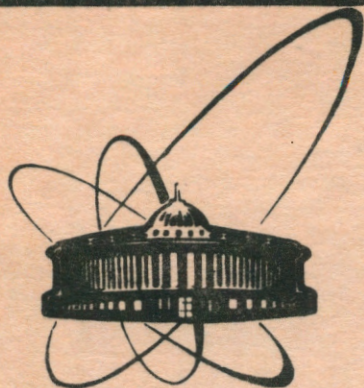


91-372



СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

P11-91-372

М.С.Касчиев<sup>1</sup>, Сл.Славов<sup>2</sup>

МОДЕЛИРОВАНИЕ КВАРЦЕВЫХ РЕЗОНАТОРОВ  
МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

---

<sup>1</sup>Институт математики БАН, София

<sup>2</sup>ИНТЕРКВАРЦ, София

1991

## 1. Введение

Основной задачей при разработке различных кварцевых резонаторов является вычисление их спектральных характеристик. В связи с этим в последние 10-15 лет в различных научных центрах мира активно разрабатываются самые разнообразные численные методы для определения спектра частот резонатора и другие необходимые для его проектирования величины. До недавнего времени с успехом использовались полуаналитические методы для определения этих величин [1-5]. Однако, в связи с разработкой новых резонаторов со сложной геометрией поперечного сечения, возрастающее влияние приобретает использование прямых численных методов для расчета спектральных характеристик резонатора [6,7], основанных на применении метода конечных элементов (МКЭ) [8,9]. Такой подход обеспечивает получение решения с заданной точностью, позволяет рассматривать резонаторы со сложными электродными и неэлектродными областями.

На протяжении ряда лет авторы данной работы занимались разработкой численных методов и программного обеспечения на

основе МКЭ для решения спектральных задач теоретической физики. Используя эти работы, был получен ряд новых результатов при решении уравнения Шредингера для различных квантово-механических систем [10,11], а также в теории электромагнитных резонаторов для ускоряющих структур линейных ускорителей элементарных частиц [12].

Цель данной работы состоит в разработке численных методов и соответствующего программного обеспечения для вычисления спектральных характеристик кварцевых резонаторов. Созданный программный продукт был использован для проектирования резонатора со сложной геометрией поперечного сечения.

## 2. Постановка задачи

В данной работе мы используем уравнение для перемещений, которое выведено в работах Тирстена [1,2]. Перемещение  $u(x_1, x_3)$  и собственная частота  $f$  являются решением спектральной задачи (будем придерживаться обозначений работы [2])

$$-\frac{M}{n} \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} - c_{55} \frac{\partial^2 u}{\partial x_3^2} + \frac{n^2 \pi^2}{(2h)^2} c_{66} u = \lambda u, \quad (1)$$

где  $\lambda = \rho \omega^2$ ,  $\rho = 2.649 \times 10^3$  [кг/м<sup>3</sup>] - плотность кварца,  $\omega$  - круговая частота. Решение  $u(x_1, x_3)$  ищется в области  $\Omega$  и на ее границе  $\Gamma$  удовлетворяет граничное условие

$$u(x_1, x_3) = 0, \quad (x_1, x_3) \in \Gamma. \quad (2)$$

Уравнение (1) квазитрехмерное и остается в силе, когда  $h/diam \ll 1$ . Здесь функция  $2h(x_1, x_3)$  моделирует толщину резонатора.

Рассмотрим некоторые типичные случаи. Для плоского резонатора имеем

$$2h(x_1, x_3) \equiv 2h_0 = const. \quad (3)$$

Здесь и всюду в дальнейшем через  $2h_0$  обозначена толщина резонатора в центре ( $x_1=0, x_3=0$ ). Далее, пусть область  $\Omega$  является кругом с диаметром  $D$ .

