сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

P11-94-523

И.В.Амирханов, Х.Ф.Давлатов*, Е.В.Земляная,
В.Н.Первушин, И.В.Пузынин, Т.П.Пузынина,
Н.А.Сариков, Т.А.Стриж

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МОДИФИКАЦИИ КХД-ИНСПИРИРОВАННОЙ МОДЕЛИ КВАРКОНИЯ С ПОТЕНЦИАЛОМ ЮКАВЫ

*Самаркандский государственный университет,
Республика Узбекистан

1994

Введение

В последнее время в литературе [1] широко обсуждается новый теоретико-полевой подход к проблеме единого описания спектра масс и констант распадов мезонов с различными кварковыми ароматами. Этот подход основан на эффективном гамильтониане квантовой хромодинамики (КХД) с четырехкварковым взаимодействием. Массы и константы распадов мезонов вычисляются путем решения краевых задач для систем уравнений Швингера – Дайсона (ШД) и Бете – Солпитера (БС). Явный вид этих уравнений зависит от заданного феноменологического потенциала взаимодействия кварков и от граничных условий, определяемых из физических соображений. Обычно межкварковый потенциал выбирают в классе эмпирических потенциалов, используемых в нерелятивистских кварковых моделях для тяжелых кваркониев. В частности, в работах [1] на примере линейно и квадратично растущих потенциалов показано существование нетривиального решения уравнения ШД, соответствующего голдстоуновской моде, которая играет важную роль в описании спектра легких мезонов.

Вместе с тем популярные в спектроскопии тяжелых кваркониев эмпирические потенциалы в уравнении ШД приводят к сингулярностям, из-за которых это уравнение теряет смысл. В литературе для их устранения обычно используют стандартный метод перенормировки волновой функции (и массы) кварка. По сути, сингулярности при этом устраняются за счет дополнительно введенных в гамильтониан контрчленов. Следует отметить, что прямое применение такого "пертурбативного" метода перенормировок к проблеме связанных состояний не обосновано, и до сих пор нет самосогласованного способа регуляризации сингулярностей, когда кварк находится вне массовой поверхности и является составляющим адрона.

В работах [2,3] предложено рассматривать вместо стандартной перенормировки возможные модификации уравнения ШД, удовлетворяющие физическим граничным условиям. Причем модификация производится независимо от того, содержит ли уравнение ШД сингулярности. Главной целью таких модификаций является поиск феноменологического способа для количественного и качественного описания спектра и констант распадов мезонов как связанных состояний кварка и антикварка с различными ароматами (от π до Υ).

В настоящей работе мы будем исследовать различные модификации уравнения ШД с потенциалом, представляющим собой разность двух потенциалов Юкавы. В этом случае уравнение принимает вид системы нелинейных интегральных уравнений, зависящих от параметров потенциала и токовых масс кварков. Спектр мезонов вычисляется с помощью решений систем уравнений ШД и БС для разных значений параметров потенциала, которые фиксируются путем сравнения решений уравнения БС с экспериментальными данными (уровни энергии и константы распадов мезонов). Наиболее подходящим методом численного решения краевой задачи для уравнений ШД и БС с меняющимися параметрами, на наш взгляд, является НАМН* [4], который использовался для решения этих уравнений в работах [2,3,5].

Работа изложена в следующем порядке. В разделе 1 сформулирована краевая задача для уравнения ШД и рассматриваются ее модификации. В разделе 2 представлена задача на собственные значения для уравнения БС и условие нормировки собственных функций этого уравнения, а также формула для определения константы лептонного распада мезонов. Раздел 3 посвящен методам численного решения рассматриваемых задач. В разделе 4 анализируются полученные численные результаты.

1. Модификации уравнения Швингера – Дайсона

Уравнение ШД в низшем порядке теории возмущения по глюонным полям (в кулоновской калибровке) можно представить в следующем виде [1]:

$$\begin{cases} E(p)cos(2v(p)) = m_0 + \frac{1}{2}\int d\vec{q}V(|\vec{p}-\vec{q}|)cos(2v(q))/(2\pi)^3 \\ E(p)sin(2v(p)) = p + \frac{1}{2}\int d\vec{q}V(|\vec{p}-\vec{q}|)\xi sin(2v(q))/(2\pi)^3, \end{cases} \qquad (1)$$

где интегрирование ведется в трехмерном импульсном пространстве, $\xi = (\vec{p}/p, \vec{q}/q)$ — скалярное произведение единичных трехмерных векторов, m_0 – заданная константа (токовая масса кварка). $E(p)$ и $v(p)$ – соответственно искомые энергия и волновая функция кварка.

