

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

4096/2-75



24/2-75

P11 - 9112

e

Г-443

Б.С.Гетманов, В.Г.Маханьков

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ДИНАМИЧЕСКИХ ТРЕХМЕРНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ
ФИЗИКИ СЛАБОТУРБУЛЕНТНОЙ ПЛАЗМЫ . I.

1975

P11 - 9112

Б.С.Гетманов, В.Г.Маханьков

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ДИНАМИЧЕСКИХ ТРЕХМЕРНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ
ФИЗИКИ СЛАБОТУРБУЛЕНТНОЙ ПЛАЗМЫ . I.

Направлено в журнал "Физика плазмы"

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

При теоретическом изучении слабой турбулентности обычно пренебрегают угловой зависимостью спектральной функции распределения энергии, т.е. полагают распределение изотропным /1/. В реальных условиях турбулентность, генерируемая, например, в процессах типа пучковой или распадной неустойчивости, является обычно анизотропной, а индуцированный характер процесса генерации колебаний ($W_p \sim e^{\gamma t}$) приводит к резкой анизотропии возникающего распределения. Основным механизмом, который может привести к изотропизации как ленгмювской, так и ионно-звуковой турбулентности (мы рассматриваем плазму без магнитного поля), является индуцированное рассеяние плазмонов на ионах. Вместе с тем этот процесс приводит к уменьшению среднего волнового числа пакета колебаний, т.е. к перекачке энергии по спектру в сторону малых k . Генерация колебаний обычно происходит в области волновых чисел $k_x < k_y < k_d$ ($k_x = \frac{\omega_{pe} v_i}{3 v_e^2}$;

$k_d = \omega_{pe} / v_e$). Распределение можно полагать изотропным, если оно становится таковым прежде, чем пакет сдвинется в область

$k \sim k_x$, так как при $k < k_x$ процесс перекачки носит интегральный характер ($\Delta k \sim k$) и скорость его весьма велика. Точная количественная характеристика "изотропности" распределения будет дана ниже.

В работе /2/ впервые изучалась динамика трехмерной ленгмюровской турбулентности в "чистом виде" и было показано в численных экспериментах, что изотропизация является гораздо более медленным процессом, чем предполагалось. Кроме того, было открыто явление нелинейного зашпиравания узких по k и углу пакетов в ограниченной области координатного пространства, оценена количественно скорость изотропизации с помощью введенной функции "анизотропии", найдена область применимости изотропного приближения, оказавшаяся весьма ограниченной, а также качественно предсказан характер эволюции некоторых распределений ленгмюровских волн. Рассмотрение эволюции ленгмюровской турбулентности в /2/ носило модельный характер в том смысле, что 1) начальные пакеты выбирались в специальном виде, чтобы выявить характерные черты этой эволюции; 2) пренебрегалось процессами генерации и затухания колебаний. Главный качественный вывод /2/ состоит в подтверждении гипотезы о важности исследования трехмерных задач, или, другими словами, в недостаточности ограничения приближением изотропной турбулентности при изучении конкретных физических процессов, в которых важен учет угловой зависимости спектральной функции распределения.

Уравнения, описывающие динамику трехмерных распределений волн, являются нелинейными интегро-дифференциальными и многомерными и достаточно сложны для того, чтобы подавляющее большинство аналитических исследований не выходило за рамки качественных оценок. Только численный эксперимент может дать полную картину эволюции. Ясно, кроме того, что окончательное и полное решение вопроса о существовании и форме стационарных спектров невозможно без рассмотрения анизотропных распределений.

В настоящей работе, которая является логическим продолжением /2/, рассматриваются две конкретные задачи, в которых важно понимание характера эволюции спектральной функции по углам. В первой части моделируется динамика трехмерной ленгмюровской турбулентности, возбуждаемой релятивистским электронным пучком, во второй — исследуется проблема аномального рассеяния в процессе турбулентного нагрева плазмы лазерным излучением (с учетом углового разброса светового пучка), сводящаяся к изучению динамики анизотропной ионно-звуковой турбулентности, возбуждаемой лазерным пучком. Некоторые результаты, представленные здесь, вкратце описаны в /3/.

I. Моделирование динамики ленгмюровской турбулентности, возбуждаемой при торможении в плазме релятивистского электронного пучка

§ I. Предварительные соображения

Проблеме взаимодействия мощных лазерных и релятивистских электронных пучков с плазмой в последние годы уделяется значительное внимание /4-15/ в связи с созданием возможностей получения таких пучков /10-12/ и с идеей использования этих пучков для нагрева плазм до термоядерных температур /16/.