Для плосковыпуклого резонатора (рис.1) с радиусом  $R$  толщина  $2h$  определяется по формуле [2]:

$$2h(x_1, x_3) = 2h_0 - [R - (R^2 - x_1^2 - x_3^2)^{1/2}]. \quad (4)$$

Наконец, в случае дваждывыпуклого резонатора с одинаковым радиусом выпуклости  $R$  имеем

$$2h(x_1, x_3) = 2h_0 - 2R + 2(R^2 - x_1^2 - x_3^2)^{1/2}. \quad (5)$$

Константы  $M_n$  и  $\hat{c}_{66}$  в уравнении (1) определяются [2]

$$M_n = c_{11} + (c_{12} + c_{66})a + 4 \frac{(ac_{66} - c_{66})(ac_{22} + c_{12})}{\kappa \pi c_{22}} \cotg(\kappa \pi / 2), \quad \text{где}$$

$$\bar{c}_{66} = c_{66} + e_{26}^2 / \epsilon_{22}, \quad \kappa = (\bar{c}_{66} / c_{22})^{1/2},$$

$$a = (c_{12} + c_{66}) / (c_{66} - c_{22}),$$

$$\hat{c}_{66} = \begin{cases} \bar{c}_{66}, & (x_1, x_3) \in \Omega \setminus \Omega_e, \\ \bar{c}_{66} [1 - 8k_{26}^2 / (\pi)^2 - 2R], & (x_1, x_3) \in \Omega_e, \end{cases} \quad (6)$$

где  $k_{26}^2 = e_{26}^2 / (c_{66} \epsilon_{22})$ ,  $\Omega_e$  - область электрода,  $n = 1, 3, 5, 7, \dots$

Здесь  $R = 2 \rho' h' / \rho h_0$ ,  $\rho'$  - плотность металла покрытия электрода, а  $2h'$  - толщина покрытия. В этих выражениях константы  $c_{kl}$  являются компонентами тензора эластичности, которые при срезе кварца под углом  $\theta = 35^\circ 20'$  равняются

$$c_{11} = 86,74 \times 10^9, \quad c_{22} = 129,77 \times 10^9, \quad c_{33} = 102,84 \times 10^9, \quad c_{44} = 38,61 \times 10^9,$$

$c_{55} = 68,81 \times 10^9$ ,  $c_{66} = 29,01 \times 10^9$ ,  $c_{12} = -8,26 \times 10^9$ ,  $c_{13} = 27,15 \times 10^9$ ,  
 $c_{14} = -3,65 \times 10^9$ ,  $c_{23} = -7,42 \times 10^9$ ,  $c_{24} = 5,70 \times 10^9$ ,  $c_{34} = 9,92 \times 10^9$ ,  
 $c_{56} = 2,53 \times 10^9$ ,  $e_{26} = -0,095$  - пьезоэлектрическая постоянная, и  
 $\epsilon_{22} = 38,82 \times 10^{-12}$  - диэлектрическая постоянная.

Отметим следующее важное обстоятельство при решении задачи (1)-(2). В литературе принято классифицировать частоты тремя индексами  $n, m, p$ , где через  $m$  обозначено число нулей соответствующей волновой функции на оси  $x_1$ ,  $p$  - число нулей на оси  $x_3$ . Предположим, что области  $\Omega$  и  $\Omega_e$  симметричны относительно координатных осей. Тогда задачу (1) можем решать в области  $\bar{\Omega} = \{(x_1, x_3) \in \Omega, x_1 \geq 0, x_3 \geq 0\}$ . При этом граничные условия на осях в зависимости от искомой моды ставятся, как показано в таблице 1. Таким образом, имеем возможность сузить исходную область в четыре раза, а это нам позволит существенно снизить вычислительные ресурсы при численном решении задачи.

Наряду с определением частоты  $f = 2\pi\omega$ ,  $\omega = (\lambda / \rho)^{1/2}$  и волновой функции  $u(x_1, x_3)$  необходимо вычислить индуктивность  $L$  и динамическую емкость  $C$  резонатора. Эти величины определяются по формулам [2,3], которые имеют вид

$$L = \frac{\rho}{\epsilon_{26}^2} \int_{\Omega} u^2 h dx_1 dx_3 / \left( \int_{\Omega_e} u / h dx_1 dx_3 \right)^2, \quad C = 1 / (L\omega)^2. \quad (7)$$

Граничные условия на осях в зависимости от  $m$  и  $p$ . Таблица 1

$m$	$p$	$u(x_1, x_3)$	
четное	четное	$\left. \frac{\partial u}{\partial x_1} \right _{x_1=0} = 0$	$\left. \frac{\partial u}{\partial x_3} \right _{x_3=0} = 0$
четное	нечетное	$\left. \frac{\partial u}{\partial x_3} \right _{x_3=0} = 0$	$u(x_1, 0) = 0$
нечетное	четное	$u(0, x_3) = 0$	$\left. \frac{\partial u}{\partial x_1} \right _{x_1=0} = 0$
четное	нечетное	$u(0, x_3) = 0$	$u(x_1, 0) = 0$

Таким образом, сформулирована спектральная задача, из решения которой можно получить необходимые характеристики резонатора.