*Непрерывный аналог метода Ньютона

Если пренебречь угловой зависимостью решения, то после интегрирования по углам $(\Omega\vec{q})$ система уравнений (1) принимает вид

$$\begin{cases} E(p)cos(2v(p)) = m_0 + I_1 \\ E(p)sin(2v(p)) = p + I_2, \end{cases} \qquad (2)$$

где

$$I_1 = \int_0^\infty dqV_1(p,q)cos(2v(q)), \qquad (3)$$

$$I_2 = \int_0^\infty dqV_2(p,q)sin(2v(q)), \qquad (4)$$

$$V_1 = \frac{1}{2}\frac{1}{(2\pi)^3}q^2\int d\Omega V(|\vec{p}-\vec{q}|), \qquad (5)$$

$$V_2 = \frac{1}{2}\frac{1}{(2\pi)^3}q^2\int d\Omega \xi V(|\vec{p}-\vec{q}|). \qquad (6)$$

Потенциал взаимодействия имеет вид

$$V = \frac{\alpha}{r}\{\exp(-\mu_1 r) - \exp(-\mu_2 r)\} + C, \qquad (7)$$

где α, μ_1, μ_2, C — параметры потенциала, $\mu_1 \neq \mu_2$. В импульсном представлении указанный потенциал может быть записан как

$$V(\vec{p}-\vec{q}) = 4\pi\alpha\left\{\frac{1}{{\mu^2}_1 + |\vec{p}-\vec{q}|^2} - \frac{1}{{\mu^2}_2 + |\vec{p}-\vec{q}|^2}\right\} + C(2\pi)^3\delta(|\vec{p}-\vec{q}|). \qquad (8)$$

Графический вид потенциала для различных значений параметров μ_1и μ_2 при C=0 представлен на рис.1. Как будет показано ниже, константа C обеспечивает правильное асимптотическое поведение энергии кварка при больших импульсах. Параметры μ_1, μ_2 и α будут фиксированы путем сравнения решений уравнения БС с экспериментальными данными. Очевидно, что при $\mu_1 << 1$ и $\mu_2 >> 1$ потенциал становится похожим на распространенный в спектроскопии адронов кулоновский. В этом случае потенциал (7)-(8) можно рассматривать как способ регуляризации кулоновского потенциала в ультрафиолетовой области ($|\vec{p}-\vec{q}|^2 >> \mu_2^2$).

Теперь приведем вид уравнения (2) в различных вариантах модификаций, рассмотренных в работе [2].

Вариант 1.

В этом варианте C=0, что означает отсутствие сдвига потенциала на постоянную величину. Тогда система уравнений имеет вид

$$\begin{cases} E(p)cos(2v(p)) = m_0 + I_1 \\ E(p)sin(2v(p)) = p + I_2. \end{cases} \tag{9}$$

Вариант 2.

В этом случае энергия кварка переопределяется с учетом сдвига, т.е.

$$E^*(p) = E(p) - \frac{C^*}{2}, \quad C^* = -2 \lim_{p_M\to\infty} \int_0^{p_M} dqV_2(p_M, q)sin(2v(q)).$$

Тогда система уравнений принимает вид

$$\begin{cases} E^*(p)cos(2v(p)) = m_0 + I_1 \\ E^*(p)sin(2v(p)) = p + I_2. \end{cases} \tag{10}$$

Вариант 3.

В этом варианте C=0, но превращение решения в свободное в асимптотике больших импульсов обеспечивается путем вычитания асимптотического решения $sin(2v(q)) - q/E(q)$:

$$I_2^{(1)} = \int_0^\infty dqV_2(p, q)(sin(2v(q)) - q/E(q)).$$

Уравнение имеет вид

$$\begin{cases} E(p)cos(2v(p)) = m_0 + I_1 \\ E(p)sin(2v(p)) = p + I_2^{(1)}. \end{cases} \tag{11}$$

Вариант 4.

Этот случай позволяет оценить значение I_2. Как известно, в моделях типа Намбу - Иона- Лазино [6] (или в т.н. "сепарабельном" приближении) этот интеграл тождественно равен нулю. Уравнение в этом случае принимает вид

$$\begin{cases} E(p)cos(2v(p)) = m_0 + I_1 \\ E(p)sin(2v(p)) = p + I_2^{(2)}, \end{cases} \tag{12}$$

где $I_2^{(2)} = 0, C = 0$.

Вариант 5.

