ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

4097/2-75

27/x-75

P11 - 9113

Г-443

Б.С.Гетманов, В.Г.Маханьков

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ТРЕХМЕРНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ ФИЗИКИ СЛАБОТУРБУЛЕНТНОЙ ПЛАЗМЫ.

II. Турбулентный нагрев плазмы электромагнитным (лазерным) излучением и аномальное рассеяние излучения

1975

Р11 - 9113

Б.С.Гетманов, В.Г.Маханьков

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ТРЕХМЕРНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ ФИЗИКИ СЛАБОТУРБУЛЕНТНОЙ ПЛАЗМЫ.

II. Турбулентный нагрев плазмы электромагнитным (лазерным) излучением и аномальное рассеяние излучения

Направлено в журнал "Физика плазмы"

Объединенный институт ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

В первой части настоящей работы /I/ были изложены общие соображения о важности рассмотрения анизотропных спектров и изучалась динамика слабой ленгмюровской турбулентности, возбуждаемой релятивистским электронным пучком. Здесь будет рассмотрена динамика ионно-звуковой турбулентности, возбуждаемой в плазме лазерным пучком применительно к проблеме нагрева плазмы до термоядерных температур.

§ I. Предварительные соображения

При рассмотрении проблемы нагрева плазмы с помощью лазерного излучения следует иметь в виду, что речь может идти только о так называемом турбулентном нагреве, ибо, как показано в /2,3/, нагрев за счет коллективных процессов может быть значительно более эффективным, чем обычный джоулев нагрев. Одной из множества интересных проблем, возникающих здесь, является изучение весьма важного процесса, сопутствующего нагреву плазмы,- процесса турбулентного рассеяния сколлимированного лазерного излучения. Турбулентный нагрев плазмы с помощью электромагнитного излучения связан с возбуждением и поглощением плазменных колебаний. Возбуждение колебаний происходит в результате распадных (параметрических) неустойчивостей.

Возможны следующие каналы распада: I) $t \to t' + s$; 2) $t \to e + s$; 3) $t \to t' + e \to t' + e' + s$; 4) $t \to 2e$. Здесь t - поперечный (электромагнитный) плазмон; e , s - соответственно ленгмюровский и ионно-звуковой плазмоны. Второй и четвертый процессы приводят только к поглощению энергии и носят ярко выраженный резонансный характер. Первый и третий, весьма сходные между собой процессы, будучи нерезонансными, могут, кроме нагрева плазмы, приводить к аномальному рассеянию лазерного излучения.

В работе /2/ было показано, что скорость нагрева плазмы, так же как и инкремент распадной неустойчивости $t \to t' + s$, существенно зависит от углового раствора $\Delta\theta_0$ лазерного пучка, и тем больше, чем меньше $\Delta\theta_0$. С другой стороны, в процессе неустойчивости происходит рассеяние электромагнитного излучения, которое, вообще говоря, увеличивает $\Delta\theta_0$. Более того, такое рассеяние может привести к выходу излучения из плазмы, значительно снижая эффективность нагрева /4/.

Если предположить, что возбуждаемые ионно-звуковые колебания быстро становятся изотропными, то время рассеяния на них t-волн (когда $\Delta\theta_0$ становится порядка единицы) для однородной плазмы можно оценить по формуле /5/

$$\frac{1}{\tau_{sc}} = \gamma_{sc} \simeq \gamma_{эфф} \cdot \frac{c}{V_s}, \tag{2.I}$$

где

$$\gamma_{эфф} = \gamma_k(k_\Delta) \cdot \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega_0}\right)^4 (\Delta\theta_0)^{-2}; \tag{2.2}$$

$$\gamma_k \simeq \sqrt{\frac{m_e}{m_i}}\, k_\Delta V_s \left\{ \left[\frac{k}{k_\Delta} h(k_0 - k) + h(k - k_0) \right] \frac{U_0}{U_{tr}} - \frac{k}{k_\Delta} \right\};$$

$k_\Delta = 2k_0\Delta\theta_0$, $\omega_{pe}^2 = \frac{4\pi n e^2}{m_e}$, $\omega_0 = kc$ – частота t-волн, k и V_s суть волновое число и фазовая скорость s-волн, $\gamma_{эфф}$ – эффективная скорость нагрева плазмы в результате процесса $t \to t' + s$, $h(x)$ – ступенчатая функция, $U_{tr} = \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\omega_0}{\omega_{pe}}\right)^4 (\Delta\theta_0)^2$ – пороговая энергия, $U_0 = W_0/nT_e$ – безразмерная плотность энергии t-волн.