### 3. Метод численного решения

Как было отмечено во введении, для численного решения задачи (1),(2) воспользуемся методом конечных элементов [8,9]. Сначала сформулируем функционал Рэлея-Ритца этой задачи, который имеет вид

$$R(v) = \int_{\Omega} \left[ M_n \left( \frac{\partial v}{\partial x_1} \right)^2 + c_{55} \left( \frac{\partial v}{\partial x_3} \right)^2 + q v^2 \right] dx_1 dx_3 / \int_{\Omega} v^2 dx_1 dx_3, \quad (8)$$

$$q = \frac{n^2 \pi^2}{4 h^2} c_{66}.$$

Стационарные точки  $u(x_1, x_3)$  функционала  $R(v)$  являются

собственными функциями задачи (1)-(2), а значение  $R(u)$  совпадает с соответствующим собственным значением [8]. Дискретную задачу получим, аппроксимируя функционал (8) по МКЭ. В работе используются восьмиузловые сирендиповые изопараметрические конечные элементы на криволинейных четырехугольниках [8,9].

В области  $\Omega$  ( $\Omega_e$ ) построим конечноэлементную сетку  $\bar{\omega}$ , согласованную с границами  $\Gamma$  и  $\Gamma_e$  и удовлетворяющую условиям согласования [8]. Всюду в дальнейшем сетки строятся при помощи генератора сеток пакета программ MULTIMODE [13]. Пусть  $\bar{\omega}$  содержит  $N$  узлов и  $N_e$  элементов. Рассмотрим некоторый элемент  $e \in \bar{\omega}$  и обозначим через  $P_i^e = (x_{1i}^e, x_{3i}^e)$ ,  $i=1,2,\dots,8$ , координаты его узлов. В узлах канонического элемента  $G = \{-1 \leq r, s \leq 1\}$  определим функции формы  $N^T = [h_1(r,s), \dots, h_8(r,s)]$ . Вид этих функций дан в [14]. Интегралы в (8) представим в виде суммы от интегралов по всем элементам. Пусть через  $[u^e]^T = (u_1^e, \dots, u_8^e)$  обозначены неизвестные значения функции  $u$  в узлах элемента.

Рассмотрим однозначно-обратимое отображение  $X$  элемента  $e$  в квадрате  $G$ :

$$X : x_1^e(r,s) = \sum_{i=1}^8 x_{1i}^e h_i(r,s), \quad x_3^e(r,s) = \sum_{i=1}^8 x_{3i}^e h_i(r,s) \quad (9)$$

и интерполянт функции  $u$  в элементе  $e$ :

$$u^e(r,s) = \sum_{i=1}^8 u_i^e h_i(r,s). \quad (10)$$

Подставляя (9) и (10) в (8), получаем, что на элементе  $e$  удовлетворяется соотношение

$$K^e [u^e] = \lambda^e M^e [u^e]. \quad (11)$$

В этом соотношении  $K^e$  и  $M^e$  представляют собой локальные матрицы

жесткости и массы, которые определяются как

$$K^e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (B_e^T D_e B_e + q N N^T) |J_e| dr ds, \quad M^e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 N N^T |J_e| dr ds,$$

где  $J_e$  - якобиан преобразования (9),  $D_e = \text{diag}(M_n, c_{55})$ , а матрица

$B_e$  имеет вид

$$B_e = J_e^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial r} & \dots & \frac{\partial h_8}{\partial r} \\ \frac{\partial h_1}{\partial s} & \dots & \frac{\partial h_8}{\partial s} \end{pmatrix}.$$