В этом варианте асимптотически свободное движение кварка в области больших импульсов достигается за счет вычитания свободного решения, а именно

$$I_2^{(3)} = \int_0^\infty dqV_2(p, q)(sin(2v(q)) - q/E_0(q)), E_0(q) = \sqrt{m_0^2 + q^2}.$$

Уравнение имеет следующий вид:

$$\begin{cases} E(p)cos(2v(p)) = m_0 + I_1 \\ E(p)sin(2v(p)) = p + I_2^{(3)}. \end{cases} \tag{13}$$

В соответствии с формулами (5)-(6) для потенциала (7)-(8):

$$V_1 = \frac{\alpha q}{2p}\left[ln \mid \frac{(p+q)^2 + \mu_1^2}{(p-q)^2 + \mu_1^2} \mid - ln \mid \frac{(p+q)^2 + \mu_2^2}{(p-q)^2 + \mu_2^2} \mid\right], \quad V_2 = \frac{\alpha q}{2p}\cdot$$

$$\cdot\left[\frac{p^2 + q^2 + \mu_1^2}{4pq} ln\left|\frac{(p+q)^2 + \mu_1^2}{(p-q)^2 + \mu_1^2}\right| - \frac{p^2 + q^2 + \mu_2^2}{4pq} ln\left|\frac{(p+q)^2 + \mu_2^2}{(p-q)^2 + \mu_2^2}\right|\right].$$

Как видно, модификация затрагивает только интеграл I_2. При этом обеспечиваются асимптотические условия для функции энергии $E(p)$ и массовой функции кварка $m(p) = E(p)\cos(2v(p))$, которые можно определить, используя свойство асимптотической свободы:

$$\lim_{p\to\infty} E(p) = p, \lim_{p\to 0} E(p) = const, \lim_{p\to\infty} m(p) = m_0, \lim_{p\to 0} m(p) = const.$$

Для решения $v(p)$ имеем следующее асимптотическое поведение:

$$\lim_{p\to 0} v(p) = 0, \qquad \lim_{p\to\infty} v(p) = \pi/4. \tag{14}$$

Подставляя потенциал (8) в систему (2)-(6), переходим к безразмерным величинам по формулам

$$\tilde{E} = E/\hat{\alpha}, \tilde{m}_0 = m_0/\hat{\alpha}, \tilde{p} = p/\hat{\alpha}, \tilde{q} = q/\hat{\alpha}, \tilde{\mu} = \mu/\hat{\alpha}, \tilde{C} = C/\hat{\alpha}, \tag{15}$$

где $\hat{\alpha}$ — масштаб энергии. Он будет фиксирован по решениям уравнения БС (так как решения уравнения ШД не являются непосредственно наблюдаемыми).

2. Уравнение Бете - Солпитера

Мы будем ограничиваться анализом решений уравнения БС только одного типа мезонов, а именно псевдоскалярных мезонов, поскольку в спектре этих частиц существенно проявляется эффект спонтанного нарушения киральной симметрии. Как показано в работах [2,5], уравнение БС для псевдоскалярных мезонов, состоящих из двух кварков, в сферически-симметричном случае имеет вид задачи на собственные значения для системы двух линейных интегральных уравнений:

$$M U_{\binom{2}{1}}(p) = (E_t(p) - \frac{C}{2})U_{\binom{1}{2}}(p) - \tag{16}$$

$$-2\int_0^\infty dq[C_p^{\binom{-}{+}} C_q^{\binom{-}{+}} \hat{V}_1(p,q) + S_p^{\binom{-}{+}} S_q^{\binom{-}{+}} \hat{V}_2(p,q)]U_{\binom{1}{2}}(q)$$

с условием нормировки

$$\frac{4N_C}{M}\frac{1}{(2\pi)^3}\int dq U_1(q)U_2(q) = 1, \tag{17}$$

где

$$\hat{V}_1(p,q) = \frac{p}{q}V_1(p,q), \tag{18}$$

$$\hat{V}_2(p,q) = \frac{p}{q}V_2(p,q), \tag{19}$$

$V_1(p,q)$ и $V_2(p,q)$ определяются формулами (5) и (6) соответственно,

$$C_p^{\binom{+}{-}} = cos(v_1(p) \pm v_2(p)), \qquad S_p^{\binom{+}{-}} = sin(v_1(p) \pm v_2(p)),$$

$v_1(p), v_2(p)$ и $E_1(p), E_2(p)$ — решения уравнения ШД для кварка и антикварка, $N_C = 3$ — квантовое число, $E_t(p) = E_1(p) + E_2(p)$ — полная энергия кварка и антикварка, M и $U_{\binom{1}{2}}$ — собственные значения и собственные функции задачи (16), имеющие физический смысл уровней энергии и волновых функций мезона.

В рамках рассматриваемого подхода формула для определения константы лептонных распадов имеет следующий вид:

$$F_\pi = \frac{4N_C}{M}\frac{1}{(2\pi)^3}\sqrt{4\pi}\int_0^\infty dq U_2(q) cos(v_1(q) + v_2(q))q. \tag{20}$$

Решения системы (16) должны удовлетворять асимптотическим условиям:

$$\lim_{p\to 0} U_{\binom{1}{2}}(p) = 0, \qquad \lim_{p\to\infty} U_{\binom{1}{2}}(p) = 0.$$

3. Методы численного исследования

Численное решение задач ШД и БС, представленных в разделах 1,2, проводилось с использованием программного обеспечения, разработанного в [2]. Для решения задачи ШД применялся метод простых итераций, а для решения задачи БС – модифицированный алгоритм на основе НАМН, предложенный в работе [7] и программно реализованный в [8] применительно к системе интегральных уравнений.

