

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

88-918
A 39

P11-88-918

П.Г.Акишин, Е.П.Жидков, В.Д.Кравцов*

ОБ ОДНОМ ПАРАЛЛЕЛЬНОМ АЛГОРИТМЕ
РЕШЕНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ
УРАВНЕНИЙ МАГНИТОСТАТИКИ

Направлено в журнал "Математическое
моделирование"

*Московский государственный университет
им. М.В.Ломоносова

1988

Одним из наиболее распространенных подходов при расчете магнитостатических полей является интегральная постановка задачи магнитостатики. Алгоритмы, основанные на этой постановке, хорошо поддаются распараллеливанию, что делает ее особенно привлекательной в связи с появлением векторных машин.

Интегральная постановка задачи магнитостатики в трехмерном случае имеет вид /1/:

$$\vec{H}(\vec{a}) = \vec{H}^S(\vec{a}) + \frac{\nabla \vec{a}}{4\pi} \int_G (\vec{M}(\vec{x}), \nabla_{\vec{a}} \frac{1}{|\vec{x}-\vec{a}|}) dV_{\vec{x}}, \quad (1)$$

$\vec{B}(\vec{x})$ - индукция магнитного поля в точке \vec{x} , $\vec{H}(\vec{x})$ - напряженность;
 $\vec{M}(\vec{x})$ - магнитный момент; $\mu = \mu(\|\vec{B}(\vec{x})\|)$ - магнитная проницаемость;
 $\vec{H}^S(\vec{x})$ - поле от токовых элементов, вычисляемое по закону Био-Саварра;
 G - область, заполненная ферромагнетиком.

Величины \vec{H} , \vec{B} , \vec{M} связаны соотношениями

$$\vec{B}(\vec{x}) = \mu_0 \mu (\|\vec{B}(\vec{x})\|) \vec{H}(\vec{x}), \quad (2)$$

$$\mu_0 \vec{M}(\vec{x}) = \vec{B}(\vec{x}) - \mu_0 \vec{H}(\vec{x}), \quad (3)$$

где μ_0 - абсолютная магнитная проницаемость вакуума. Разбивая G на объединение $\{G_i\}$

и полагая \vec{B} , \vec{H} , \vec{M} постоянными в G_i и равными $\vec{B}_i, \vec{H}_i, \vec{M}_i$ соответственно, получаем следующую дискретизованную систему уравнений:

$$\frac{\vec{B}_i}{\mu(\|\vec{B}_i\|)} = \mu_0 \vec{H}^S(\vec{a}_i) + \sum_{j=1}^N \frac{\nabla \vec{a}}{4\pi} \left[\int_{G_j} (\vec{B}_j (1 - 1/\mu(\|\vec{B}_j\|)), \nabla_{\vec{a}} \frac{1}{|\vec{x}-\vec{a}|}) dV_{\vec{x}} \right]_{\vec{a}=\vec{a}_i}, \quad (4)$$

где \vec{a}_i - центр масс G_i .

Вопросы существования и единственности решения систем, подобных (4), рассматриваются в работах /2-4/.

Вычисление коэффициентов матриц дискретизованных систем проводилось согласно изложенному в /5/. Коэффициенты из (4) представляются в виде линейной комбинации интегралов типа

$$J_{km} = \int_k \frac{dV_{\vec{x}}}{|\vec{x}-\vec{a}_m|}; \quad \Omega_{im} = \int_{S_i} (\vec{n}_i, \nabla_{\vec{x}} \frac{1}{|\vec{x}-\vec{a}_m|}) dS_{\vec{x}}, \quad (5)$$

где $\{L_k\}$ и $\{S_i\}$ - ребра и грани разбиения G на объединение $\{G_n\}$, $\{\vec{a}_j\}$ - набор центров элементов $\{G_n\}$, $\{\vec{n}_i\}$ - нормали к $\{S_i\}$.

