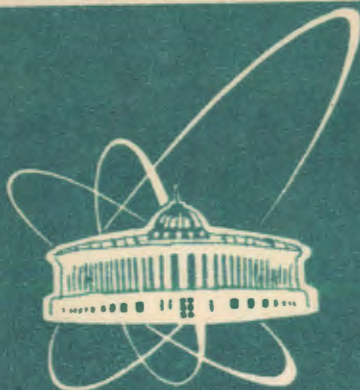


93-173



сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

P11-93-173

И.В.Амирханов, Т.З.Насиров*, Н.А.Сариков*

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ
ДЛЯ УРАВНЕНИЯ БЕТЕ-СОЛПИТЕРА
С КВАДРАТИЧНО РАСТУЩИМ ПОТЕНЦИАЛОМ

*ИЯФ АН Республики Узбекистан

1993

Введение

Для феноменологического описания спектроскопии тяжелых кваркониев широко используются нерелятивистские потенциальные модели с растущими потенциалами^{/1,2/}. Обобщение потенциального подхода для легких мезонов требует ковариантной формулировки, учитывающей релятивистские эффекты, в том числе спонтанное нарушение киральной симметрии.

Релятивистски-ковариантное и калибровочно-инвариантное обобщение потенциальной модели в КХД было предложено в работах^{/3-7/}. В этих работах для описания спектра масс мезонов используются решения системы уравнений Швингера-Дайсона (Ш-Д) для кварков и уравнений Бете-Солитера (Б-С) для связанных состояний кварков. Решения этих уравнений, как правило, получают с помощью численных методов. В частности, в работах^{/8/} рассмотрена система уравнений Ш-Д и Б-С с осцилляторным потенциалом и получены решения для спектра псевдоскалярных мезонов ($\pi, \pi', \kappa, \kappa'$) с помощью непрерывного аналога метода Ньютона. Система уравнений Ш-Д и Б-С в случае, когда потенциал содержит кроме осцилляторного и кулоновский член, представляет собой интегродифференциальное уравнение, решение которого было получено с использованием этого же метода^{/9,10/}. Однако, во всех работах^{/8-10/} были рассмотрены только связанные состояния в псевдоскалярном канале.

В данной работе предложен алгоритм решения системы уравнений Б-С с осцилляторным потенциалом для вычисления спектра масс связанных состояний в псевдоскалярных, скалярных, векторных и аксиально-векторных каналах. При решении уравнений Б-С использованы решения уравнений Ш-Д с осцилляторным потенциалом, полученные в^{/9/}.

2. Уравнение Б-С для мезонов в приближении гармонического осциллятора

В статье^{/10-II/} получены следующие уравнения БС для $q\bar{q}$ связанных состояний: для псевдоскалярных мезонов

$$ML_{\left(\frac{1}{2}\right)}(\vec{p}) = F_t(p) L_{\left(\frac{1}{2}\right)}(\vec{p}) - \int \frac{d^3\vec{q}}{(2\pi)^3} V(|\vec{p}-\vec{q}|) (c_p^\dagger c_q^\dagger + \{S_p^\dagger S_q^\dagger\}) L_{\left(\frac{1}{2}\right)}(\vec{q}),^{(I)}$$

для векторных, аксиально-векторных и скалярных мезонов

$$M_0 N_{(1)}^a(\vec{p}) = E_t(p) N_{(1)}^a(\vec{p}) - \int \frac{d^3 \vec{q}}{(2\pi)^3} V(|\vec{p} - \vec{q}|) \{ (c_{\vec{p}}^{\pm} c_{\vec{q}}^{\mp} + s_{\vec{p}}^{\pm} s_{\vec{q}}^{\mp}) (\xi \delta^{ab} - \eta^a \eta^b) N_{(1)}^b(\vec{q}) + (\eta^a c_{\vec{p}}^{\pm} c_{\vec{q}}^{\pm}) \Sigma_{(1)}(\vec{q}) \} \quad (2)$$

$$M_{\sigma} \Sigma_{(1)}(\vec{p}) = E_t(p) \Sigma_{(1)}(\vec{p}) - \int \frac{d^3 \vec{q}}{(2\pi)^3} V(|\vec{p} - \vec{q}|) \{ (c_{\vec{p}}^{\pm} c_{\vec{q}}^{\mp} \xi + s_{\vec{p}}^{\pm} s_{\vec{q}}^{\mp}) \Sigma_{(1)}(\vec{q}) + (\eta^b c_{\vec{p}}^{\pm} c_{\vec{q}}^{\mp}) N_{(1)}^b(\vec{q}) \} \quad (3)$$