Представляют интерес вопросы о путях и величине передачи энергии от пучка к плазме, об эффективности возбуждения турбулентности, дальнейшей ее эволюции и т.д. Оценка перспектив этого метода нагрева плазмы требует исследования коллективных механизмов взаимодействия пучка с плазмой, ибо торможение пучка за счет парных столкновений является обычно весьма неэффективным. В этой части работы будут обсуждаться только релятивистские электронные пучки.

Существующие эксперименты /11-12/ свидетельствуют о том, что эффективность торможения релятивистских пучков в плазме значительно ниже, чем нерелятивистских. Физически это связано, вероятно, с ростом эффективности нелинейных эффектов взаимодействия продольных колебаний плазмы при увеличении фазовых скоростей плазменных волн и с релятивистским утяжелением электронов пучка. В рамках квазилинейного приближения задача о релаксации электронного пучка в плазме с фиксированными во времени параметрами решена в работах /4,7,8/ как для однородной, так и неоднородной плазмы. Однако во многих практически важных случаях критерий применимости квазилинейного приближения не выполняется /4/, поэтому исследование нелинейного режима релаксации приобретает особый интерес. В работе /17/ показано, что эволюция ленгмюровской турбулентности, возбуждаемой электронным пучком, может привести к стабилизации пучковой неустойчивости. Большая эффективность нелинейных взаимодействий приводит к быстрой перекачке плазменных колебаний из области генерации в область малых волновых чисел: при этом функция распределения пучка не успевает измениться заметным образом из-за воздействия колебаний. Энергия колебаний, возбуждаемых пучком, перекачивается в нерезонансную с ним область, где колебания перестают взаимодействовать с электронами пучка. Накопление колебаний в области малых волновых чисел приводит к появлению сильного декремента затухания в области генерации, сравнимого с инкрементом неустойчивости, что ведет к прекращению генерации колебаний в резонансной области и к "замораживанию" энергии колебаний, взаимодействующих с пучком, на весьма низком уровне. В работе /18/ утверждается, что четырехплазменные взаимодействия могут препятствовать накоплению колебаний в длинноволновой части спектра, "разбрасывая" колебания, тем самым способствуя уменьшению эффективности

перекачки в нерезонансную область и увеличению эффективности релаксации. Однако согласно результатам работы /19/, плазмон-плазменные взаимодействия приводят к еще более быстрой трансформации спектра в область малых K , повышая тем самым эффективность нелинейной стабилизации. Возможность возврата колебаний обратно в резонансную область можно видеть скорее в процессах типа солитонной турбулентности /20,21/ и коллапса /22,23/.

Конкретными процессами, приводящими к перекачке энергии колебаний по спектру и отводу ее из резонансной области, являются индуцированное рассеяние плазмонов на электронах и ионах плазмы. Модель релаксации, построенная на первом процессе, подробно рассматривалась в /14/, а построенная на втором - в работе /5/, причем в последней было справедливо отмечено, что индуцированное рассеяние на ионах является гораздо более эффективным и быстрым процессом отвода колебаний из резонансной области, чем рассеяние на электронах в широкой области параметров

$$T_i \geq T_e \frac{m_i}{m_e} \left(\frac{v_e}{v_{\phi}} \right)^2 \quad (v_{\phi} = \omega_{pe}/k).$$

Результаты обеих работ, однако, носят качественный характер: в последней также делается необоснованное утверждение об изотропизации спектра генерируемых колебаний как о наиболее быстром процессе во всей области $K < K_g$.

Отметим еще близкую по духу и отчасти по результатам к нашей работу /6/, в которой изучалась эволюция анизотропных распределений ленгмюровских волн в "дифференциальном" приближении ($K \gg K_*$) и был выявлен "струйный" характер спектров.

2. Постановка задачи

Пусть в однородную плазму с плотностью n инжектируется релятивистский электронный пучок с плотностью n_1 и средней скоростью v_1 . Корректное моделирование эволюции возбуждаемой неустойчивости требует выполнения ряда условий и ограничений на параметры задачи:

1) Прохождение тока через плазму вызывает, вообще говоря, явление по закону индукции обратного компенсирующего тока, который вносит свой вклад в нагрев плазмы как за счет омической диссипации, так и за счет генерации колебаний. Учет неустойчивости, связанной с обратным током, сильно усложняет задачу; в данной модели мы будем предполагать отношение n_1/n достаточно малым, а именно, таким, что скорость электронов обратного тока $v_2 = \frac{n_1}{n} v_1 \approx \frac{n_1}{n} c < v_e$, где v_e — тепловая скорость электронов плазмы. При этом условии невозможна генерация мегаметровских колебаний, а неустойчивость по отношению к возбуждению ионных колебаний имеет значительно меньшие инкременты.