Из (2.I) следует, что в случае изотропных s-колебаний плазма находится фактически в поле рассеянного излучения $\Delta\theta_0 \simeq 1$. Поэтому весьма существенным становится вопрос: являются ли s-колебания изотропными?

Таким образом, возникает задача, в которой детальный анализ углового распределения возбуждаемой ионно-звуковой турбулентности является принципиально важным как для понимания физики процесса, так и для утилитарных приложений.

§ 2. Качественные оценки

Пусть на плазму падает монохроматический сколлимированный пучок электромагнитных волн (t – волн), возбуждая при этом ионно-звуковую турбулентность посредством процесса $t \to t' + s$. Как уже отмечалось, принципиально важным является вопрос об угловом распределении возбуждаемой турбулентности. Прежде чем заняться численным моделированием, приведем сначала качественные соображения, говорящие о том, что а) возбуждаются неизотропные s – колебания, и б) дальнейшее развитие неустойчивости может не приводить к их быстрой изотропизации.

Рассмотрим сначала идеализированный случай полностью сколлимированного пучка t – волн, $\Delta\theta_0 = 0$. Тогда из законов сохранения при распаде $\omega_0^t = \omega_1^t + \omega^s$ и $\vec{k}_0^t = \vec{k}_1^t + \vec{k}^s$ следует, что при возбуждении s-колебаний каждому $|\vec{k}^s|$ соответствует свой угол Θ_s между $\vec{k}^s$ и $\vec{k}_0^t$:

$$\Theta_s(k^s) = \arccos\left(\frac{V_s}{c} + \frac{k^s}{2k_0}\right). \tag{2.3}$$

Это уравнение дает в сферических координатах поверхность вращения, близкую (с точностью до V_s/c) к сфере в силу $V_s/c \ll 1$.

По мере накопления колебаний на поверхности (2.3) вступают в игру процессы индуцированного рассеяния s-волн на ионах плазмы, которые могут привести к уходу s-колебаний с поверхности (2.3), т.е. к их изотропизации.

В силу индуцированности процесса рассеяния колебание, ушедшее с поверхности (2.3), с наибольшей вероятностью будет возвращаться обратно на эту поверхность, ибо уровень турбулентности на ней в результате развития неустойчивости на линейной стадии на много порядков превышает уровень вне ее. Вследствие этого в процессе перекачки из-за рассеяния на ионах волновые вектора s-колебаний $\vec{k}^s$, для которых разрешены переходы только в близкие значения $|\vec{k}^s|$ при любых, однако, углах между $\vec{k}^s$ и $\vec{k}^{s'}$, будут "бегать" по поверхности (2.3), постепенно уменьшаясь по модулю. Это приведет к концентрации s-колебаний на поверхности (2.3) в области малых k при угле, близком к $\pi/2$.

В реальном случае, когда $\Delta\theta_0 \neq 0$, хотя и мало, поверхность (2.3) превращается в слой той же формы с толщиной порядка $\Delta\theta_0$. Легко видеть, что приведенные выше рассуждения о взаимодействии s-волн остаются в силе, только теперь $\vec{k}^s$ "бегает" внутри слоя, а колебания скапливаются в сечении этого слоя вблизи $k^s = k_\Delta$ и $\theta_s = \pi/2$, если $\Delta\theta_0 \ll 1$. Кроме того, при $\Delta\theta_0 \neq 1$ колебания возбуждаются только в области волновых чисел k_s, ограниченной сверху величиной $k_{max} = 2k_0 \Delta\theta_0 u_0/u_{t2}$, что следует из (2.2) и $\gamma_k > 0$ (см. ниже). Поэтому при $u_0 \geq u_{t2}$ "слой генерации" оказывается обрезанным со стороны больших k^s.