где

$$N(\vec{p}) = N^a(\vec{p}) e_a^i(\vec{p}) + \Sigma(\vec{p}) \hat{p}^i,$$

$$\xi = \hat{p}^i \hat{q}^i, \quad \nu_i(p) = \frac{1}{2} (\frac{\pi}{2} - \varphi_i), \quad i = 1, 2$$

$$\eta^b = \hat{p}^i e_b^i(q); \quad \eta^a = \hat{q}^i e_a^i(p)$$

$$c_{\vec{p}}^{\pm} = \cos[\vartheta_1(p) \pm \vartheta_2(p)]; \quad s_{\vec{p}}^{\pm} = \sin[\vartheta_1(p) \pm \vartheta_2(p)]$$

$$\delta^{ab} = e_a^i(p) e_b^i(q); \quad e_a^i(p) \hat{p}^i = 0, \quad (a = 1, 2),$$

$E_t = E_1 + E_2$ - полная энергия кварка и антикварка, φ_1, φ_2 и E_1, E_2 - решения уравнения Ш-Д и энергии кварка и антикварка соответственно, M - масса связанного состояния.

Как было указано выше, мы используем осцилляторный потенциал

$$V(r) = \frac{4}{3} V_0 r^2,$$

который в импульсном пространстве записывается как

$$V(|\vec{k}|) = \frac{4}{3} (2\pi)^3 V_0 \Delta_L \delta(\vec{k}) \quad (4)$$

где V_0 - постоянная гармонически осцилляторного потенциала.

Для представления этих уравнений для связанных состояний с определенными квантовыми числами мы используем обычное разложение по сферическим функциям

$$L_n(\vec{p}) = \sum_{JM} \frac{u_n^J(p)}{p} Y_{JM}(\hat{p}), \quad (5)$$

$$N_n^i(\vec{p}) = \sum_{JM} \left\{ \frac{u_n^J(p)}{p} Y_{JM}^{(e)}(\hat{p}) + \frac{a_n^J(p)}{p} Y_{JM}^{(m)}(\hat{p}) + \frac{\sigma_n^J(p)}{p} Y_{JM}^{(l)}(\hat{p}) \right\},$$

$$(p = |\vec{p}|, \hat{p} = \frac{\vec{p}}{p}).$$

Здесь $J = L + S$ - полный момент связанного состояния, S - спиновый и L - угловой моменты, и u^J, v^J, a^J и σ^J - радиальные функции псевдоскалярного, векторного, аксиально-векторного и скалярного состояний соответственно. Используя также разложения для уравнений (1)-(3), мы получим следующие дифференциальные уравнения:

для псевдоскалярных мезонов ($S = 0, J = L$)

$$u_{L1}'' + W_{L1} u_{L1} + w u_{L2} = 0 \quad (6)$$

$$u_{L2}'' + W_{L2} u_{L2} + w u_{L1} = 0,$$

где

$$W_{L1} = - \left\{ E_t + \frac{1}{4} (\varphi_1' + \varphi_2')^2 + \frac{L(L+1)}{p^2} + \frac{2}{p^2} \cos^2 \left(\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \right) \right\}$$

$$W_{L2} = - \left\{ E_t + \frac{1}{4} (\varphi_1' + \varphi_2')^2 + \frac{L(L+1)}{p^2} + \frac{2}{p^2} \sin^2 \left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \right) \right\},$$