2) Возбуждение колебаний рассматривается в приближении "монохроматического" пучка. Условие "монохроматичности" имеет вид [7]:

$$K |\Delta \vec{v}| < \gamma. \quad (I.1)$$

Здесь K — волновое число возбуждаемых колебаний, $\Delta \vec{v}$ — разброс по скоростям в пучке, γ — инкремент неустойчивости. При этом условии весь пучок находится в резонансе с каждой гармоникой возбуждаемых колебаний, неустойчивость является гидродинамической, и, следовательно, сильной. При отсутствии внешнего магнитного поля и

в пренебрежении собственным магнитным полем максимальный инкремент нарастания по продольному волновому числу $K_{||}$ достигается при $K_{||} = K_0 = \omega_{pe} / v_1$ и равен [4,7]

$$\gamma_0 = \frac{\sqrt{3}}{2^{3/2}} \omega_{pe} \left(\frac{n_1}{n \gamma_0} \right)^{1/2} \left(\frac{K_{||}}{K^2} \frac{1}{\gamma_0^2} + \frac{K_{\perp}^2}{K^2} \right)^{1/2}. \quad (I.2)$$

Здесь γ_0 — релятивистский фактор $(1 - v_1^2/c^2)^{-1/2}$. При этом с таким инкрементом раскачиваются колебания, частота которых близка к плазменной ω_{pe} . Возбуждение колебаний пучком сопровождается "размытием" его функции распределения, что ведет к нарушению условия монохроматичности и сильному уменьшению инкремента γ . В случае нерелятивистского пучка "гидродинамическая" стадия, соответствующая монохроматическому пучку, заканчивается очень быстро, и инкремент падает от значения $\sim \omega_{pe} \left(\frac{n_1}{n} \right)^{1/2}$ на гидродинамической стадии до $\omega_{pe} \cdot \frac{n_1}{n}$ при $|\Delta \vec{v}| \sim v_1$. При релятивистских энергиях пучка, с одной стороны, происходит некоторое уменьшение инкрементов ввиду увеличения массы частиц. Зато за счет увеличения значения продольной массы заметный разброс по скоростям достигается при гораздо больших значениях энергий колебаний, сильно возрастает время гидродинамической стадии и, соответственно, доля энергии, теряемой пучком на этой стадии. В итоге мы приходим к следующему условию.

3) Рассматривается сильно релятивистский пучок $(n_1/n)^{1/2} \gamma_0 \sim 1$, что оправдывает выбор инкремента в виде (I.2) и неизменным в течение всего времени развития и эволюции неустойчивости в данной модели.

4) Как указано в работе [4], нарушение монохроматичности и уменьшение инкремента может произойти за счет углового разброса пучка. Мы будем рассматривать пучок с небольшим начальным разбросом $\Delta \theta_0 < (n_1/n)^{1/2} \gamma_0^{-1/2}$ и рассматривать время развития процесса не настолько большим, чтобы увеличение углового разброса могло привести к нарушению условия монохроматичности.

5) Существенное влияние на эволюцию возбуждаемой турбулентности оказывает характер и скорость диссипации колебаний, трансформируемых в длинноволновую часть спектра. Слабое поглощение может привести к накоплению колебаний в области малых K , появлению мощного декремента в области генерации и полному срыву неустойчивости. В данной модели не рассматривается еще недостаточно исследованный механизм "разбрасывания колебаний" за счет процессов типа коллапса [22, 23] и солитонной турбулентности, и мы ограничиваемся введением только чисто столкновительного затухания.