В результате концентрации s-колебаний в области $k^s \simeq k_\Delta$ и $\theta_s = \pi/2$ их распределение является резко анизотропным и рассеяние t-волн на ионно-звуковых будет незначительным.

Кроме рассмотренного выше рассеяния t-волн, сам процесс распада $t \to t' + s$ приводит к изменению величины и направления волнового вектора t-волн, что наиболее отчетливо проявляется на начальной стадии развития неустойчивости /4/. В силу вида дисперсии $\omega^t = k^t \cdot c$, $\omega^s = k^s v_s$ малому изменению энергии t-волн может соответствовать большое изменение импульса. Тем не менее индуцированный характер такого взаимодействия, описываемого интегральным уравнением $\partial N^t_{\vec{k}_1} = N^t_{\vec{k}_1} \int \Theta(\vec{k}_1, \vec{k}_2) N^t_{\vec{k}_2} d\vec{k}_2$, может препятствовать уширению начального углового разброса излучения, если ширина его спектра $\Delta k_0/k_0 > v_s/c$ (отклонившийся в результате первого распада волновой вектор t-волн будет с наибольшей вероятностью возвращаться назад при следующем распаде).

Вышеизложенное позволяет сделать заключение, что в принципе могут существовать условия, при которых аномальное рассеяние t-волн невелико.

§ 3. Постановка задачи численного моделирования

Возникновение и развитие ионно-звуковой турбулентности, возбуждаемой пучком электромагнитного излучения, описывается трехмерным нелинейным интегро-дифференциальным уравнением:

$$\frac{\partial W^s_{\vec{k}}}{\partial t} = (\gamma_{\vec{k}} + \gamma_{нел}) W^s_{\vec{k}} \qquad (2.4)$$

Здесь $W^s_{\vec{k}}$ – плотность энергии s-волн, $\gamma_{\vec{k}}$ и $\gamma_{нел}$ – соответственно инкремент возбуждения ионного звука и нелинейный инкремент перекачки колебаний за счет индуцированного рассеяния на ионах плазмы. Результаты работы /2/ позволяют легко получить инкремент неустойчивости:

$$\gamma_k = \sqrt{\mu}\, K_\Delta V_s \left\{ f(\theta)\left[\frac{K}{K_\Delta} h(K_\Delta - K) + h(K - K_\Delta) \right] \frac{u_0}{u_{tr}} - \frac{K}{K_\Delta} \right\}. \qquad (2.5)$$

Здесь $\mu = m_e/m_i$; $K_\Delta = 2k_0 \Delta\theta_0$; $V_s = \sqrt{\frac{T_e}{m_i}} = \sqrt{\mu}\, v_e$ – скорость звука; k_0 и ω_0 – соответственно волновое число и частота падающего излучения ($k_0 c = \omega_0$); $\Delta\theta_0$ – угловой полуразброс пучка; $h(x)$ – ступенчатая функция; $u_0 = W_0^{t}/nT_e \ll 1$ – безразмерная плотность энергии лазерного излучения; $u_{tr} = \sqrt{\mu}\left(\frac{\omega_0}{\omega_{pe}}\right)^4 \Delta\theta_0^2$ – безразмерная пороговая энергия. Из (2.4) легко видеть, что при $u_0 < u_{tr}$ для любого k инкремент становится отрицательным, т.е. неустойчивости нет. Подчеркнем следующую из вышеприведенных формул существенность рассмотрения конечного, хотя и малого, углового разброса $\Delta\theta_0$ падающего излучения. Работа /6/, на результатах которой основана часть излагаемых здесь исследований, была, вероятно, первой, в которой учтен конечный угловой разброс. Наконец, $f(\theta)$ характеризует угловое распределение падающего излучения. Мы выберем ее в виде

$$f(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\Delta\theta_0} \exp\left[-(\theta - \theta(k))^2 / 2\Delta\theta_0^2 \right]. \qquad (2.6)$$

Здесь $\theta(k)$ дается (2.3). Из (2.5) видно, что область генерации колебаний на плоскости (k, θ) представляет собой полосу малой ширины (при достаточно малых $\Delta\theta_0$).

