



СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

88-904
A 62

P11-88-904

И.В.Амирханов, Е.П.Жидков, И.Е.Жидкова,
В.А.Михайлов

УКОРОЧЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ
БЕТАТРОННЫХ РЕЗОНАНСОВ
ВО ВТОРОМ ПРИБЛИЖЕНИИ
ПО МЕТОДУ КРЫЛОВА - БОГОЛЮБОВА

1988

В основе теории бетатронных колебаний в циклических ускорителях лежит исследование системы нелинейных дифференциальных уравнений^{/1, 2/} :

$$\begin{aligned} x'' + n_x(\theta)z &= \epsilon F_{x1} + \epsilon^2 F_{x2} + \dots, \\ z'' + n_z(\theta)z &= \epsilon F_{z1} + \epsilon^2 F_{z2} + \dots, \end{aligned} \quad /1/$$

где $n_x(\theta)$, $n_z(\theta)$ - периодические по θ функции, F_{xk} , F_{zk} ($k = 1, 2, \dots$) - полиномы от x, x', z, z' и периодические по θ функции, ϵ - малый параметр, штрих (') означает дифференцирование по θ .

Для таких задач даже в линейном приближении получаются дифференциальные уравнения второго порядка с периодическими коэффициентами /уравнение типа Хилла/, и нахождение области устойчивых решений - весьма трудоемкая задача. При учете нелинейных членов задача еще более усложняется. Можно воспользоваться методом усреднения^{/3/}, построив усредненные уравнения, которые либо интегрируются, либо позволяют исследовать движение на фазовой плоскости.

В настоящей работе решение системы исследуется в окрестности резонансов $k_x \nu_x + k_z \nu_z = q$, где k_x, k_z, q - целые, а ν_x, ν_z - частоты бетатронных колебаний по осям x, z соответственно.

Цель работы - построение усредненных по методу Крылова - Боголюбова^{/3/} уравнений во втором приближении, т.е. с точностью до членов порядка ϵ^2 включительно.

Правые части уравнения /1/ имеют вид:

$$\begin{aligned} F_{x1} &= A_{11}(\theta)x^2 + A_{12}(\theta)z^2 + A_{13}(\theta)(x')^2 + A_{14}(\theta)(z')^2, \\ F_{x2} &= A_{21}(\theta)x^3 + A_{22}(\theta)xz^2 + A_{23}(\theta)x(x')^2 + A_{24}(\theta)x(z')^2, \\ F_{z1} &= B_{11}(\theta)xz, \\ F_{z2} &= B_{21}(\theta)x^2z + B_{22}(\theta)z^3 + B_{23}(\theta)(x')^2z + B_{24}(\theta)z(z')^2. \end{aligned} \quad /2/$$

В окрестности резонанса $k_x \nu_x + k_z \nu_z = q + \delta$, $\delta \ll 1$

$$n_z(\theta) = n_{z0}(\theta) + \epsilon \Delta_z g_z(\theta), \quad /3/$$

где Δ_z - расстройка /отклонение от идеального резонанса/, $n_{z0}(\theta) = n_z(\theta)$ точно в резонансе /т.е. при $\Delta_z = 0$ /, $g_z(\theta)$ - заранее заданная действительная функция, зависящая от начальных условий и от периодической по θ комплексной функции $f_z(\theta)$ /функция Флоке/, которая связана с решением однородного уравнения $z'' + n_{z0}(\theta)z = 0$. Аналогично вводится расстройка Δ_x : $n_x(\theta) = n_{x0}(\theta) + \epsilon \Delta_x g_x(\theta)$, что позволяет в дальнейшем работать с резонансами вида $k_x \nu_x = q$, считая $\Delta_z = 0$.

Используя /3/, от системы /1/ переходим к системе

$$x'' + n_{x0}(\theta)x = \epsilon (F_{x1} - \Delta_x g_x(\theta)x) + \epsilon^2 F_{x2} + \dots, \quad /4/$$

$$z'' + n_{z0}(\theta)z = \epsilon (F_{z1} - \Delta_z g_z(\theta)z) + \epsilon^2 F_{z2} + \dots.$$

Для уравнений /4/ рассматриваем задачу Коши:

$$x(\theta)|_{\theta=0} = x_0, \quad x'(\theta)|_{\theta=0} = x'_0, \quad /4_1/$$

$$z(\theta)|_{\theta=0} = z_0, \quad z'(\theta)|_{\theta=0} = z'_0,$$

где постоянные x_0, x'_0, z_0, z'_0 зависят от инжекции частиц в ускоритель. Поставленную задачу /4/ - /4_1/ с правыми частями /2/ будем исследовать методом усреднения во втором приближении.