В рамках данной модели процесс возникновения и эволюции ленгмюровской турбулентности описывается интегро-дифференциальным уравнением [1]

$$\partial_t N_{\vec{k}} = \gamma_{k\theta} N_{\vec{k}} - \nu_e N_{\vec{k}} + N_{\vec{k}} \int Q(\vec{k}, \vec{k}_1) N_{\vec{k}_1} d\vec{k}_1. \quad (I.3)$$

Здесь $N_{\vec{k}}$ - число ленгмюровских плазмонов; $\gamma_{k\theta} = \gamma_k \gamma_\theta$, где γ_k дается формулой (I.2), γ_θ - инкремент неустойчивости; ν_e - частота столкновительного затухания; $d\vec{k} = k^2 dk \sin \theta d\theta d\varphi$; $Q(\vec{k}, \vec{k}_1)$ - ядро интегрального члена - нелинейного инкремента - определяется формулой

$$Q(\vec{k}, \vec{k}_1) = \frac{\sqrt{2\pi}}{32} \frac{\omega_{pe}}{nT} \left(\frac{\vec{k} \vec{k}_1}{k k_1} \right)^2 \frac{(k_1^2 - k^2)}{|\vec{k}_1 - \vec{k}| k_*} \exp[-\omega_-^2 / 2 k^2 \nu_e^2];$$

$$(\vec{k}_- = \vec{k} - \vec{k}_1; \omega_- = \omega_{\vec{k}}^e - \omega_{\vec{k}_1}^e = \frac{3}{2} \nu_e (k^2 - k_1^2) / \omega_{pe}).$$

Здесь для простоты положено $T_e = T_i = T$. γ_k , дающий зависимость инкремента неустойчивости от k , мы выберем в виде

$$\gamma_k = \exp\left[-\frac{(k - k_0)^2}{2 \Delta k_0^2}\right], \quad (I.4)$$

где $k_0 = \omega_{pe} / \nu_e \approx \omega_{pe} / c$, Δk_0 - полуширина возбуждаемого спектра колебаний.

Введем плотность энергии пульсаций $W_{k\theta} = \frac{\omega_{pe} \sin \theta k^2}{(2\pi)^2} N_{\vec{k}}$, которая предполагается аксиально-симметричной, и безразмерные переменные $x = k/k_*$; $\tau = \bar{\gamma} t$; $W_{x\theta} = \frac{k_*}{nT} W_{k\theta}$. Здесь $\bar{\gamma}$ - максимальный инкремент неустойчивости: $\bar{\gamma} = (\sqrt{3}/2^{1/2}) \cdot \omega_{pe} (n/n_c)^{1/2}$.

После этого уравнение (I.3) приобретает вид, удобный для численного моделирования:

$$\partial_\tau W_{x\theta} = \gamma_{x\theta} W_{x\theta} - \bar{\nu} W_{x\theta} + W_{x\theta} \int Q(\vec{x}, \vec{x}_1) W_{x\theta} dx_1 d\theta_1 d\varphi_1, \quad (I.5)$$

где

$$\gamma_{x\theta} = (\cos^2 \theta \gamma_0^{-2} + 3 \sin^2 \theta) \exp[-(x - k_0/k_*)^2 / 2 \Delta x_0^2];$$

$$\bar{\nu}_e = (2^{1/2}/\sqrt{3}) \frac{\nu_e}{\omega_{pe}} \left(\frac{n \cdot \gamma_0}{n_c} \right)^{1/2};$$

$$Q = A \cos^2(\vec{x}, \vec{x}_1) \frac{x_1^2 - x^2}{|\vec{x}_1 - \vec{x}|} \exp\left[-\frac{(x_1^2 - x^2)}{8 |\vec{x}_1 - \vec{x}|}\right]; \quad (I.6)$$

$$\cos(\vec{x}, \vec{x}_1) = \cos \theta \cos \theta_1 + 3 \sin \theta \sin \theta_1 \cos \varphi;$$

$$A = \frac{2^{1/2}}{32 \sqrt{3} (2\pi)^{3/2}} \left(\frac{n \gamma_0}{n_c} \right)^{1/2}.$$

Математические соображения, выбор разностной схемы, методика численных расчетов аналогичны изложенным в [2]. Существенным отличием является отсутствие закона сохранения энергии в данной задаче в связи с наличием источников рождения и диссипации плазмонов, а также возможность значительных изменений величины модуля правой части уравнения (I.5) как следствие предыдущего факта. В связи с этим для обеспечения устойчивости особенно важна автоматическая подстройка шага по времени: шаг выбирался в виде

$$h_\tau = 10^{-2} / (\max \bar{\nu}_e + \max |\gamma_{x\theta}| + \max |\gamma_{\text{нес.}}|),$$

где $\gamma_{нел.}$ — нелинейный инкремент перекачки. Отлаженность программы на более простой задаче работы ^{12/} (с сохранением нормы $W_{x\theta}$) давала достаточную гарантию достоверности результатов. Кроме того, контролировалась близость к нулю сохраняющейся величины

$$R = \int \Omega w_{\vec{x}} w_{\vec{r}} d\vec{x} d\vec{r} \quad (\text{равной нулю в силу антисимметрии ядра}).$$

Отношение R/RA ($RA = R(1\theta)$) не превышало 10^{-3} на протяжении всего счета.