Нелинейный инкремент перекачки дается формулой /7/

$$\gamma^s_{нел.} = \frac{\sqrt{2\pi}\, T_i}{V_i^3 m_i^2 n} \int d\vec{K}_1 W_{\vec{K}_1} \left(\frac{\vec{K}\vec{K}_1}{KK_1} \right)^2 [\vec{K}\vec{K}_1]^2 \frac{\omega_-^s}{\omega^s_{\vec{K}} |K_-|^3} \exp\left[-\frac{\omega_-^{s\,2}}{2V_i^2 |K_-|^2} \right]. \qquad (2.7)$$

Здесь V_i – тепловая скорость ионов; $\omega_-^s = \omega^s_{\vec{K}} - \omega^s_{\vec{K}_1}$; $\vec{K}_- = \vec{K} - \vec{K}_1$; $\omega^s_{\vec{K}} = K V_s$; $d\vec{K} = K^2 dK \sin\theta\, d\theta\, d\varphi$.

После ряда преобразований выражение (2.7) приобретает вид

$$\gamma^s_{нел.} = \frac{\sqrt{2\pi}}{V_i m_i n} \int d\vec{K}_1 W_{\vec{K}_1} \frac{(K_1 - K) K^2 K_1}{|\vec{K} - \vec{K}_1|^3} \sin^2(\widehat{\vec{K}, \vec{K}_1}) \cos^2(\widehat{\vec{K}, \vec{K}_1}) \cdot \qquad (2.8)$$
$$\cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\nu_i}{\nu_e} \right)^{\frac{2}{3}} \mu^{-\frac{1}{3}} \frac{(K - K_1)^2}{|\vec{K} - \vec{K}_1|^2} \right].$$

Здесь мы ввели электронную и ионную столкновительные частоты затухания ν_e и ν_i , ибо именно они в дальнейшем будут фигурировать в качестве параметров задачи. Спектральная плотность энергии ионно-звуковых колебаний здесь определена посредством равенства

$$W^s_{\vec{K}} = \frac{\omega^s_{\vec{K}} N^s_{\vec{K}}}{(2\pi)^3} \quad ; \qquad \int W^s_{\vec{K}}\, d\vec{K} = W_0 .$$

Введем безразмерные переменные

$$x = \frac{K}{K_\Delta} \;;\; W_{x\theta} = \frac{2\pi K^2 K_\Delta \sin\theta}{n T_e} W_{\vec{K}} \;;\; \tau = \gamma t \quad \left(\gamma = \gamma_{K\,max} \simeq \sqrt{\frac{2\mu}{\pi}}\, K_0 V_s \frac{u_0}{u_{tr}} \right).$$

Тогда получаем окончательный вид уравнения (2.4), пригодный для численного моделирования:

$$\partial_\tau W_{x\theta} = \Delta\theta_0 W_{x\theta} \left[\gamma_{x\theta} + \int dx_1 d\theta_1 d\varphi_1\, Q(\vec{x}, \vec{x}_1) W_{x_1\theta_1} \right]. \qquad (2.9)$$

Здесь

$$\gamma_{x\theta} = \sqrt{2\pi} \left\{ f(\theta)\left[x\, h(1-x) + h(x-1) \right] - \frac{u_{tr}}{u_0} x \right\}; \qquad (2.10)$$

$$Q = A \cos^2(\widehat{\vec{x}, \vec{x}_1}) \sin^2(\widehat{\vec{x}, \vec{x}_1}) \frac{x^2 x_1 (x - x_1)}{|x - x_1|^3} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\nu_i}{\nu_e}\right)^{\frac{2}{3}} \mu^{-\frac{1}{3}} \frac{(x - x_1)^2}{|\vec{x} - \vec{x}_1|^2}} ; \qquad (2.11)$$

$$A = \left(\frac{\nu_i}{\nu_e} \right)^{\frac{1}{3}} \mu^{-\frac{2}{3}} \frac{u_{tr}}{u_0} \;;\quad |\vec{x} - \vec{x}_1| = \sqrt{x^2 + x_1^2 - 2xx_1 \cos(\widehat{\vec{x}, \vec{x}_1})}. \qquad (2.12)$$

