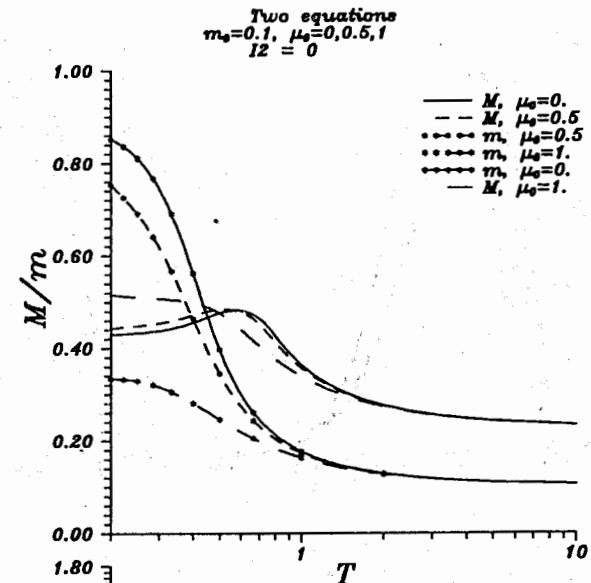


Рис. 7.

Зависимость собственного значения задачи БС - массы связанного состояния M в случае равных токовых масс кварков $m_{01} = m_{02} = 1$ от температуры $T = 0.1(0.1)1$ при $\mu_0 = 0., 0.5, 1.0$ для задачи 1.

a)



б)

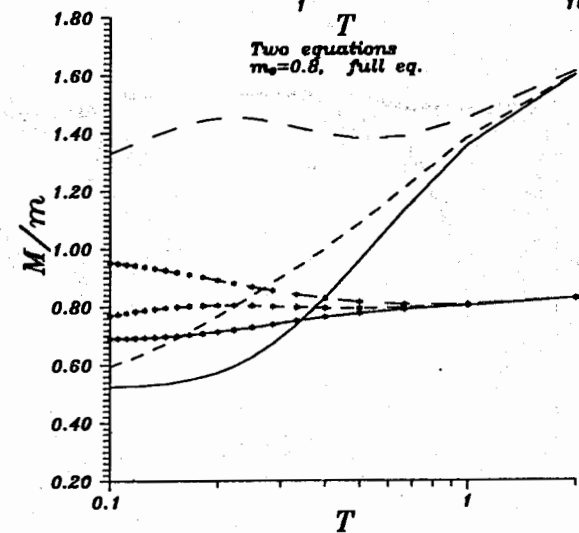


Рис. 8.

Зависимость от температуры $T = 0.1(0.1)1$ динамической массы кварка $m(T, 0)$ и массы связанного состояния $M(T)$ в случае равных токовых масс кварков $m_{01} = m_{02}$ при нескольких значениях $\mu_0 = 0., 0.5, 1$ для задачи 2 — а) и для задачи 1 — б).