§ 3. Обсуждение результатов

Начальные данные с учетом ограничений, следующих из данной модели и изложенных выше, выбирались следующие: $n = 5 \cdot 10^{22}$; $n_c = 10^{18}$; $v_e = 10^{12}$; $T_e = T_i = 1$ кэВ; $\gamma_0 = 20$. При этом легко показать, что $K_0 \approx \frac{\omega_{pe}}{c} \approx 6 K_*$. γ_K — зависимость инкремента от K — выбиралась гауссоподобной с весьма малой шириной: $\Delta x_0 = 1/\sqrt{50}$. Таким образом, зависимость инкремента от x (в безразмерных переменных) имеет вид

$$\gamma_x = \exp[-100(x-6)^2].$$

Процесс развития и эволюции турбулентности иллюстрируется рис. 1-4. Рис. 1 представляет начальную стадию турбулентности — возникновение и накопление колебаний в области генерации преимущественно под углом $\sim \pi/2$ в силу индуцированного характера процесса ($W_{x\theta} \sim e^{\gamma_{x\theta} \tau}$). При этом нарастает нелинейный инкремент перекачки с максимумом в $K \sim 3K_*$. По достижении определенного уровня колебаний в области генерации в игру эффективно вступают нелинейные взаимодействия и начинается быстрый рост колебаний в широкой области по K с центром в максимуме инкремента. В момент времени $\tau = 14$ уровни турбулентности в обеих областях сравниваются будучи равными $\sim 5 \cdot 10^1$ в безразмерных единицах, что видно из рис. 2.

Однако спектральный объем вновь возникшего пакета гораздо больше, чем первоначального, так как новый пакет гораздо шире по K . Подчеркнем, во-первых, что мы имеем здесь дело с сателлитной перекачкой, вполне аналогичной одномерному случаю, если рассматривать фиксированные углы, меньшие $\pi/2$. Сателлитный характер перекачки довольно очевиден из соображений, изложенных в работе ^{19/}: начальный пакет очень узок и расположен относительно далеко за K_* . Однако теперь ясно, что в дальнейшем перекачка будет носить интегральный характер: новый пакет весьма широк по K и расположен достаточно близко к K_* . Эволюция углового распределения представляется достаточно интересной. С одной стороны, распределение становится все более анизотропным в силу того, что накопление колебаний в начальной стадии происходит преимущественно под углами, близкими к $\pi/2$, т.е. получающееся распределение близко к "дисковому" (см. ^{12/}), весьма устойчивому в процессе эволюции. Из рис. 2 и последующих "дисковый" характер распределения достаточно ясно виден (подчеркнем, что на рисунках показан логарифм $W_{x\theta}$).

С другой стороны, в определенном смысле происходит изотропизация колебаний, а именно, происходит перекачка в углы, большие $\pi/2$, рождение колебаний в которых запрещено. Этот процесс по скорости сравним с перекачкой по k или даже медленнее ее и приводит к симметризации распределения по углу в интервале $[0, \pi]$, но не сравним со скоростью накопления энергии в углах, близких к $\pi/2$. В этом смысле распределение становится все более анизотропным.

Рис. 3 иллюстрирует следующую стадию эволюции турбулентности. Непрерывная подкачка и быстрая перекачка энергии приводит к накоплению большого количества энергии в области $K < 3K_*$, причем

эффективность столкновительной диссипации пока недостаточна для того, чтобы ограничить уровень турбулентности. Широкий по K и все более симметризирующий по углу пакет быстро движется в длинноволновую область, увеличиваясь по амплитуде, создавая сильный декремент затухания в области генерации и ограничивая там уровень колебаний.