Для счета были выбраны следующие параметры:

$\nu_e = 10^{12}$; $\nu_i = 3\cdot 10^{10}$; $\Delta\theta_0 = 10^{-1}$. Превышение над порогом было взято значительным: $u = \frac{u_0}{u_{tr}} = 8$; при этом колебания возбуждаются в области $0 < K < 8K_\Delta = 1{,}6 K_0$.

Методика численного эксперимента, контроль точности счета аналогичны описанным в I части работы.

§ 4. Обсуждение результатов

На рис.I-3 представлены результаты численного эксперимента - графики функций $\ln (W_{x\theta}/W_T)$ в моменты времени τ = II, I4, I6. (Здесь $W_T (x, \theta) = 10^{-4}$ - энергия теплового шума).

Рис.I иллюстрирует начальную стадию развития неустойчивости - возникновение и рост числа ионно-звуковых колебаний в области, дающейся соотношением (2.II), с максимумом при X=I. "Провалы" на линии, вдоль которой распределена спектральная плотность энергии, связаны с малым числом точек, в которых считается $W_{x\theta}$ по переменной θ: брать большее число точек не позволяют возможности даже мощной ЭВМ. Отметим, что это явление не возникало в предыдущих задачах ввиду более простой, чем (2.II), связи между x и θ.

Рис.2 демонстрирует картину развитой ионно-звуковой неустойчивости. Распределение в целом имеет довольно сложный характер. Индуцированное рассеяние на ионах приводит к росту колебаний в различных областях плоскости (θ, k), в частности, при углах, больших $\pi/2$. Отметим аналогию с задачей ч.I настоящей работы: с одной стороны, происходит относительная изотропизация за счет появления колебаний при $\theta > \pi/2$, с другой стороны - колебания преимущественно концентрируются в области $\theta \approx \pi/2$; $0 < x < 1$ ($0 < k < k_\Delta$).

Рис.3 дает последнюю стадию развития неустойчивости. Колебания распределены сложным образом практически по всей области (k, θ), но их уровень в области $k \sim 0$, $\theta \sim \pi/2$ превышает на несколько порядков средний уровень в остальной части области. Тем самым подтверждается качественный вывод проведенного выше рассмотрения о резкой

анизотропии ионно-звуковых колебаний, возбуждаемых лазерным пучком с малым разбросом.

На рис.4 представлен график анизотропии $\mu(t)$, введенной в ч.I, формула (I.7). Поведение этой функции аналогично поведению анизотропии ленгмюровских колебаний, возбуждаемых релятивистским электронным пучком: резкий рост в начале развития неустойчивости и высокий уровень в течение всего процесса с тенденцией к дальнейшему росту.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследование различных моделей, проведенное в настоящей работе, а также в /8/, позволяет сделать принципиальный вывод: резко анизотропные распределения турбулентных волн являются скорее правилом, чем исключением, при рассмотрении не слишком длительных процессов, когда колебания еще не сконденсированы в области $k \sim 0$. В этом смысле во многих задачах может оказаться более разумным приближение $W(\theta) \sim \delta(\theta - \theta(k))$, чем традиционное $\partial W/\partial\theta = 0$ /9/.
Проблема поведения сконденсированных спектров требует дальнейших исследований.

Авторы благодарны Е.П.Жидкову и М.Г.Мещерякову за поддержку.