Как известно, точность численных решений уравнений ШД и БС зависит от p_M — параметра перехода от полубесконечного интервала интегрирования $[0,\infty)$ к конечному отрезку $[0, p_M]$ и от h – шага дискретной сетки на этом отрезке.

Поскольку для потенциала (7) - (8) интегралы (5), (6) затухают медленно при $p \to \infty$, приходится вести вычисления на очень большом интервале интегрирования $[0, P_M]$, что требует значительного объема компьютерной памяти и увеличивает время вычислений. Поэтому при расчетах интервал интегрирования $[0, P_M]$ разбивался на две части $[0, P_M^*]$ и $[P_M^*, P_M]$. Вычисления велись с использованием равномерной сетки с шагом h_1 на первом интервале и более редкой сетки с шагом $h_2 > h_1$ на втором. В большинстве случаев $h_1 = 0.05$, $P_M^* = 4$, $P_M = 300$.

Кроме того, для повышения точности расчетов в уравнении ШД использовались поправки I_{11} (для всех вариантов) и I_{22} (для вариантов 1 и 2), учитывающие асимптотическое поведение функции $v(p)$ при $p \to \infty$:

$$\begin{cases} I_{11} = \int_{P_M}^{2P_M} dq V_1(p,q) f_{11}(q), & f_{11} = \dfrac{m_0}{\sqrt{q^2 + m_0^2}} \\ I_{22} = \int_{P_M}^{2P_M} dq V_2(p,q) f_{22}(q), & f_{22} = \dfrac{q}{\sqrt{q^2 + m_0^2}}. \end{cases} \tag{21}$$

При этом для системы (2) мы имеем:

$$\begin{cases} E(p)cos(2v(p)) = m_0 + I_1 + I_{11} \\ E(p)sin(2v(p)) = p + I_2 + I_{22}, \end{cases} \qquad (22)$$

что в некотором смысле эквивалентно дополнительному увеличению интервала интегрирования.

4. Анализ численных результатов

В соответствии с представленными в разделах 1 и 2 математическими постановками было проведено численное исследование уравнений ШД и БС по параметрам α, μ_1, μ_2 и $m_0 = m_{01} = m_{02}$. При этом ставилась задача для различных вариантов системы Ш-Д найти такие значения параметров, при которых для основных состояний уравнения БС выполняется условие

$$\Delta = \frac{M_\pi}{F_\pi} \simeq \frac{137}{132} \simeq 1.04, \qquad (23)$$

соответствующее экспериментальным данным для пиона. При этом масса $U-$ и $D-$ кварков, из которых состоит пион, должна быть в пределах теоретических оценок $m_0 = 2 \div 10$ МэВ.

Динамика изменения величин M_π, F_π и Δ в зависимости от параметров m_0, μ_1, μ_2 и α представлена в таблицах 1-7.

Размерные величины вычислены по формулам (15). Масса π-мезона принимается равной 137 МэВ, значение коэффициента $\hat{\alpha}$ определяется как $\hat{\alpha} = 137/M_\pi$.

Из таблиц видно, что только для варианта 1 не удалось найти значения параметров, обеспечивающие выполнение условия (23). При этом в варианте 2 кварковая масса m_0 оказалась значительно больше указанной выше теоретической оценки. Поскольку интегралы $I_2^{(1)}$ и $I_2^{(3)}$ близки к нулю, результаты расчетов по вариантам 3-5 оказались сходными. Это видно также на рис.2-4, на которых представлена зависимость от параметров функции $v(p)$, энергии $E(p)$ и массовой функции $m(p)$, полученных в результате решения задачи ШД по каждому из пяти вариантов. На рисунке 2 приведены графики энергии $E(p)$ для каждого из пяти вариантов, а также свободное решение для данной токовой массы m_0, определяемое по формулам

$$E(p) = \sqrt{m_0^2 + p^2}, \qquad v(p) = \frac{1}{2}\text{arctg}\frac{p}{m_0}.$$

На рисунках 3 и 4 приведены графики функций $v(p)$ и $m(p)$ для каждого из пяти вариантов задачи ШД. Решения уравнения БС для основного (π) и первых двух радиально возбужденных состояний (π', π'') для варианта 4 представлены на **рис.5—10, а также в таблицах 8 и 9.**

Заключение

В настоящей работе исследованы различные варианты модификации уравнения ШД вместо стандартной процедуры перенормировки волновой функции кварка, используемой в теории возмущений, и получены численные решения системы уравнений ШД и БС с потенциалом, имеющим вид линейной комбинации двух функций Юкавы. Решения получены для пиона как связанного состояния кварка и антикварка, имеющих ненулевые токовые массы. В качестве критерия выбора схемы перенормировки и фиксирования свободных параметров модели использовано экспериментальное значение отношения массы и константы лептонного распада пиона (23). Как и в [2], для потенциала (7) - (8) удалось найти значения параметров и модификации системы ШД, обеспечивающие одновременное описание энергии и константы распада основного состояния пиона. Однако при этом уровни энергии радиально возбужденных состояний получились существенно ниже имеющихся экспериментальных оценок.