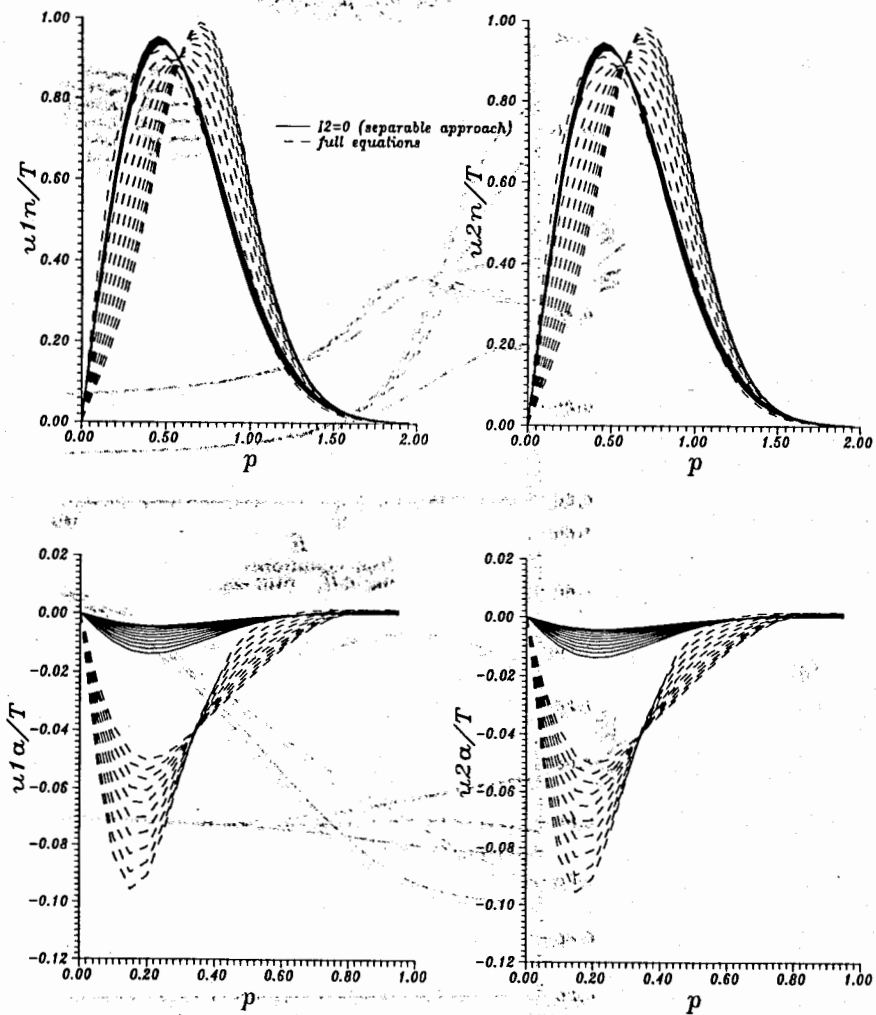


Рис. 9.

Волновые функции уравнений БС в зависимости от температуры $T = 0.1(0.1)1$, для токовых масс кварков $m_{01} = 0.8, m_{02} = 0.4$ и $\mu_0 = 1$. для задачи 2 — сплошные и для задачи 1 — пунктирные кривые.