для аксиально-векторных мезонов ($S = 1, J = L$)

$$a_{J1}'' + W_{J1} a_{J1} + w a_{J2} = 0 \quad (7)$$

$$a_{J2}'' + W_{J2} a_{J2} + w a_{J1} = 0,$$

где

$$W_{J1} = - \left\{ E_t + \frac{J(J+1)}{p^2} + \frac{1}{4} (\varphi_1' + \varphi_2')^2 \right\}$$

$$W_{J2} = - \left\{ E_t + \frac{J(J+1)}{p^2} + \frac{1}{4} (\varphi_1' + \varphi_2')^2 \right\},$$

для скалярных мезонов ($S = 0, J = 0$)

$$\sigma_1'' + W_1 \sigma_1 + w \sigma_2 = 0$$

$$\sigma_2'' + W_2 \sigma_2 + w \sigma_1 = 0 \quad (8)$$

где

$$W_1 = - \left\{ E_t + \frac{1}{4} (\varphi_1' + \varphi_2')^2 + \frac{2}{\rho^2} \sin^2 \left(\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \right) \right\}$$

$$W_2 = - \left\{ E_t + \frac{1}{4} (\varphi_1' - \varphi_2')^2 + \frac{2}{\rho^2} \cos^2 \left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \right) \right\},$$

для векторных и скалярных мезонов ($S = 1, J = L \pm 1$)

$$\begin{aligned} U_{J1}'' + W_{J1} U_{J1} + V_J \sigma_{J1} + \omega U_{J2} &= 0 \\ U_{J2}'' + W_{J2} U_{J2} + V_J \sigma_{J2} + \omega U_{J1} &= 0 \\ \sigma_{J1}'' + W_{J3} \sigma_{J1} + V_J U_{J1} + \omega \sigma_{J2} &= 0 \\ \sigma_{J2}'' + W_{J4} \sigma_{J2} + V_J U_{J2} + \omega \sigma_{J1} &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} W_{J1} &= - \left\{ E_t + \frac{J(J+1)}{\rho^2} + \frac{1}{4} (\varphi_1' - \varphi_2')^2 \right\} \\ W_{J2} &= - \left\{ E_t + \frac{J(J+1)}{\rho^2} + \frac{1}{4} (\varphi_1' + \varphi_2')^2 \right\} \\ W_{J3} &= W_{J2} - \frac{2}{\rho^2} \sin^2 \left(\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \right) \\ W_{J4} &= W_{J1} - \frac{2}{\rho^2} \cos^2 \left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \right) \\ V_J &= - \frac{2}{\rho^2} \sqrt{J(J+1)} \cos \left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \right) \sin \left(\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \right), \end{aligned} \quad (10)$$

все энергетические величины даны в масштабе $(\frac{4}{3} V_0)^{1/3}$, ω - соб. значение.

Уравнения (6)-(9) удовлетворяют следующим граничным условиям:

$$\begin{aligned} u_{L(\frac{1}{2})}(0) = u_{L(\frac{1}{2})}(\infty) &= 0 \\ v_{J(\frac{1}{2})}(0) = v_{J(\frac{1}{2})}(\infty) &= 0 \\ \sigma_{J(\frac{1}{2})}(0) = \sigma_{J(\frac{1}{2})}(\infty) &= 0 \\ a_{J(\frac{1}{2})}(0) = a_{J(\frac{1}{2})}(\infty) &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

и условиям нормировки

$$\begin{aligned} \int_0^\infty d\rho (u_{L1}^2 + u_{L2}^2) &= 1, \\ \int_0^\infty d\rho (a_{J1}^2 + a_{J2}^2) &= 1, \\ \int_0^\infty d\rho (\sigma_1^2 + \sigma_2^2) &= 1, \\ \int_0^\infty d\rho (v_{J1}^2 + v_{J2}^2 + \sigma_{J1}^2 + \sigma_{J2}^2) &= 1. \end{aligned} \quad (12)$$