Локальные матрицы  $K^e$  и  $M^e$  имеют размерность  $N \times N$ , но только 64 элемента, соответствующие номерам узлов, входящих в конечный элемент  $e$ , отличны от нуля. Далее, суммируя все локальные матрицы, получаем алгебраическую проблему собственных значений

$$K u = \lambda M u, \quad (12)$$

где  $K = \sum_{e=1}^{N_e} K^e$ ,  $M = \sum_{e=1}^{N_e} M^e$ . Эти матрицы симметричны, положительно определены и имеют ленточную структуру. Для любого собственного значения  $\lambda_i^e$  задачи (12) и соответствующего ему собственного значения  $\lambda_i$  задачи (1)-(2) справедлива оценка [8]

$$\lambda_i \leq \lambda_i^e \leq \lambda_i + 2 \delta h_e^4 \lambda_i^3, \quad (13)$$

где  $0 < \delta = \text{const}$ ,  $h_e$  - характерный шаг сетки  $\bar{\omega}$ . Точность приближенных собственных функций оценивается фактором  $O(h_e^3)$ .

Решение частичной обобщенной алгебраической проблемы собственных значений проводится методом итераций подпространств, развитым в монографии [9].

Все методы и алгоритмы реализованы в виде программного

продукта для РС АТ, в котором предусмотрено автоматизированное задание данных, генерация сетки, постобработка полученных результатов и т. д. В следующих параграфах представим результаты пакета при моделировании конкретных резонаторов.

#### 4. Численные эксперименты и результаты

Для проверки точности созданных программ были проведены контрольные расчеты некоторых известных в литературе резонаторов.

Рассмотрим резонатор, рассчитанный в работе [2, стр.1458], показанный на рис. 1. Используются приведенные в этой работе значения параметров. Для определения функции  $2h(x_1, x_3)$  используется формула (4).

Плосковыпуклый резонатор

Таблица 2

$n=1$ ,  $D=13,959\text{mm}$ ,  $D_e=9,3974\text{mm}$ ,  $h_0=0,343925\text{mm}$ ,  $R=0,001864$ ,  $R=106\text{mm}$

$N_e$	$N$	$m$	$p$	$f$ [kHz]	$L$ [mH]	$C$ [pF]
20	77	0	0	2508,05	286,09	14,07
		0	2	2684,42	760,49	4,62
		2	0	2729,11	934,73	3,62
45	160	0	0	2508,02	285,81	14,09
		0	2	2684,02	756,95	4,64
		2	0	2728,79	932,34	3,65
125	416	0	0	2508,017	285,76	14,0922
		0	2	2683,928	756,37	4,649
		2	0	2728,718	932,27	3,649
193	620	0	0	2508,0168	285,75	14,0925
		0	2	2683,919	756,31	4,6494
		2	0	2728,711	932,13	3,6496

В таблице 2 приведены результаты счета при использовании четырех вложенных сеток для выяснения точности разработанных схем.