Движение частицы в ускорителе считаем устойчивым на промежутке $0 \leq \theta \leq 1/\epsilon^n \cong 2\pi N$ /где n - порядок аппроксимации, N - число оборотов/, если на этом промежутке амплитуды колебаний A_x, A_z /по осям x и z соответственно/ остаются ограниченными, т.е. существуют числа A_{x0}, A_{z0} такие, что

$$|A_x| \leq A_{x0}, \quad |A_z| \leq A_{z0}, \quad /5/$$

для всех $\theta \leq [0, 1/\epsilon^n]$, где A_{x0}, A_{z0} - заранее заданные числа, связанные с размерами пучка.

При некоторых ограничениях на параметры магнитного поля и на начальные условия можно добиться устойчивости бетатронных колебаний /в сказанном выше смысле/.

Построение усредненных систем уравнений по методу Крылова - Боголюбова во втором приближении из системы вида /4/ было сде-

лано с помощью программ^{/4/}, реализованных на языке символьного программирования REDUCE -3.2^{/5/}.

Получаем систему усредненных уравнений для комплексных переменных c_1, c_2, c_3, c_4 , не зависящих от θ , вида:

$$c'_1 = S_{11}c_1 + \dots + S_{14}c_4 + S_{15}c_1c_2 + \dots + S_{134}c_4^3 + \dots,$$

$$c'_2 = S_{21}c_1 + \dots + S_{24}c_4 + S_{25}c_1c_2 + \dots + S_{234}c_4^3 + \dots,$$

$$c'_3 = S_{31}c_1 + \dots + S_{34}c_4 + S_{35}c_1c_2 + \dots + S_{334}c_4^3 + \dots,$$

$$c'_4 = S_{41}c_1 + \dots + S_{44}c_4 + S_{45}c_1c_2 + \dots + S_{434}c_4^3 + \dots,$$

где S_{kj} / $k = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, \dots, 34, \dots$ / - числовые коэффициенты, связанные с реальной магнитной структурой конкретного ускорителя. Системы усредненных уравнений вида /6/ построены для следующих резонансов:

$$\nu_x = \pm m, \quad 2\nu_x = \pm m, \quad 2\nu_z = \pm m, \quad 3\nu_x = m,$$

$$3\nu_z = m, \quad 4\nu_x = m, \quad 4\nu_z = m,$$

$$2\nu_z - 2\nu_x = m, \quad 2\nu_z + 2\nu_x = m, \quad 2\nu_z - \nu_x = m,$$

$$2\nu_z + \nu_x = m,$$

где $m > 0$.

Системы укороченных уравнений в комплексных переменных /т.е. вида /6/ для вышеперечисленных резонансов приводятся во втором приближении, т.е. с точностью до членов порядка ϵ^2 включительно.

1/ Для резонанса $\nu_x = m$.

$$c'_1 = S_{11}c_1 + S_{15}c_1c_2 + S_{11\theta}c_1^2c_2,$$

$$c'_2 = S_{22}c_2 + S_{25}c_1c_2 + S_{222}c_1^2c_2^2.$$

Вклад за счет резонансных членов дают коэффициенты S_{15}, S_{25} .

2/ Для резонанса $\nu_x = -m$.

$$c'_1 = S_{11} c_1 + S_{119} c_1^2 c_2 + S_{111} c_1^2,$$

$$c'_2 = S_{22} c_2 + S_{222} c_1 c_2^2 + S_{212} c_2^2.$$

Вклад за счет резонансных членов дают S_{111} , S_{212} .

3/ Для резонанса $2\nu_x = m$.

$$c'_1 = S_{11} c_1 + S_{119} c_1^2 c_2 + S_{122} c_1^3,$$

$$c'_2 = S_{22} c_2 + S_{222} c_1 c_2^2 + S_{219} c_2^3.$$

Вклад за счет резонансных членов дают S_{122} , S_{219} .