Введем следующие векторные и матричные обозначения: для системы (6)

$$u(\rho) = \begin{pmatrix} u_{L1} \\ u_{L2} \end{pmatrix}; \quad u^T(\rho) = (u_{L1}, u_{L2});$$

$$\hat{W}(\rho) = \begin{pmatrix} W_{L1} & 0 \\ 0 & W_{L2} \end{pmatrix}; \quad \hat{W} = \begin{pmatrix} 0 & \omega \\ \omega & 0 \end{pmatrix};$$

для системы (7)

$$u(\rho) = \begin{pmatrix} a_{J1} \\ a_{J2} \end{pmatrix}; \quad u^T(\rho) = (a_{J1}, a_{J2});$$

$$\hat{W}(\rho) = \begin{pmatrix} W_{J1} & 0 \\ 0 & W_{J2} \end{pmatrix}; \quad \hat{W} = \begin{pmatrix} 0 & \omega \\ \omega & 0 \end{pmatrix};$$

для системы (8)

$$u(\rho) = \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{pmatrix}; \quad u^T(\rho) = (\sigma_1, \sigma_2);$$

$$\hat{W}(\rho) = \begin{pmatrix} W_1 & 0 \\ 0 & W_2 \end{pmatrix}; \quad \hat{W} = \begin{pmatrix} 0 & \omega \\ \omega & 0 \end{pmatrix};$$

для системы (9)

$$u(\rho) = \begin{pmatrix} v_{J1} \\ v_{J2} \\ \sigma_{J1} \\ \sigma_{J2} \end{pmatrix}; \quad u^T(\rho) = (v_{J1}, v_{J2}, \sigma_{J1}, \sigma_{J2});$$

$$\hat{W}(\rho) = \begin{pmatrix} W_{J1} & 0 & V_J & 0 \\ 0 & W_{J2} & 0 & V_J \\ V_J & 0 & W_{J3} & 0 \\ 0 & V_J & 0 & W_{J4} \end{pmatrix}; \quad \hat{W} = \begin{pmatrix} 0 & \omega & 0 & 0 \\ \omega & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega \\ 0 & 0 & \omega & 0 \end{pmatrix}$$

систему уравнений (6)-(9) перепишем так:

$$u''(p) + \hat{W}(p)u(p) + \hat{W}'u(p) = 0. \quad (I3)$$

В этих обозначениях граничные условия и условия нормировки примут вид:

$$u(0) = u(\infty) = 0, \quad (I4)$$

$$\int_0^{\infty} dp u^T(p)u(p) = 1. \quad (I5)$$

Таким образом, нахождение связанных состояний мезонов сводится к решению краевой задачи (I3)-(I5).

3. Численная схема решения краевой задачи

Для численного решения задачи (I3)-(I5) полубесконечный интервал $0 \leq p < \infty$ заменяется отрезком $0 \leq p \leq p_m$. При этом возникает проблема, связанная с переносом асимптотических условий для искомых решений в конечную точку ($p = p_m$) и оценкой точности такого приближения. В общем случае, такие оценки можно выполнить численно, используя расчеты для последовательности значений параметра p_m .

Условия (I4) и (I5) в конечном интервале записываются в следующем виде:

$$u(0) = u(p_m) = 0, \quad (I4')$$

$$\int_0^{p_m} dp u^T(p)u(p) = 1. \quad (I5')$$

Для решения краевой задачи (I3)-(I4')-(I5') нами реализованы итерационные схемы непрерывного аналога метода Ньютона (НАМН) с выбором итерационного параметра. Метод Ньютона обеспечивает сходимость итераций к решению искомого уравнения только в том случае, когда начальные приближения достаточно близки к искомому решению. Поэтому при решении задачи этим методом возникает проблема нахождения таких начальных приближений.

В данной работе для нахождения начального приближения используем метод прогонки¹²⁻¹⁴.

Задача (I3)-(I4')-(I5') решалась численно методом встречной прогонки от обеих граничных точек со сшивкой во внутренней точке p_c . Заменяя производные в (I3) разностными формулами второго порядка точности относительно шага дискретной сетки, получим две системы разностных уравнений на отрезках $[0, p_c]$ и $[p_c, X_m]$. Сетка выбрана равномерной, причем на каждом отрезке свой шаг дискретной сетки.