Наконец, рис.4 демонстрирует последнюю стадию рассматриваемого здесь процесса. Почти вся энергия колебаний сосредоточена в области вблизи $K \sim 0$. Распределение резко анизотропно с максимумом в $J_1/2$ и практически симметрично по углу. Уровень колебаний настолько велик, что турбулентность в области генерации практически полностью подавлена. На рис.5 представлен график введенной в /2/ функции "анизотропии" $\mu(w_{x\theta}, \tau)$, определяемой следующим образом:

$$\mu(w_{x\theta}, t) = \frac{1}{2W} \int |w_{x\theta}(t) - \bar{w}_x(t)| dx d\theta, \quad (I.7)$$

где $W = \int w_{x\theta} dx d\theta$ - норма $w_{x\theta}$, а $\bar{w}_x(t) = \frac{1}{\pi} \int w_{x\theta} d\theta$ - усредненное по углу распределение $w_{x\theta}$ с той же нормой. Ее поведение согласуется с рассмотренной выше эволюцией спектральной плотности энергии: резкий рост в начальный период развития неустойчивости до значения ~ 0.8 , затем небольшой спад при $\tau = 14$ в момент равенства амплитуд начального пакета и второго, возникшего за счет перекачки, и слабые осцилляции при тенденции к дальнейшему медленному росту по мере накопления колебаний в области K , близких к нулю. Таким образом, мы имеем здесь дело с нелинейной стабилизацией неустойчивости. Легко предсказать дальнейшую эволюцию процесса в данной модели. Уровень турбулентности в области малых K будет постепенно уменьшаться за счет диссипации, соответственно будет уменьшаться декремент затухания в области генерации; в определенный момент инкремент неустойчивости станет существенно преобладать, и описанный выше про-

цесс повторится с самого начала, имея в целом пульсирующий характер. При этом, разумеется, пренебрегается изменением функции распределения пучка, которое может существенно уменьшить инкремент неустойчивости за счет увеличения разброса по углу и скорости. Ясно также, что если генерация будет происходить достаточно далеко за K_* , пульсирующий характер процесса приведет с течением времени к появлению и распространению цепочки подобных пакетов, появляющихся в области, близкой к K_g , идвигающихся в длинноволновую область, постепенно уменьшаясь по амплитуде из-за диссипации. Причем в зависимости от соотношения параметров возможна и сателлитная, и интегральная, и смешанная перекачка (аналогично трем случаям работы /2/, если рассматривать усредненное по углу распределение). Наконец, необходимо подчеркнуть, что учет процессов типа коллапса, способных "разбрасывать" колебания, может изменить дальнейшую картину эволюции (см., например, /23/).

Авторы признательны А.А.Иванову за обсуждение постановки задачи, Е.П.Жидкову и М.Г.Мещерякову за поддержку.