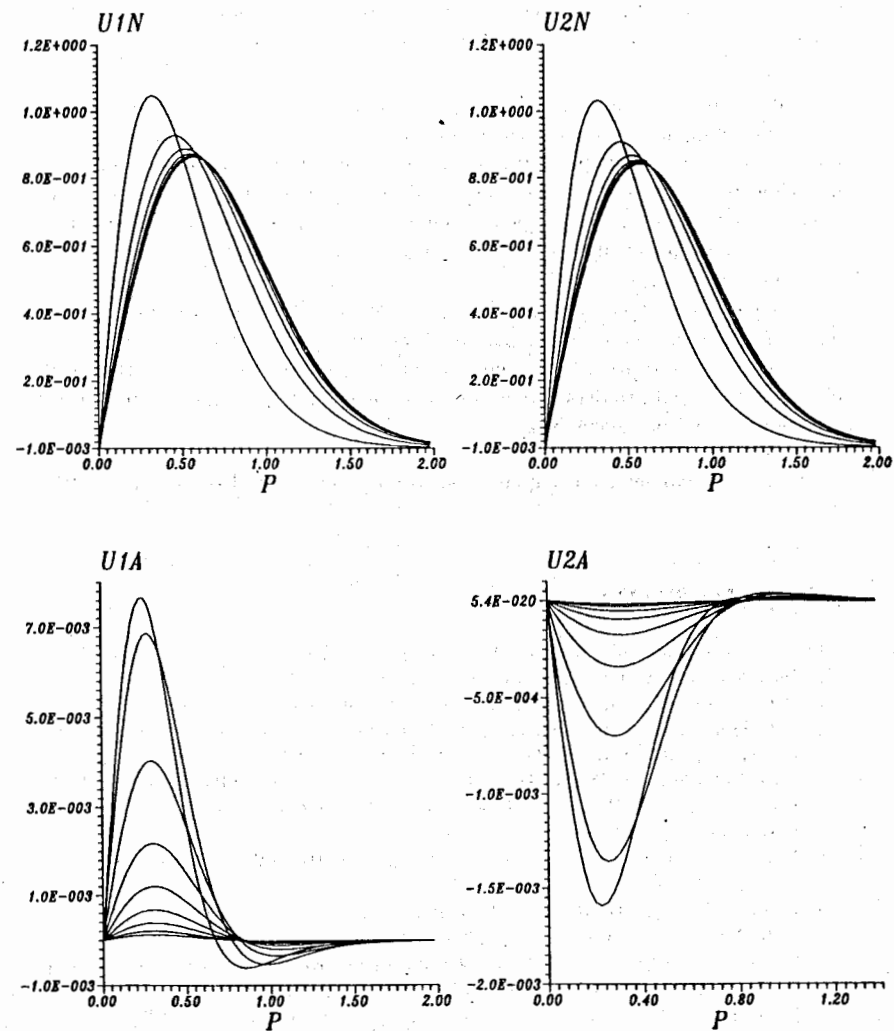


Рис. 10.

Волновые функции уравнений БС в зависимости от температуры $T = 0.2(0.1)1$, для токовых масс кварков $m_{01} = 0.8, m_{02} = 0.4$ и $\mu_0 = 0$. для задачи 1. С ростом температуры наблюдается возникновение узловых "аномальных" решений.

При некоторых значениях параметров задачи были получены узловые решения уравнений БС, имеющие в данной модели физический смысл радиально возбужденных состояний мезона. Одно из таких решений представлено на рисунке 10. Кроме того, с повышением температуры при некоторых параметрах задачи наблюдалось наличие только узловых "аномальных" решений $U_{(2)}^A$, в то время как "нормальные" составляющие $U_{(2)}^N$ оставались безузловыми.

Таким образом, приведенные расчеты демонстрируют сильную зависимость решений исследуемых уравнений от параметров модели и способов постановки задачи ("перенормировки"). Разработанный аппарат применим для исследования проблемы в известной области изменения параметров задачи. Анализ полученных результатов и их объяснение с физической точки зрения может служить основой дальнейшего развития используемых теоретических подходов.

Следует отметить, что разработанное программное обеспечение позволяет получать решения для различных значений параметров задачи (массы кварков, температуры и начального значения "химпотенциала"). Поэтому необходимы дополнительные условия для определения решений, интересных для физических исследований.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 94-01-01119).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] V.N.Pervushin et al., Fortschr. Phys. 38, p.323 (1989).
- [2] Yu.L.Kalinovsky et al., Few body systems 10, p.87 (1991).
- [3] И.В.Амирханов и др., Математическое Моделирование 6, N7, p.55 (1994).
- [4] И.В.Амирханов и др., Сообщение ОИЯИ P11-94-523 (1994).
- [5] I.V.Amirkhanov et al., JINR Comm. E11-94-509 (1994).
- [6] Yu.L.Kalinovsky, C.Weiss, Tubingen Preprint UNITUE - TИEP -17/93(1993). Kalinovsky Yu.L., Weiss C. Z.Phys.C.,v.63, N.2., p.275-290 (1994).
- [7] D.Blaschke et al., Z.Phys., A 346, 85-86 (1993).
- [8] F.Karsch, in *Quark-Gluon Plasma*, edited by R.C.Hwa (World Scientific, Singapore, 1990), p.61.
- [9] D.Blaschke et al., JINR E2-94-307 Dubna (1994).
- [10] M.K. Volkov, Ann. Phys. 157, p.282 (1984).
- [11] S.P.Klevansky, Rev. Mod. Phys. 64 (1992) 649., Kalinovsky Yu.L., Kaschluhn L., Pervushin V.N. Phys. Lett.B., v.231, N.3., (1989) p.288-93.
- [12] W. Kallis, V.N.Pervushin, N.A.Sarikov, Preprint JINR E9-94-42, (1994).
- [13] S. Schmidt, D. Blaschke, Yu.L. Kalinovsky, Phys. Rev.C.,v.50, N.1., p.435-446 (1994).
- [14] Е.В.Земляная, Сообщение ОИЯИ P11-94-120 (1994).
- [15] I.V.Puzynin et al., JINR Rapid Comm. 5[62]-93, p.63 (1993); Т.Жанлап, И.В.Пузынин, ЖВМиМФ, 32, 6, с.846, (1992).
- [16] Дж.Ортега, Б.Рейнболдт, Итерационные методы решения нелинейных систем со многими неизвестными, Мир, М., (1975).

Рукопись поступила в издательский отдел
19 июля 1995 года.