В заключение отметим, что проведенные расчеты подтвердили возможность использования в численных исследованиях потенциала (7) - (8) в качестве некоторой аппроксимации кулоновского взаимодействия. В этой связи весьма перспективным с точки зрения описания спектров масс констант распадов мезонов представляется исследование рассматриваемой модели в случае комбинации потенциала (7) - (8) с осцилляторным, а также с линейным потенциалами.

В.Н.Первушин благодарит Российский Фонд Фундаментальных Исследований (грант 94 - 02 - 14411). Авторы И.В.Амирханов, Е.В.Земляная, И.В.Пузынин, Т.П.Пузынина, Т.А.Стриж благодарят Российский Фонд Фундаментальных Исследований (грант 94 - 01 - 01119) за поддержку.

Таблица 1. Вариант 1: $\alpha = 1.8, \mu_1 = 0.001, \mu_2 = 5$

m_0	m_0 (МэВ)	M_π	F_π	M_π/F_π	$\hat{\alpha}$ (МэВ)
0.1	16.9	0.8	0.022	36.919	169.95
0.5	25.7	2.6	0.130	20.435	51.47
1.0	31.4	4.3	0.225	19.333	31.45
5.0	47.3	14.4	0.284	50.947	9.46

Таблица 2. Вариант 2: $\alpha = 1.8, \mu_1 = 0.001, \mu_2 = 5$

m_0	m_0 (МэВ)	M_π	F_π	M_π/F_π	$\hat{\alpha}$ (МэВ)
4.000	1107.1	0.495	3.674	0.135	276.79
4.500	389.7	1.582	2.621	0.604	86.59
4.800	296.8	2.215	2.419	0.916	61.84
4.940	270.4	2.503	2.362	1.060	54.74
5.000	261.5	2.619	2.346	1.116	52.31
5.500	205.8	3.661	2.205	1.660	37.41

Таблица 3. Вариант 3: $\alpha = 1.8, \mu_1 = 0.001, \mu_2 = 5$

m_0	m_0 (МэВ)	M_π	F_π	M_π/F_π	$\hat{\alpha}$ (МэВ)
0.001	0.610	0.224	0.237	0.947	610.53
0.002	1.137	0.241	0.243	0.993	568.41
.0025	1.315	0.261	0.250	1.042	525.96
0.003	1.472	0.279	0.257	1.086	490.49
0.004	1.765	0.310	0.268	1.158	441.30
0.005	2.036	0.337	0.279	1.208	407.12
0.010	3.031	0.452	0.322	1.402	303.06

Таблица 4. Вариант 4: $\alpha = 1.8, \mu_1 = 0.001, \mu_2 = 5$

m_0	m_0 (МэВ)	M_π	F_π	M_π/F_π	$\hat{\alpha}$ (МэВ)
0.001	0.608	0.225	0.237	0.949	608.19
0.002	1.043	0.263	0.251	1.046	521.62
0.003	1.551	0.265	0.251	1.056	516.85
0.004	1.754	0.312	0.269	1.161	438.49
0.005	2.012	0.340	0.280	1.217	402.36
0.010	2.957	0.463	0.327	1.415	295.73

Таблица 5. Вариант 5: $\alpha = 1.8, \mu_1 = 0.001, \mu_2 = 5$

m_0	m_0 (МэВ)	M_π	F_π	M_π/F_π	$\hat{\alpha}$ (МэВ)
0.002	1.115	0.246	0.315	0.779	557.61
0.005	2.186	0.313	0.345	0.908	437.19
0.010	3.304	0.415	0.393	1.055	330.35
0.020	4.879	0.562	0.460	1.221	243.96

Таблица 6. Вариант 3: $\alpha = 1.6, \mu_1 = 0.00001, \mu_2 = 5$

m_0	m_0 (МэВ)	M_π	F_π	M_π/F_π	$\hat{\alpha}$ (МэВ)
0.001	0.5483	0.250	0.243	1.03	548.31
0.002	1.0359	0.265	0.248	1.05	517.94
0.003	1.3517	0.304	0.260	1.16	450.57
0.004	1.6061	0.341	0.273	1.25	401.53
0.005	1.8262	0.375	0.284	1.32	365.24
0.010	2.6743	0.512	0.330	1.55	267.43