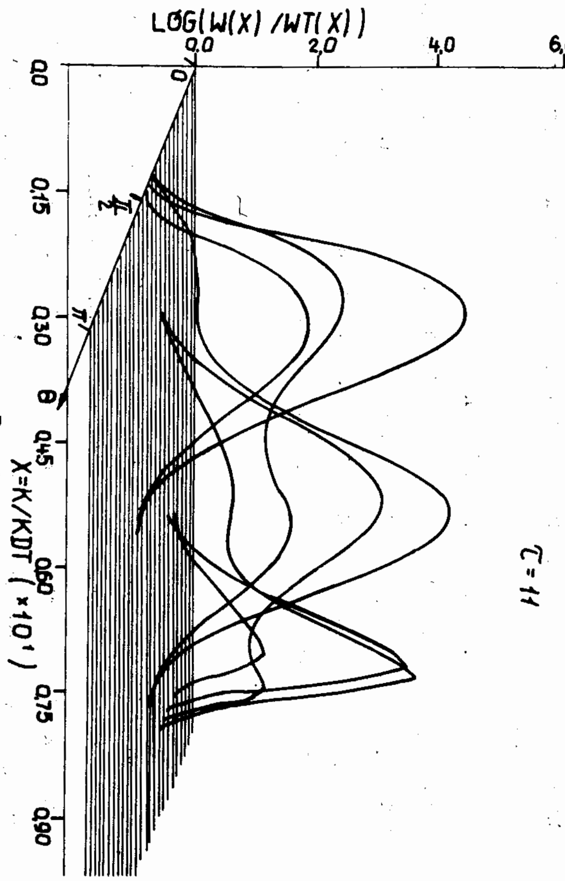

Рис.I.

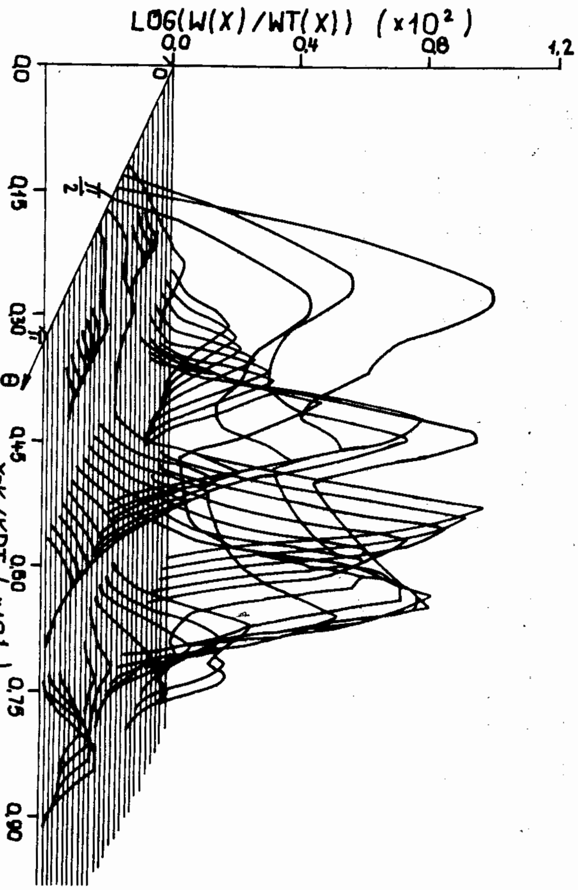

Рис.2.