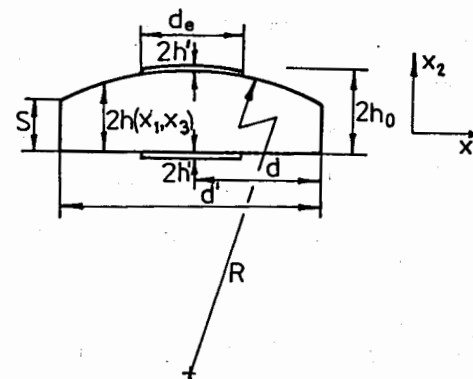


Рис.1

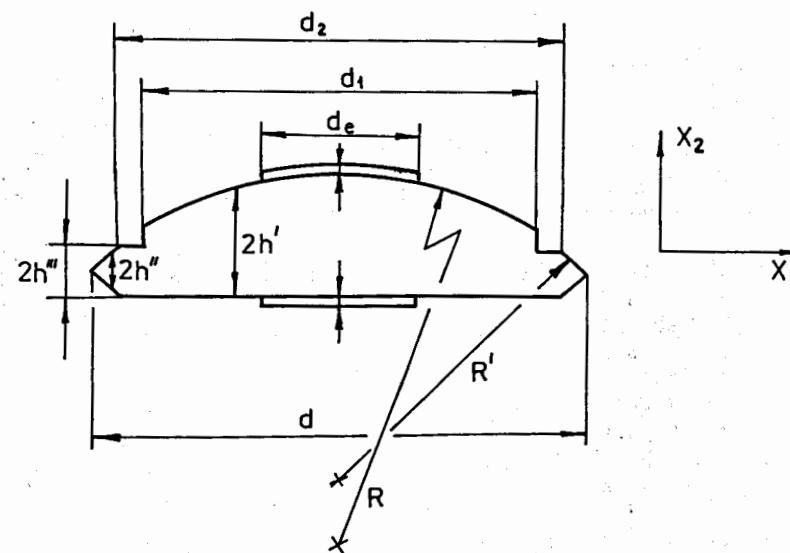


Рис.2

Из этой таблицы видно, что точность вычислений соответствует оценке (13), наблюдается монотонная сходимости сверху к собственному значению. Кроме этого видно, что необходимая точность вычисления достигается уже на первых двух сетках, то есть разработанные программы позволяют на крупных сетках получать надежные результаты.

В таблице 3 представлены полученные в данной работе результаты, которые сравниваются с данными из [2].

Результаты из табл. 3 подтверждают точность разработанных вычислительных схем и иллюстрируют их универсальность. Это

Сравнение с расчетами работы [2] Таблица 3

Результаты работы [2]				Данная работа				
$n$	$m$	$p$	$f_{расч.}$	$f_{эксп.}$	$C_{расч.}$	$C_{эксп.}$	$f_{расч.}$	$C_{расч.}$
1	0	0	2508,2	2505,5	14,24	13,61	2508,02	14,09
1	0	2	2684,0	2683,4	5,85	6,25	2683,92	4,65
1	2	0	2728,6	2727,7	4,64	2,16	2728,71	3,65
1	2	2	2891,0	2843,2	-	-	2892,80	0,15
3	0	0	7325,8	7325,8	0,5	0,52	7325,82	0,506
3	0	2	7510,9	7514,1	-	-	7511,10	-
3	2	0	7520,0	7520,1	-	-	7521,40	-
3	2	2	7700,5	7693,4	-	-	7701,9	-
5	0	0	12152,6	12154,1	-	-	12152,2	-
5	0	2	12339,6	12343,0	-	-	12339,4	-
5	2	0	12366,3	12367,7	-	-	12366,5	-
5	2	2	12550,1	12532,0	-	-	12550,2	-

обстоятельство позволяет нам приступить к моделированию одного резонатора, для которого определение спектральных характеристик на основе полуаналитических методов представляет, на наш взгляд, весьма и весьма трудную задачу.

Рассмотрим резонатор, показанный на рис. 2 (ПВ-П-ДВ резонатор). Структура поперечного сечения следующая:

Зона I (ПВ зона):  $0 \leq r \leq r_1$ . Имеем плосковыпуклый резонатор с радиусом  $R_I = 50\text{mm}$ .

Зона II (П зона):  $r_1 \leq r \leq r_2$ . Сечение ведет себя как плоская пластина.

Зона III (ДВ зона):  $r_2 \leq r \leq D/2$ . Толщина  $h(x_1, x_3)$  соответствует двавыпуклому резонатору с радиусом  $R_{III} = 30\text{mm}$ .

Задача состоит в определении размеров резонатора таким образом, чтобы частота  $f_{300} = 4865,6\text{kHz}$ . При конструировании ПВ-П-ДВ резонатора известно, что

$$h_{II}(r_2) = h_I(r_2), \quad h_{III}(r_2) = h_{II}(r_2). \quad (14)$$

Здесь через  $h_I$ ,  $h_{II}$ ,  $h_{III}$  обозначены значения толщины  $h$  для I, II и III зоны соответственно. Не вдаваясь в подробности, отметим, что для  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $D$  и  $h_0^I$  получились следующие значения:  $r_1 = 5,2\text{mm}$ ,  $r_2 = 6,35\text{mm}$ ,  $D = 14,9\text{mm}$ ,  $h_0^I = 0,52196\text{mm}$ . Из формул (3), (4), (5) и соотношений (14) следует, что  $h_0^{II} = 0,31953\text{mm}$  и  $h_0^{III} = 0,99927\text{mm}$ . Диаметр электродной области  $D_e = 8\text{mm}$ , а величина  $\hat{R}$ , характеризующая толщину серебряного покрытия электродов, после нескольких численных экспериментов получилась равной  $0,0045981\text{mm}$ . На основании полученных значений параметров был построен этот резонатор и были измерены его характеристики. В таблице 4 показаны результаты