Таблица 7. Вариант 4: $\alpha = 1.6, \mu_1 = 0.00001, \mu_2 = 5$

m_0	m_0 (МэВ)	M_π	F_π	M_π/F_π	$\hat{\alpha}$ (МэВ)
0.001	0.546	0.251	0.244	1.026	546.32
0.002	1.083	0.255	0.244	1.040	541.65
0.003	1.345	0.305	0.262	1.168	448.45
0.004	1.596	0.343	0.274	1.251	399.07
0.005	1.821	0.376	0.285	1.317	364.29
0.010	2.669	0.513	0.331	1.550	266.92

Таблица 8. Вариант 4: $m_0 = 0.01$ (3МэВ), $\mu_1 = 0.001$, $\mu_2 = 5, \alpha = 1.8, \hat{\alpha} = 302.5$

	M	F	M/F	M (МэВ)	F (МэВ)
π	0.45	0.32	1.41	137	109
π'	0.92	0.05	18.8	271	15
π''	1.01	0.02	44.4	329	6

Таблица 9. Вариант 4; $m_0 = 0.01$ (3МэВ), $\mu_1 = 0.001$, $\mu_2 = 5$, $\alpha = 2.5$, $\hat{\alpha} = 68.5$

	M	F	M/F	M(МэВ)	F(МэВ)
π	1.99	1.06	1.87	137	69
π'	3.58	0.22	37.6	238	16
π''	4.06	0.11	16.5	281	8