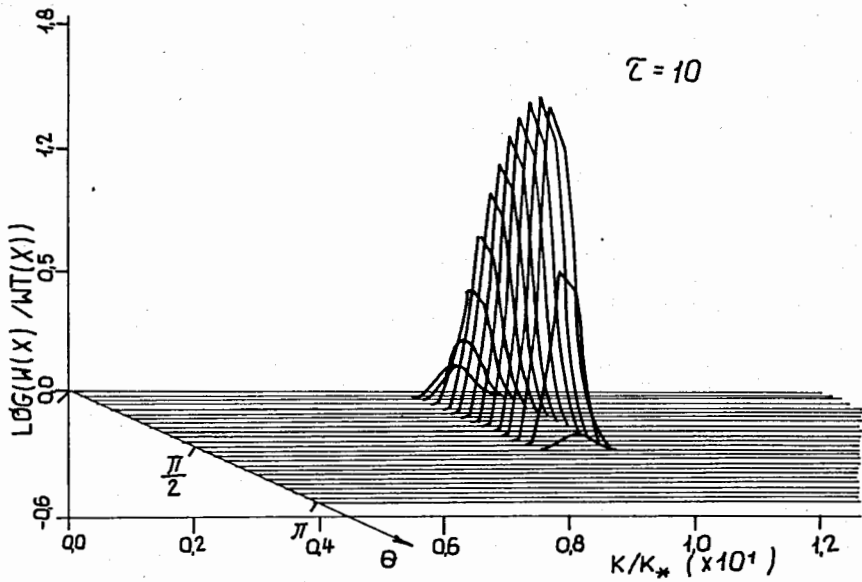


Рис.1

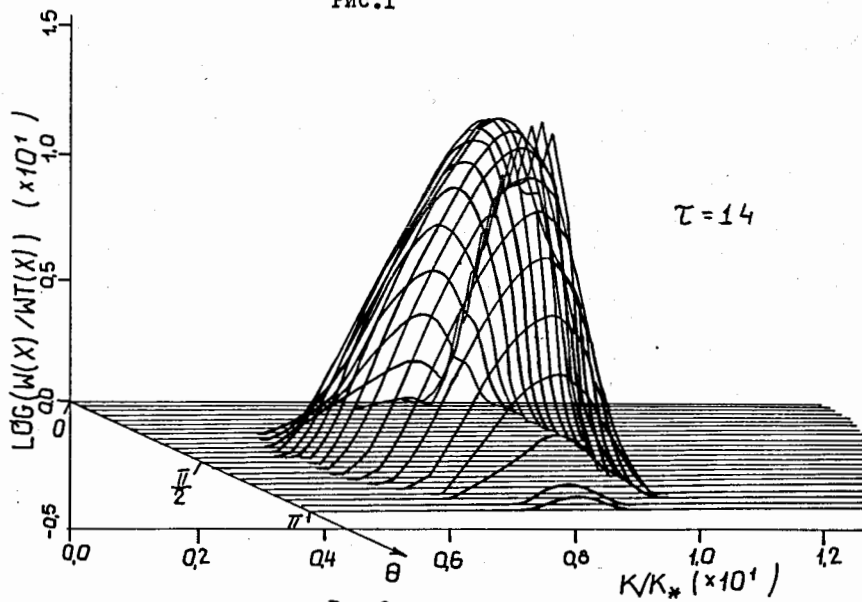


Рис.2

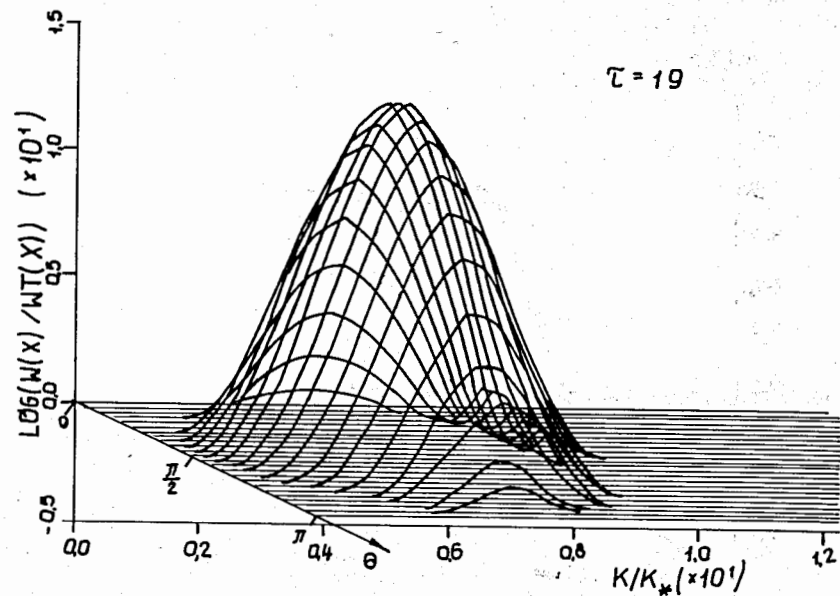


Рис.3

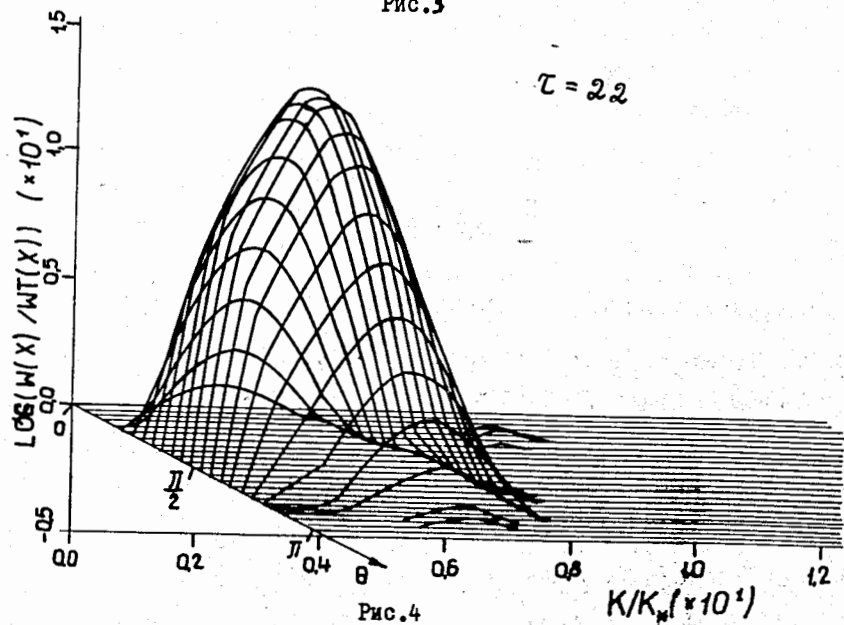


Рис.4

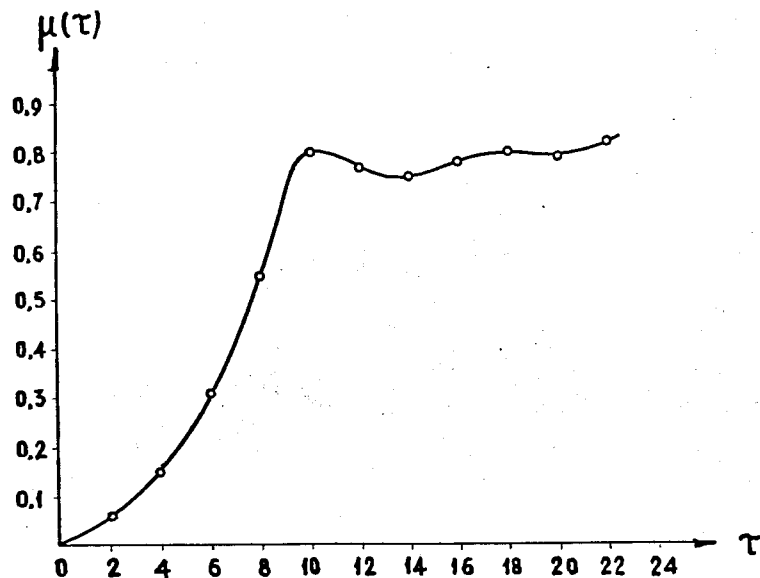


Рис.5

ЛИТЕРАТУРА

1. В.Н.Цытович. Теория турбулентной плазмы, Атомиздат, 1971.
2. Л.В.Босылева, Б.С.Гетманов, Е.Н.Жидков, В.Г.Маханьков. ОИЯИ, РИИ-8261, Дубна, 1974; "Плазма Physics" (в печати).
3. Б.С.Гетманов, Е.Н.Жидков, В.Г.Маханьков. ОИЯИ, ДЮ-7707, Дубна, 1974.
4. Л.И.Рудаков. ЖЭТФ, 59, 2091, 1970.
5. Б.Н.Брейзман, Д.Д.Рютов, П.З.Чеботаев. ЖЭТФ, 62, 4, 1972.
6. Б.Н.Брейзман, В.Е.Захаров, С.П.Мурер. ЖЭТФ, 64, 1927, 1973.
7. Я.Б.Файнберг, В.Д.Шапиро, В.И.Шевченко. ЖЭТФ, 57, 966, 1965.

8. Б.Н.Брейзман, Д.Д.Рютов. Письма в ЖЭТФ, 60, 408, 1971.
9. Б.С.Гетманов, В.Г.Маханьков. ОИЯИ, Р4-6952, Дубна, 1973.
10. T.N.Martin. IEEE Trans. Nucl. Sci. V.N.S. 16, 59, 1969.