Таблица 4

Сравнение вычисленных и измеренных частот ПВ-П-ДВ резонатора

$n$	$m$	$p$	$f_{\text{выч.}} [\text{kHz}]$	$f_{\text{изм.}} [\text{kHz}]$	$n$	$m$	$p$	$f_{\text{выч.}} [\text{kHz}]$	$f_{\text{изм.}} [\text{kHz}]$
1	0	0	1708,9	1700,0	3	0	0	4865,74	4865,7
1	0	2	1936,9	-	3	0	2	5091,03	5091,2
1	2	0	2002,1	-	3	2	0	5102,45	5100,1
1	0	4	2179,1	-	3	0	4	5318,57	-
1	2	2	2233,5	-	3	2	2	5325,99	-
1	4	0	2324,7	-	3	4	0	5342,40	5332,3
5	0	0	8039,2	8041,8	7	0	0	11203,7	11207,5
5	0	2	8265,2	8269,1	7	0	2	11430,7	11440,7
5	2	0	8297,7	8299,6	7	0	4	11667,8	11640,8
5	0	4	8495,6	8494,3	7	0	6	-	11885,5
9	0	0	14374,7	14378,0	11	0	0	17540,1	17544,1
9	0	2	14603,7	14606,5	11	0	2	17772,2	17773,9
9	2	0	14633,4	14624,8	11	2	0	17791,3	-
9	0	4	14852,3	14835,1	11	0	4	18025,2	-

вычислений и значения измеренных величин. Конечноэлементная сетка  $\omega$  содержит 192 элемента (625 узлов).

Из таблицы видно, что максимальная относительная погрешность результатов составляет 0,18%. Это снова подтверждает высокую точность разработанных вычислительных схем и возможность при их помощи моделировать резонаторы со сложной геометрией.

На рис. 3 показаны фотографии экспериментальных измерений, а на рис. 4—линии уровней для соответствующих собственных функций.

##### 5. Заключение

В работе предложена вычислительная схема на основе метода конечных элементов для численного моделирования кварцевых

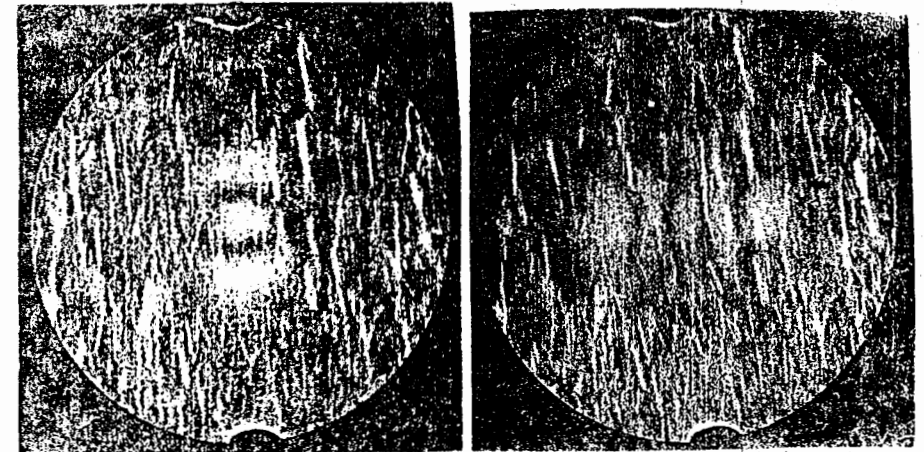
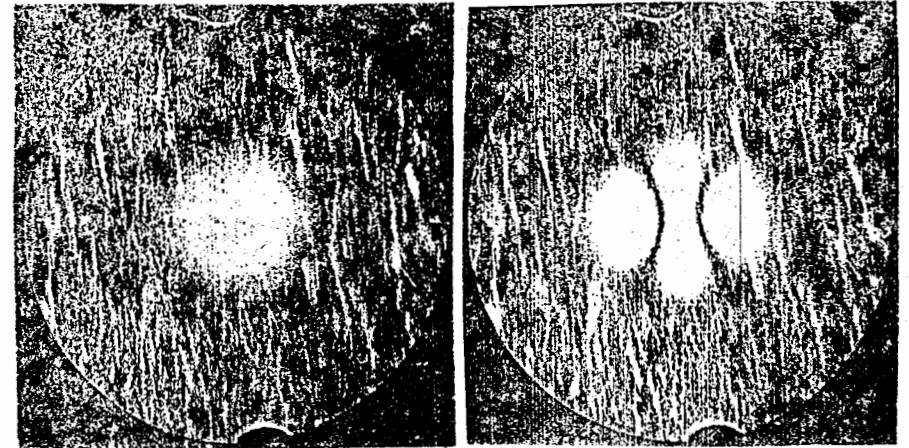
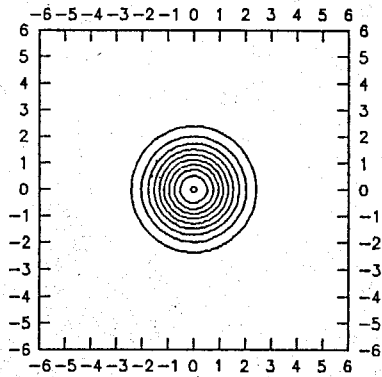