Уравнение для определения собственных значений $\{w_n\}$ получается из требования гладкости собственных функций в точке p_c :

$$u(p)/_{p=p_c-0} = u(p)/_{p=p_c+0} \quad (I6)$$

$$u'(p)/_{p=p_c-0} = u'(p)/_{p=p_c+0}$$

Заменяя в (I6) производные разностными формулами, получаем систему однородных алгебраических уравнений

$$A(w)v = 0.$$

Это уравнение имеет нетривиальные решения, если

$$f(w) = \det A(w) = 0. \quad (I7)$$

Таким образом, задача нахождения собственных значений системы (I3) с граничными условиями (I4') сводится к нахождению нулей функции $f(w)$.

Функция $f(w)$ вычисляется в точках $w_i = h_w \cdot i$. После выделения отрезков $[w_i, w_{i+1}]$, на которых функция меняет знак, собственные значения находятся методом деления отрезка пополам.

Когда собственное значение известно, собственную функцию можно получить, осуществив обратную прогонку.

Выше описанный алгоритм реализован в виде отдельной подпрограммы. Подпрограмма была отлажена на модельной задаче, имеющей точное решение. Эта программа используется для нахождения нулевого приближения на относительно грубой сетке. А затем, используя ньютоновские итерации, уточняем это решение.

Окончательно имеем следующую схему решения краевой задачи (I3)-(I4')-(I5').

Первый шаг. Для двух значений физического параметра m_1 и m_2 (масса токовых кварков) решаем уравнение Швингера-Дайсона. Используя полученные решения, вычисляем матрицу взаимодействия $\hat{W}(p)$. Здесь мы используем программу, описанную в работе^{9/}.

Второй шаг. Используя программу, где реализован метод встречной прогонки, находим нулевое приближение $\{u_0(p), w_0\}$.

Третий шаг. Используя $\{u_0(p), w_0\}$ методом Ньютона, получаем окончательное решение $\{u(p), w\}$ исходной задачи.

4. Анализ процедуры вычислений и численных результатов

Численное решение граничной задачи (I3)-(I4')-(I5') зависит от физического параметра m , а также от параметров вычислительной схемы:

R_M - параметр редукции сингулярной граничной задачи на конечный интервал,

h - шаг разностной схемы,

R - число ньютоновских итераций.

При заданной точности расчетов точность полученного разностного решения исследовали путем расчетов на последовательности сгущающихся сеток. Проводя расчеты на трех сгущающихся сетках, убедились в сходимости разностных решений. Параметры вычислительной схемы выбирались таким образом, чтобы обеспечить эту сходимость. На рис. 1, 2 приведены решения задачи (I3)-(I4'-I5'): а) безузловое решение, б) решение с тремя узлами.

Решения уравнения Б-С зависят от свободных параметров модели: потенциального параметра (V_0) и масс токовых кварков (m). Предполагая, что потенциал взаимодействия не зависит от аромата кварков, мы использовали значение межкваркового потенциала, подходящее к спектрам легких мезонов в киральном пределе^[5]

$$\left(\frac{4}{3} V_0\right)^{1/3} = 289 \text{ МэВ.}$$

Массы токовых кварков (u, d, s, c, b) были зафиксированы сравнением собственных значений уравнения Б-С с наблюдаемыми мезонными массами (M_π, M_K, M_D, M_B):

$$m = m_d = 0,007 \left(\frac{4}{3} V_0\right)^{1/3} \approx 2 \text{ МэВ}$$

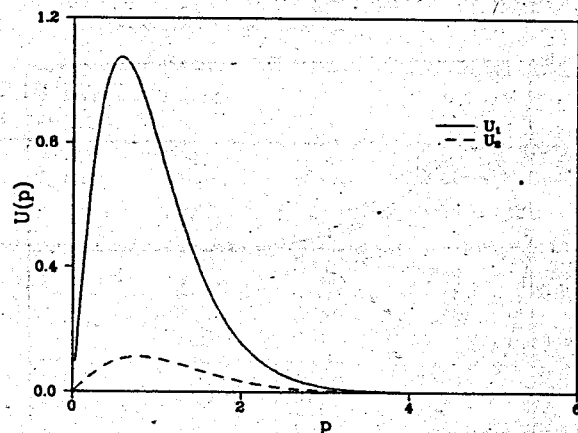
$$m_s = 0,205 \left(\frac{4}{3} V_0\right)^{1/3} \approx 59 \text{ МэВ}$$