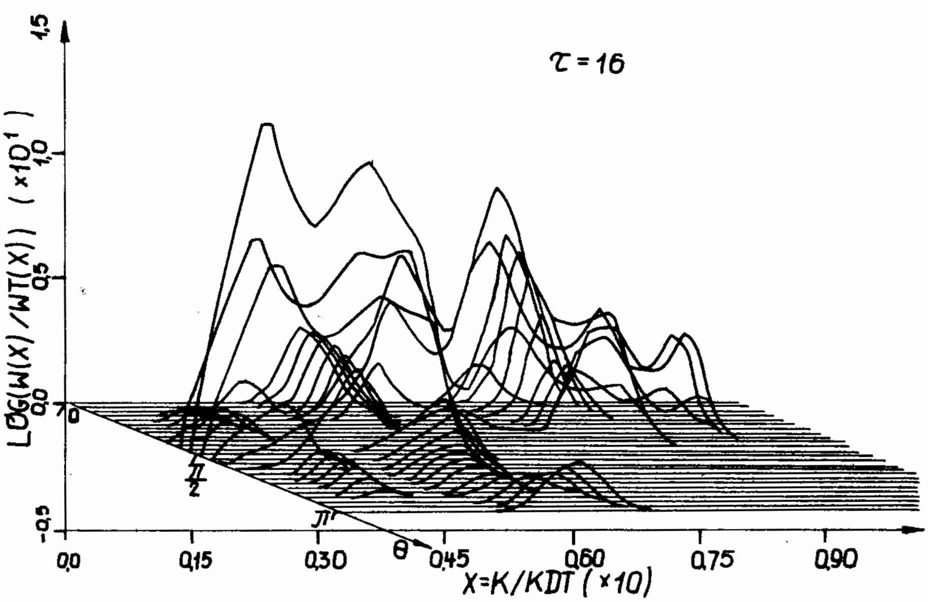

Рис.3.

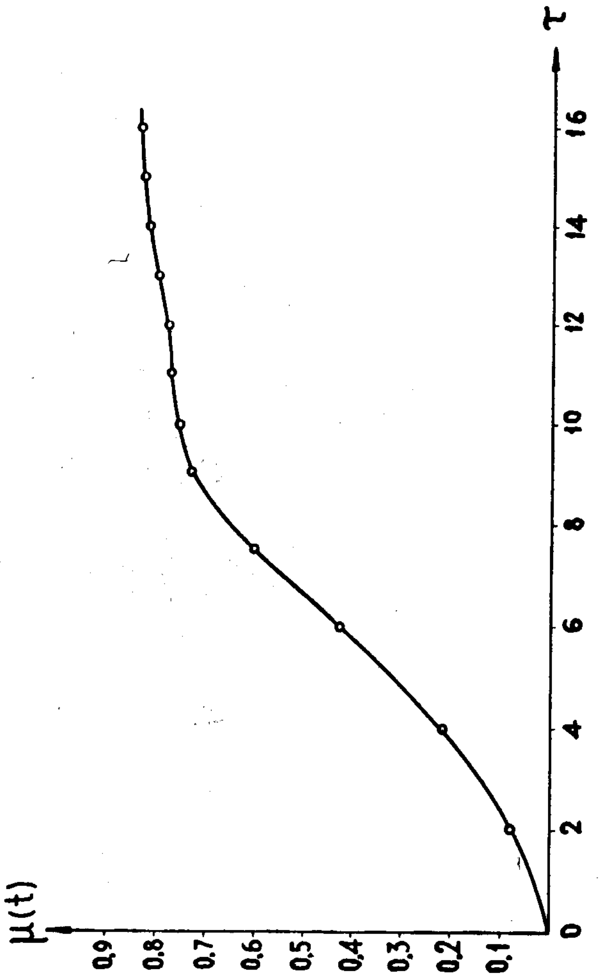

Рис.4.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б.С.Гетманов, В.Г.Маханьков. ОИЯИ, Р11-9112, Дубна, 1975.
2. V.G.Makhankov, V.N.Tsytovich. JINR, E4-6716, Dubna, 1972; Physica Scripta, 7, 234, 1973.
3. Boris et al. Phys. Rev. Let., 25, 706, 1970.
4. А.А.Галеев и др. Письма в ЖЭТФ, 17, 48, 1973.
5. С.А.Каплан, В.Н.Цытович. Плазменная астрофизика, Наука, М., 1972.
6. Б.С.Гетманов, В.Г.Маханьков. ОИЯИ, Р4-6952, Дубна, 1973.
7. В.Н.Цытович. Теория турбулентной плазмы, Атомиздат, 1971.
8. Л.В.Бобылева, Б.С.Гетманов, Е.П.Жидков, В.Г.Маханьков. ОИЯИ, Р11-8261, Дубна, 1974; "Plasma Physica" (в печати).
9. В.Е.Захаров, С.Л.Мушер, А.М.Рубенчик. Письма в ЖЭТФ, 19, 249, 1974.

Рукопись поступила в издательский отдел
5 августа 1975 года.