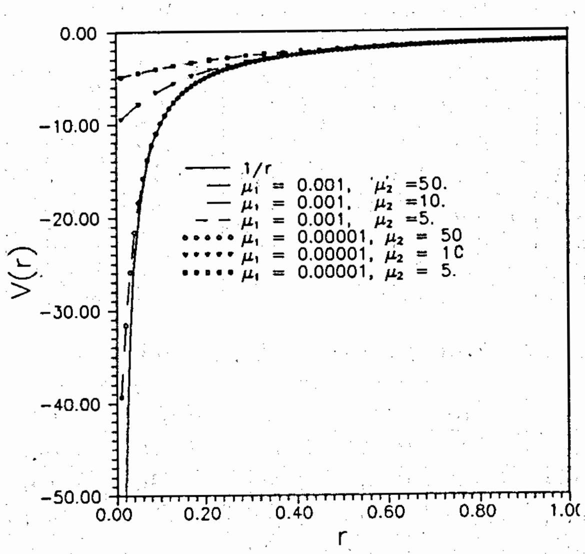

Рис.1

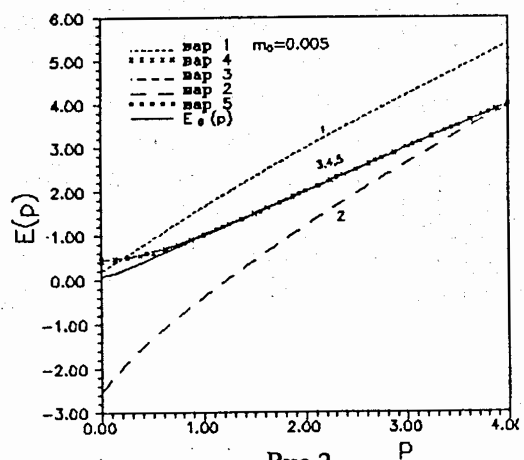

Рис.2

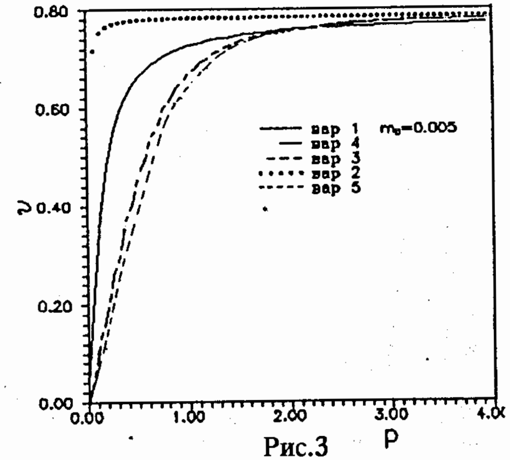

Рис.3

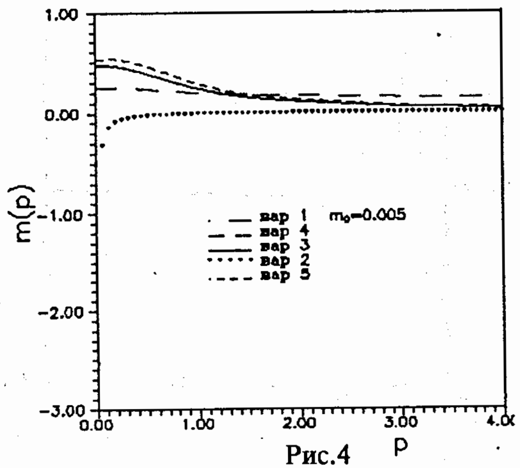

Рис.4

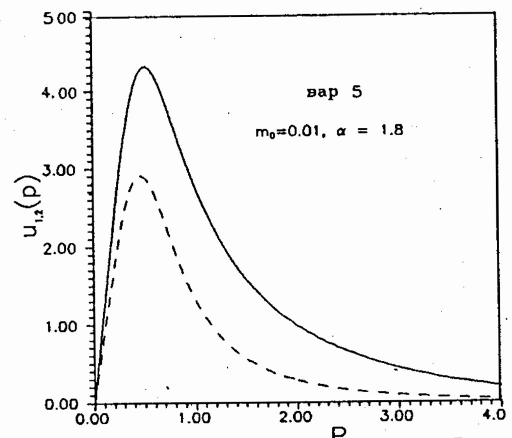

Рис.5

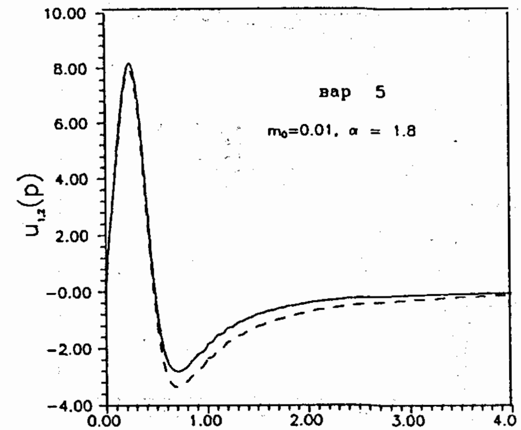

Рис.6

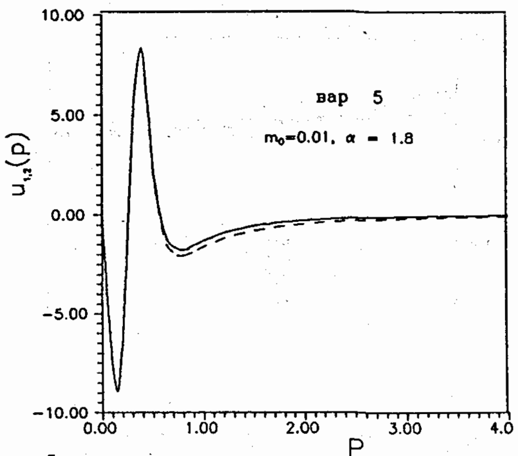

Рис.7

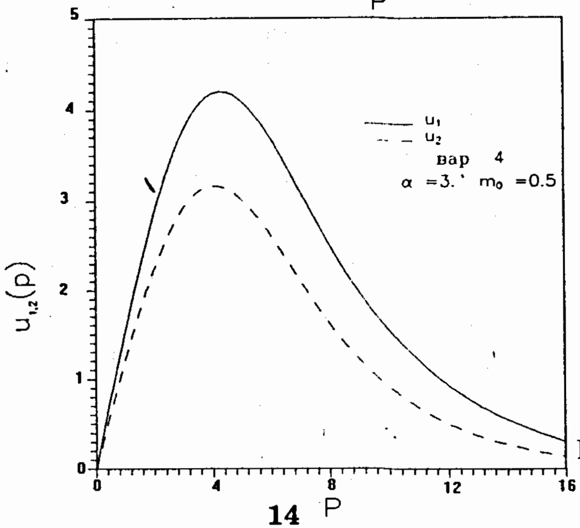

Рис.8

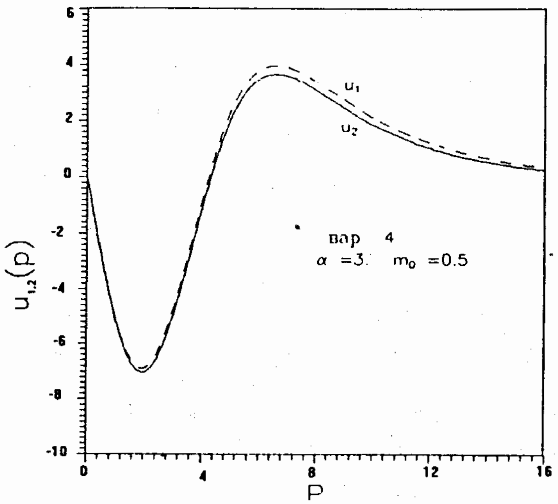

Рис.9

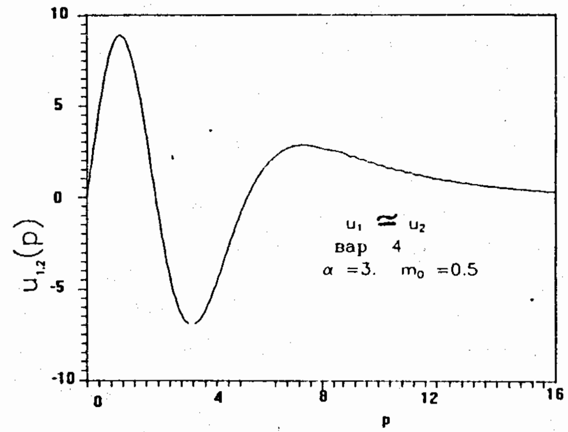

Рис.10

Список литературы

1. *S.L. Adler and A.C.Davis.* // Nucl. Phys. B244, p.469, 1984; *A.Le Yaouanc, L. Oliver, P. Pene and J.C. Raynal.*// Phys. Rev. D29, p.1233, 1984;//Phys. Rev. D31, p.137, 1985; *Pedro J. de A.Bicudo and Jose E.F.T.Ribeiro.*// Phys. Rev. D42, p.1611, 1990; *Ю.Л. Калиновский, В. Каллис, Б.Н. Куранов, В.Н. Первушин, Н.А. Сариков.*// ЯФ, т.49, с.1709, 1989; *Yu.L. Kalinovsky, W. Kallies, L. Kaschluhn, L.Münchow, V.N. Pervushin, and N.A. Sarikov.*// Fortschr. Phys. 38, p.333, 1990; //Few Body Systems, 10, p.87, 1991.

2. *И.В. Амирханов, Е.В. Земляная, В.Н. Первушин, И.В. Пузынин, Т.П. Пузынина, Н.А. Сариков, Т.А. Стриж.*// Математическое моделирование, т.6, N7,с.55, 1994.

3. *И.В. Амирханов, Т.З. Насиров, В.Н. Первушин, Н.А. Сариков.*//Препринт ОИЯИ Р4-94-452, Дубна, 1994.

4. *Е.П. Жидков, Г.И. Макаренко, И.В. Пузынин.* // ЭЧАЯ, 4, 1, с.127, 1973; *Т. Жанлав, И.В. Пузынин.* // ЖВМиМФ, 32, 6, с.846, 1992.

5. *И.В. Амирханов, О.М. Жураев, В. Каллис, В.Н. Первушин, И.В. Пузынин, Н.А. Сариков, Т.А. Стриж.*// Сообщение ОИЯИ Р11-88-506, Дубна, 1988; *I.V. Amirkhanov et al.* // Preprint JINR E2-90-414, Dubna, 1990; *И.В. Амирханов, Т.З. Насиров, Н.А. Сариков.*// Сообщение ОИЯИ Р11-93-173, Дубна, 1993; *I.V. Amirkhanov et al.* // JINR Comm. E11-91-108, Dubna, 1991; *И.В. Амирханов, О.М. Жураев, В.Н. Первушин, И.В. Пузынин, Н.А. Сариков.* // Сообщение ОИЯИ Р11-91-111, Дубна, 1991.