$$m_c = 4,25 \left(\frac{4}{3} V_0\right)^{1/3} \approx 1228 \text{ МэВ}$$

$$m_b = 16,15 \left(\frac{4}{3} V_0\right)^{1/3} \approx 4667 \text{ МэВ.}$$

Используя эти значения собственных параметров, мы можем оценивать массы других мезонов. В таблицах I-4 приведены численные и экспериментальные значения для масс основных состояний и их радиальных возбужденных состояний для псевдоскалярных, скалярных, векторных и аксиально-векторных мезонов. Для более точного описания $q\bar{q}$ -спектроскопии мы должны учитывать и кулоновский член межкваркового потенциала (для псевдоскалярных мезонов вклад этого члена рассмотрен в статье^[10]).

а)



б)

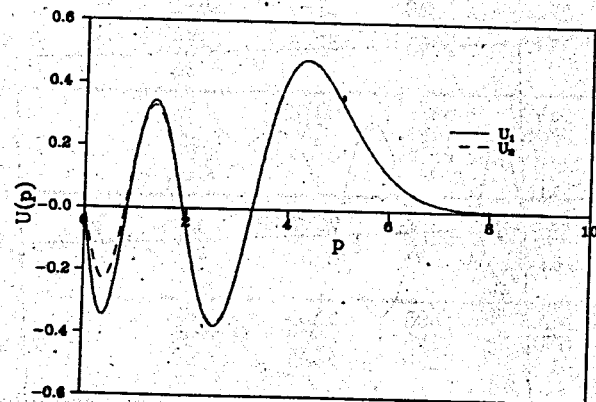


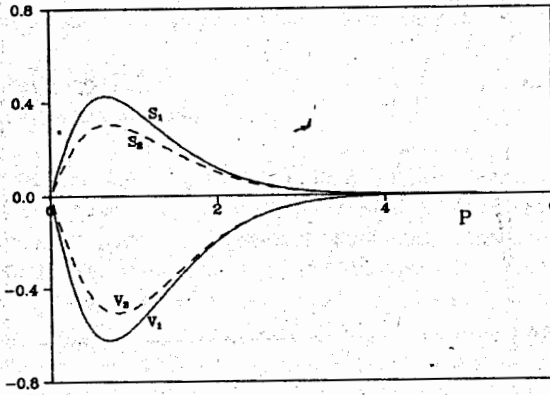
Рис. I. Решение системы двух уравнений (псевдоскалярный случай)

Таблица I

Спектр псевдоскалярных мезонов в осцилляторном приближении
(все значения в МэВ ..)

орбитальный номер кварковый состав	$L=0$	$L=1$	$L=2$	$L=3$	$L=4$
u и d	137	1349	1860	2263	2620
	1603	2098	2505	2856	3176
	2345	2730	3082		
	2966				
u, d и s	492	1370	1865	2266	2622
	1650	2107	2511	2859	3178
	2377	2745	3087		
	2990				
s, s	632	1382	1869	2268	2624
	1689	2127	2515	2861	3180
	2403	2880	3091		
	3011				
u, d и c	1865	2317	2664	2977	3271
	2557	2907	3216	3371	3772
	3139	3443	3725		
	3665				
s и c	1882	2312	2661	2976	3271
	2572	2906	3214	3450	3772
	3152	3442	3511		
	3676				
c, c	2844	3109	3368	3621	3869
	3359	3607	3851	4090	4324
	3842	4075	4117		
	4300				
u, d и b	5274	5668	5962	6225	6469
	5863	6160	6305	6656	6881
	6344	6415	6839		
	6783				
s и b	5286	5664	5961	6224	6469
	5875	6158	6417	6655	6881
	6358	6604	6837		
	6793				
c и b	6209	6420	6626	6794	7027
	6620	6818	7014	7206	7396
	7008	7196	7385		
	7379				
b, b	9548	9690	9832	9974	10115
	9831	9898	10113	10253	10392
	10111	10244	10390		
	10389				

a)



b)