Токовая обмотка приближалась набором многогранников, в каж-

дом из которых плотность тока считалась постоянной (рис.1).

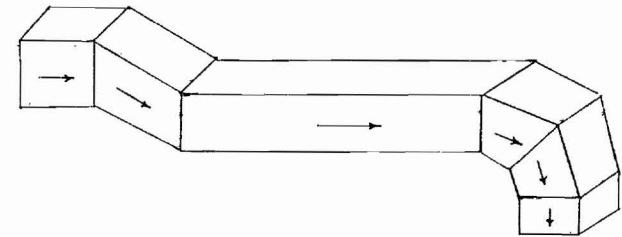


Рис.1

Поле токов \vec{H}^S получалось суммированием полей от каждого многогранника, которые, в свою очередь, представлялись в виде линейной комбинации интегралов, подобных (5).

Введём следующие обозначения:

$$\hat{B} = (\vec{B}_1, \vec{B}_2, \dots, \vec{B}_N)^T,$$

$$\hat{M} = (\vec{M}_1, \vec{M}_2, \dots, \vec{M}_N)^T,$$

$$\hat{H} = (\vec{H}^S(\vec{a}_1), \vec{H}^S(\vec{a}_2), \dots, \vec{H}^S(\vec{a}_N))^T.$$

Тогда систему (4) можно записать в виде

$$\frac{1}{\mu_0} \hat{B} - \hat{M} = \hat{H}^S + [A] \hat{M} \quad (6)$$

или

$$\hat{B} = \mu_0 \hat{H}^S + \mu_0 ([A] + [E]) \hat{M}, \quad (7)$$

где $[E]$ - единичная матрица. Для решения нелинейной системы (7) использовался итерационный процесс из /3/.

$$\hat{B}_{k+1} = \mu_0 (\hat{H}^S + ([A] + [E]) \hat{M}(\hat{B}_k)), \quad (8)$$

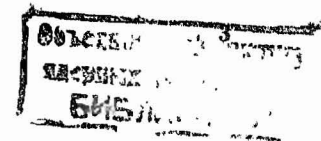
$$\hat{B}_0 = 0, \quad k=0, 1, 2, \dots$$

Как видно из (8), для реализации процесса необходимо многократное умножение матрицы на вектор, что легко поддается распараллеливанию.

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

На базе комплекса программ из /5/ создана версия, использующая матричный процессор ЕС-2706 и ЭВМ ЕС-1061. Для вычисления интегралов из (5) и умножения матрицы на вектор использовался фортраноподобный язык VFC.

Созданный комплекс программ был применён для расчёта поля



дипольного магнита нуклотрона ЛВЭ ОИЯИ. Учёт симметрии магнита позволил в 8 раз сократить число неизвестных. В качестве элементов $\{G_i\}$ были выбраны треугольные призмы. На рис.2 изображена 1/8 часть конфигурации магнита. В таблицах 1-3 приведены сравнительные характеристики результатов расчётов при различном разбиении ярма магнита и различных токах в обмотках.