6. *Yu. L. Kalinovsky, L .Kaschluhn, V.N. Pervushin.* // Fortschr. Phys. 38, 4, p.353, 1989.

7. *I.V. Puzynin, I.V. Amirkhanov, T.P. Puzynina, E.V. Zemlyanaya.*// JINR Rapid Comm. 5[62]-93, p.63, Dubna, 1993.

8. *Е.В. Земляная.*// Сообщение ОИЯИ Р11-94-120, Дубна, 1994.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 декабря 1994 года.

Амирханов И.В. и др.

Р11-94-523

Численное исследование модификации КХД-инспирированной модели кваркония с потенциалом Юкавы

Получены численные решения системы уравнений Швингера — Дайсона и Бете — Солпитера с линейной комбинацией потенциалов Юкавы. Рассмотрены модификации уравнения Швингера — Дайсона, удовлетворяющие физическим граничным условиям, которые использованы вместо стандартной процедуры перенормировок теории возмущений. Показано, что путем определенных модификаций можно воспроизвести экспериментальные значения массы и константы лептонного распада для основного состояния пиона. Однако для масс радиальных возбуждений пиона такие модификации дают оценки, существенно меньшие известных экспериментальных данных.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1994

Amirkhanov I.V. et al.

P11-94-523

Numerical Investigation of Modification of QCD-Inspired Quarkonium Model with the Yukawa Potential

The numerical solutions to the Schwinger — Dyson and Bethe — Salpeter coupled equations with the linear combination of the Yukawa potentials are obtained. The modifications of the Schwinger — Dyson equation satisfying the physical boundary conditions are considered, which are used instead of the standard renormalization procedure of perturbative theory. It is shown that by means of the defined modifications one can reproduce the mass and leptonic decay constant of the pion ground state. However, these modifications for the pion radial excitations give the estimations that are smaller than available experimental data.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1994