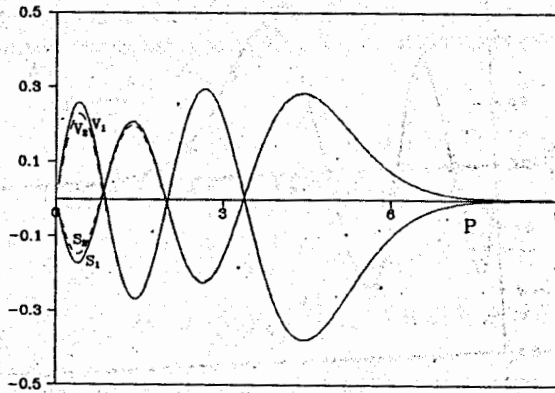


Рис.2. Решение системы четырех уравнений

Таблица 2

Спектр скалярных мезонов в осцилляторном приближении
(все значения в МэВ)

кварковый состав	
<i>u</i> и <i>d</i>	948
	1862
	2551
	3147
<i>u, d</i> и <i>s</i>	1012
	1899
	2580
	3178
<i>s, s</i>	1072
	1936
	2610
	3198
<i>u, d</i> и <i>c</i>	2089
	2746
	3311
	3830
<i>s</i> и <i>c</i>	2131
	2779
	3342
	3855
<i>c, c</i>	3085
	3586
	4058
	4507
<i>u, d</i> и <i>b</i>	5466
	6019
	6490
	6918
<i>s</i> и <i>b</i>	5503
	6048
	6514
	6940
<i>c</i> и <i>b</i>	6407
	6807
	7187
	7552
<i>b, b</i>	9688
	9970
	10249
	10525

Таблица 3

Спектр векторных мезонов в осцилляторном приближении
(все значения в МэВ)

главное квантовое число	<i>J</i> =1	<i>J</i> =2	<i>J</i> =3	<i>J</i> =4	
кварковый состав					
	<i>u</i> и <i>d</i>	778	1729	2202	2581
		1437	1876	2266	2621
		1742	2367	2792	3138
2190		2534	2864	3178	
<i>u, d</i> и <i>s</i>	2436	2942			
	2823	3117			
	3034				
	812	1704	2189	2574	
<i>u, d</i> и <i>s</i>	1478	1901	2281	2629	
	1759	2348	2775	3129	
	2222	2557	2877	3190	
	2448	2928			
<i>s, s</i>	2839	3138			
	3045				
	841	1677	2173	2563	
	1517	1927	2299	2644	
<i>s, s</i>	1774	2329	2761	3117	
	2253	2581	2899	3204	
	2461	2914			
	2877	3161			
<i>u, d</i> и <i>c</i>	3055				
	1875	2426	2798	3121	
	2452	2771	3081	3368	
	2565	2996	3330	3631	
<i>u, d</i> и <i>c</i>	3040	3323	3599	3865	
	3146	3298			
	3573	3832			
	3671				
<i>s</i> и <i>c</i>	1889	2324	2784	3110	
	2478	2794	3093	3379	
	2580	2980	3316	3619	
	3065	3341	3613	3877	
<i>s</i> и <i>c</i>	3159	3506			
	3596	3850			
	3682				
	2845	3124	3349	3657	
<i>c, c</i>	3333	3577	3817	4051	
	3360	3492	3872	4122	
	3820	3932	4277	4696	
	3844	4089			
<i>c, c</i>	4280	4621			
	4301				