Рис. 3

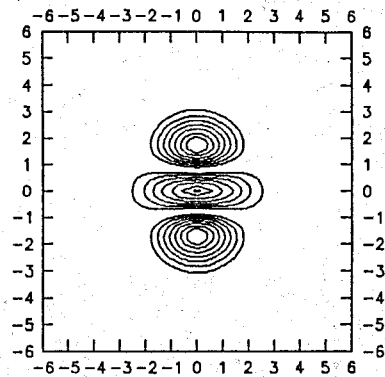
резонаторов сложной структуры. Разработанные алгоритмы реализованы в виде программного продукта для IBM PC. Эффективность продукта демонстрируется проведенными расчетами и сравнениями с ранее полученными в литературе результатами. Проведено моделирование резонатора новой структуры.



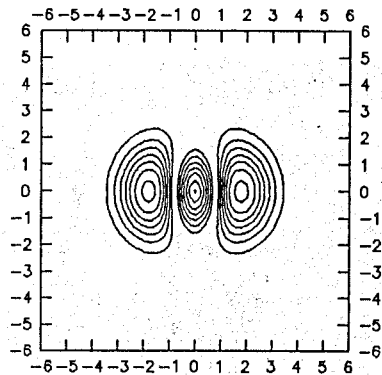
C-P-DC resonator, mode 3 0 0,  $f=4865.74$  kHz



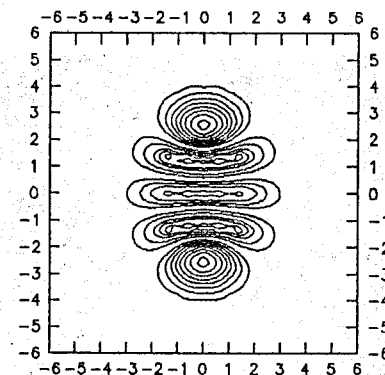
PC-P-DC resonator, mode 3 0 2,  $f=5091.03$  kHz



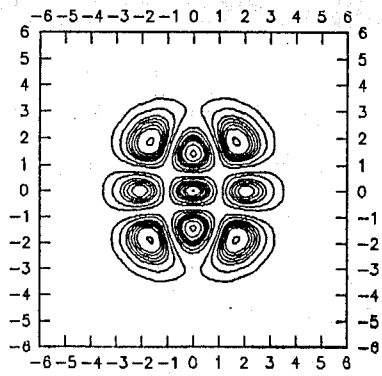
C-P-DC resonator, mode 3 2 0,  $f=5102.45$  kHz



PC-P-DC resonator, mode 3 0 4,  $f=5318.57$  kHz



C-P-DC resonator, mode 3 2 2,  $f=5325.99$  kHz



PC-P-DC resonator, mode 3 4 0,  $f=5342.40$  kHz

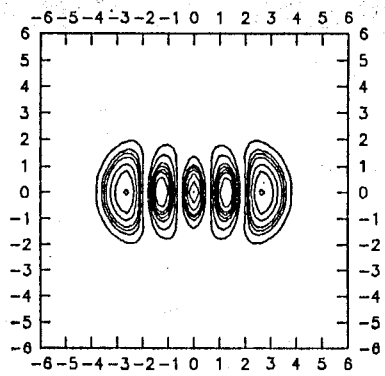


Рис. 4  
14

Программный продукт является основой для разработки автоматизированной системы для проектирования кварцевых резонаторов.