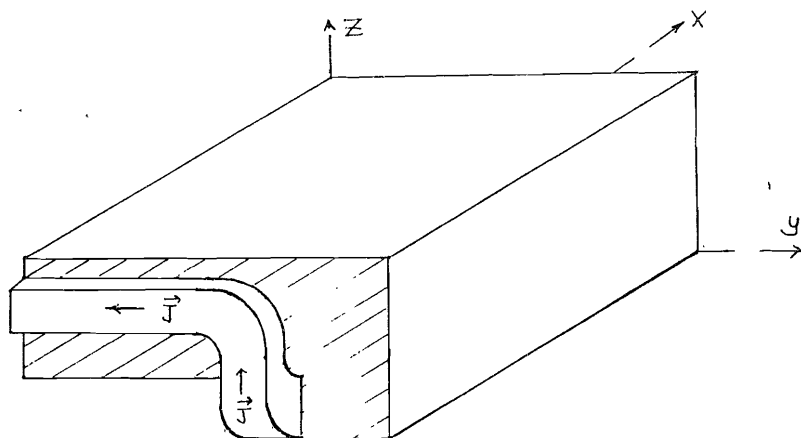


Рис.2

Таблица 1. z - компонента поля при токе 6 кА вдоль оси магнита

X(см)	0.	30.	60.	80.	90.
60	1.961	1.957	1.924	0.656	0.0608
100	1.971	1.971	1.932	0.656	0.0618
480	2.010	2.008	1.984	0.672	0.0631

Таблица 2. z - компонента поля при токе 1 кА вдоль оси магнита

X(см)	0.	30.	60.	80.	90.
60	0.3557	0.3556	0.3514	0.1229	0.01185
100	0.3576	0.3576	0.3537	0.1232	0.01189
280	0.3576	0.3577	0.3586	0.1243	0.01192
480	0.3587	0.3590	0.3584	0.1254	0.01203

Таблица 3. Время центрального процессора, потраченное на различные этапы решения задачи на машине CDC-6500 и машинном комплексе ЕС-1061, ЕС-2706

	Построение матрицы	Вычисление H	Решение системы (200 итер.)	Пересчёт поля в 88 точках
CDC-6500 100 элем.	524 с	163 с	563 с	563 с
ЕС-1061 ЕС-2706 60 элем.	18.3 с	2.3 с	9.5 с	21.6 с
ЕС-1061 ЕС-2706 100 элем.	33.2 с	2.9 с	15.6 с	26.9 с
ЕС-1061 ЕС-2706 480 элем.	458 с	3.2 с	802 с	68 с

Литература

- 1 Newman M.J., Trowbridge C.W., Turner L.R. GFUN: An Interactive Program as an Aid to Magnet Design. Proc. 4th Int. Conf. on Magnet Technology, Brookhaven, 1972 .
- 2 Акишин П.Г., Жидков Е.П. ОИЯИ, ПИ-81-826, Дубна, 1981.
- 3 Акишин П.Г., Жидков Е.П. ОИЯИ, ПИ-83-427, Дубна, 1983.
- 4 Akishin P.G., Zhidkov E.P., Kravtsov V.D. JINR, E11-87-101, Dubna, 1987 .
- 5 Акишин П.Г. ОИЯИ, ПИ-86-522, Дубна, 1986.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 декабря 1988 года.

Акишин П.Г., Жидков Е.П., Кравцов В.Д. ПИ-88-918
Об одном параллельном алгоритме решения
трехмерных интегральных уравнений
магнитостатики

Рассматриваются трехмерные интегральные уравнения магнитостатики. Для решения нелинейной дискретизованной системы уравнений используется итерационный процесс, сводящийся к умножению матрицы на вектор. Параллельные алгоритмы предложены для всех этапов решения задачи: вычисления коэффициентов дискретизованных уравнений, определения поля, создаваемого токовыми обмотками, итерационного процесса решения нелинейной системы, и для пересчета поля в заданные точки. Приводятся численные результаты, подтверждающие эффективность предложенного алгоритма.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1988

Перевод М.В.Коротковой

Akishin P.G., Zhidkov E.P., Kravtsov V.D. ПИ-88-918
The Parallel Algorithm for Solving the
Three-Dimensional Integral Magnetostatic
Equations

The paper deals with solving integral equations of a three-dimensional magnetostatic field. The iterative process reduced to matrix multiplication by vector is used for solving the nonlinear discretized system of equations. The parallel algorithms are proposed for all basic moments of solving the problem: computations of the coefficients of the discretized equations, computations of the magnetic field of coils, the iterative process of solution of the nonlinear system and recalculation of field in the interesting region. Some numerical results of application of this algorithm are given. They confirm the efficiency of the algorithm proposed.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1988