Таблица 3 (продолжение)

u, d и b	5275	5753	6061	6326
	5787	6067	6326	6567
	5864	6227	6504	6748
	6274	6517	6750	6973
	6348	6702		
	6713	6934		
	6784			
s и b	5286	5736	6050	6319
	5809	6083	6337	6575
	5876	6214	6492	6740
	6294	6532	6762	6983
	6359	6649		
	6763	6948		
	6794			
c и b	6209	6427	6639	6846
	6608	6804	6999	7190
	6620	6824	7025	7222
	6997	7185	7446	7554
	7010	7203		
	7370	7550		
	7379			
b, b	9548	9691	9834	9977
	9829	9969	10053	10248
	9831	9973	10109	10256
	10110	10248	10387	10525
	10112	10252		
	10387	10525		
	10389			

Таблица 4

Спектр аксиально-векторных мезонов в осцилляционном приближении (все значения в МэВ)

главное квантовое число кварковый состав	$J=1$	$J=2$	$J=3$	$J=4$
	u и d	1187	1775	2209
1992		2435	2809	3142
2648		3020		
3226				
u, d и s	1219	1782	2213	2585
	2016	2343	2812	3144
	2668	3029		
	3234			
s, s	1247	1789	2216	2587
	2038	2452	2816	3146
	2687	3037		
	3261			
u, d и c	2210	2596	2934	3239
	2829	3162	3463	3743
	3379	3677		
	3886			
s и c	2225	2604	2937	3241
	2844	3034	3465	3745
	3393	3684		
	3899			
c, c	3097	3356	3611	3818
	3596	3840	3963	4316
	4067	4300		
	4516			
u, d и b	5575	5909	6148	6583
	6092	6372	6624	6857
	6548	6799		
	6967			
s и b	5587	5913	6191	6444
	6104	6370	6626	6856
	6559	6626		
	6978			
c и b	6413	6620	6823	7021
	6812	7008	7201	7391
	7192	7380		
	7557			
b, b	9689	9831	9973	10113
	9971	10110	10252	10391
	10250	10289		
	10526			

Авторы искренне благодарны профессорам И.В.Пузынину и В.И.Первушину, а также Калиновскому Ю.Л., Пузыниной Т.П., Стриж Т.А., Земляной Е.В. за плодотворное сотрудничество.

Литература

1. Быков А.А., Дремин И.М., Леонидов А.В. УФН, 143(1984), с.3.
2. Hasenfrätz P. Cern preprint, TH-3737, 1983;
Schierholz G. Cern preprint, TH-4139, 1985.
3. Илиева Н.П., Нгуен Суан Хан, Первушин В.Н. ЯФ, 1987, 45, с.1169.
4. Первушин В.Н., Каллис В., Нгуен Суан Хан, Сариков Н.А. ОИЯИ, P2-87-674, Дубна, 1987.
5. Le Yaouanc A., Oliver L., Pene O., Reynal J.C.
Phys. Rev., 1985, D31, p.137.
6. Adler S.L., Davis A.G. Nucl. Phys., 1984, B224, p.469.
A.Trzupiek. Acta Phys. Pol., B20(1988)93.
7. Калиновский Ю.Л. и др. ЯФ, 1989, 49, 109.
8. Амирханов И.В. и др. ОИЯИ, PII-88-506, Дубна, 1988.
Amirkhanov I.V. et al. JINR, E2-90-414, Dubna, 1990
9. Amirkhanov I.V. et al. JINR, EII-9I-108, Dubna, 1991.
10. Амирханов И.В. и др. ОИЯИ, PII-9I-III, Дубна, 1991
11. Pervushin V.N., Kalinovsky Yu.L., Kallis W. and Sarikov N.A.
Fortsch Phys. 38(1990) 333.
12. Годунов С.К., Рябенкий В.С. Разностные схемы. М.: Наука, 1973.
13. Самарский А.А. Введение в численные методы. М.: Наука, 1987.
14. Казаха Г.С. ОИЯИ, II-9462, Дубна, 1976.
15. Ортега Дж., Рейнболдт В. Итерационные методы решений нелинейных систем со многими неизвестными. М.: Мир, 1975.

Рукопись поступила в издательский отдел
18 мая 1993 года.