#### Литература

1. H.F. Tiersten. Analysis of Trapped Energy Resonators Operating in Overtones of Coupled Thickness-Shear and Thickness-Twist, J.Acoust.Soc.Am., 59, 879 (1976).
2. H.F. Tiersten, R.C. Smythe. An Analysis of Contoured Cristal Resonators Operating of Coupled Thickness Shear and Thickness-Twist, J.Acoust.Soc.Am., 65, 1455 (1979).
3. S.H. Slavov. Modes of Vibration, Motion Inductans and Resonance Interval of Circular, Convex AT-Cut Bevelled Design Trapped Energy Quartz Resonators. Appl.Phys. A, 39 (1986).
4. J.Détaint et al. Energy Trapping in Plane and Corrugated Resonators : Application to Quartz and Berlinite. Proc. of 41st Annual Frequency control Symposium, p.314 (1987).
5. H.Carru et al. Semy-Analytical Analysis of Coupled Thickness Shear and Thickness-Twist in Monolithic Cristal Filters. Proc. of 42nd Annual Frequency ontrol Symposium, p.101 (1988).
6. Daniël C.L. Vangheluwe. Finite Element Analysis of AT-Cut Crystals. Proc. of the 1978 Annual Frequency Control Symposium, p.314 .
7. R.S. Peach. Rigorous Two-Dimensional Equations for the Analysis of Contoured Cristal Resonators. Proc. of 42nd Annual Frequency Control Symposium, p.38 (1988).

8. G.Strang, G.J.Fix. An Analysis of the Finite Element Method. Prentice-Hall, Englewood Cliffs., NJ, 1973.

9. K.J.Bathe, Ed.Wilson. Numerical Methods in Finite Element Analysis. Prentice-Hall, Englewood Cliffs., NJ, 1977.

10. M.S.Kaschiev, S.I.Vinitsky, F.R.Vukajlovič. Hydrogen Atom H and H<sup>-</sup> Molecule in Strong Magnetic Fields. Phys. Rev. A, v.22, №2, p.557, 1980.

11. A.G.Abrashkevich, S.I.Vinitsky, M.S.Kaschiev, I.V.Pusynin. Two-Dimensional Basis Functions for the Three-Body Problem in Hyperspherical Coordinates. Sov.J.Nucl.Phys., v.48(4),p.602, 1988.

12. A.I.Fedoseyev et al. MULTIMODE - A Powerfull Code for Frequency Spectrum Computation of Electromagnetic Fields in Axially Symmetric Cavities and Longitudenally Homogeneous Waveguides. NIM, Section A, v.32, p.2738, 1985.

13. В. В. Гусев, М. С. Касчиев, В. И. Пузынин. Автоматическая генерация сетки в пакете программ MULTIMODE. ОИЯИ, P11-87-421, Дубна, 1987.

14. Л. Сегерлиндл. Применение метода конечных элементов. Москва: Мир, 1979.

Рукопись поступила в издательский отдел  
5 августа 1991 года.

Касчиев М.С., Славов Сл.  
Моделирование кварцевых резонаторов  
методом конечных элементов

P11-91-372

Разработан численный метод для моделирования кварцевых резонаторов. Этот метод позволяет вычислять спектральные характеристики таких резонаторов, имеющих произвольную форму поперечного сечения. Приведены расчеты, демонстрирующие точность разработанных схем. На основании созданного пакета был спроектирован резонатор со сложной формой сечения. Полученные числовые значения параметров резонатора использованы для его изготовления. Полученные экспериментальные данные полностью совпадают с теоретическими.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1991

Перевод авторов

Kaschiev M.S., Slavov S.  
Simulation of the Quartz Resonators  
by the Finite Element Method

P11-91-372

A numerical method for simulation of AT-cut quartz resonators is worked out. This method allows to calculate the spectral characteristics for the resonators, which have random shape of the cross section. Numerical schemes are presented. These schemes are used for the resonator with a complex cross section shape. The obtained numerical values of the resonator parameters are used for its development. The experimental data fully agree with the theoretical assumptions.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1991