11. E.Hammer, R.Rostoker. Phys. Fluids, 13, 1831, 1970.
12. W.H.Bennet, T.C.Roberts. Plasma Physics, 10, 381, 1968.
13. V.G.Makhan'kov, V.N.Tsyto'vich. JINR, E4-6716, Dubna, 1972.
14. J.P.Boris et al. Phys. Rev. Let., 25, 706, 1970.
15. А.А.Галеев и др. Письма в ЖЭТФ, 17, 48, 1973.
16. Л.И.Рудаков, А.А.Самарский. Труды VI Европейской конференции по физике плазмы Москва, 1973. Изд. ОИЯИ, Дубна, 1973.
17. В.Н.Цытович, В.Д.Шапиро. Nucl. Fusion, 5, 228, 1965.
18. В.Н.Цытович. Труды ФИАН, 66, 173, 1973.
19. Б.С.Гетманов, В.Г.Маханьков, Б.Г.Шинов. ОИЯИ, Р9-6432, 1972.
20. Kh.O.Abdulloev, I.L.Bogolubsky, V.G.Makhan'kov. Phys. Lett. A48, 161, 1974.
21. Л.М.Дегтярев, В.Г.Маханьков, Л.П.Рудаков. ЖЭТФ, 67, 533, 1974.
22. Л.М.Дегтярев, В.Е.Захаров. II Международная конференция по физике плазмы. Киев, 1974. Аннотации докладов.
23. Р.З.Сагдеев, В.Д.Шапиро. Там же.
24. Д.Д.Рютов. Там же.

Рукопись поступила в издательский отдел
5 августа 1975 года.