4/ Для резонанса $2\nu_x = -m$.

$$c'_1 = S_{11} c_1 + S_{119} c_1^2 c_2 + S_{115} c_1^3,$$

$$c'_2 = S_{22} c_2 + S_{222} c_1 c_2^2 + S_{216} c_2^3.$$

Вклад за счет резонансных членов дают S_{115} , S_{216} .

5/ Для резонанса $2\nu_z = m$.

$$c'_3 = S_{33} c_3 + S_{327} c_3^2 c_4 + S_{330} c_4^2 c_3,$$

$$c'_4 = S_{44} c_4 + S_{430} c_3 c_4^2 + S_{427} c_3^2 c_4.$$

Вклад за счет резонансных членов дают S_{330} , S_{427} .

6/ Для резонанса $2\nu_z = -m$.

$$c'_3 = S_{33} c_3 + S_{327} c_3^2 c_4 + S_{317} c_3^3,$$

$$c'_4 = S_{44} c_4 + S_{430} c_3 c_4^2 + S_{418} c_4^3.$$

Вклад за счет резонансных членов дают S_{317} , S_{418} .

7/ Для резонанса $3\nu_x = -m$.

$$c'_1 = S_{11} c_1 + S_{119} c_1^2 c_2 + S_{112} c_2^2,$$

$$c'_2 = S_{22} c_2 + S_{222} c_1 c_2^2 + S_{211} c_1^2.$$

Вклад за счет резонансных членов дают S_{112} , S_{211} .

8/ Для резонанса $3\nu_z = m$.

$$c'_3 = S_{33} c_3 + S_{327} c_3^2 c_4,$$

$$c'_4 = S_{44} c_4 + S_{430} c_3 c_4^2.$$

Вклада за счет резонансных членов нет.

9/ Для резонанса $4\nu_x = m$.

$$c'_1 = S_{11} c_1 + S_{119} c_1^2 c_2 + S_{116} c_2^3,$$

$$c'_2 = S_{22} c_2 + S_{222} c_1 c_2^2 + S_{215} c_1^3.$$

Вклад за счет резонансных членов дают S_{116} , S_{215} .

10/ Для резонанса $4\nu_z = m$.

$$c'_3 = S_{33} c_3 + S_{327} c_3^2 c_4 + S_{318} c_4^3,$$

$$c'_4 = S_{44} c_4 + S_{430} c_3 c_4^2 + S_{417} c_3^3.$$

Вклад за счет резонансных членов дают S_{318} , S_{417} .

11/ Для резонанса $2\nu_z + 2\nu_x = m$.

$$c'_1 = S_{129} c_4^2 c_2 + S_{119} c_1^2 c_2 + S_{133} c_1 c_3 c_4,$$

$$c'_2 = S_{225} c_1 c_3^2 + S_{222} c_1 c_2^2 + S_{234} c_2 c_3 c_4.$$

$$c'_3 = S_{33} c_3 + S_{327} c_3^2 c_4 + S_{324} c_2^2 c_4 + S_{331} c_1 c_2 c_3.$$

/9/

/10/

/11/

/12/

/13/

/14/

/15/

/16/

/17/

$$c_4' = S_{44} c_4 + S_{430} c_3 c_4^2 + S_{420} c_1^2 c_3 + S_{432} c_1 c_2 c_4. \quad /18/$$

Вклад за счет резонансных членов дают $S_{129}, S_{225}, S_{324}, S_{420}$.

12/ Для резонанса $2\nu_z - 2\nu_x = m$.

$$c_1' = S_{126} c_3^2 c_2 + S_{119} c_1^2 c_2 + S_{133} c_1 c_3 c_4,$$

$$c_2' = S_{228} c_1 c_4^2 + S_{222} c_1 c_2^2 + S_{234} c_2 c_3 c_4,$$

$$c_3' = S_{33} c_3 + S_{327} c_3^2 c_4 + S_{321} c_1^2 c_4 + S_{331} c_1 c_2 c_3, \quad /19/$$

$$c_4' = S_{44} c_4 + S_{430} c_3 c_4^2 + S_{423} c_2^2 c_3 + S_{432} c_1 c_2 c_4.$$

Вклад за счет резонансных членов дают $S_{126}, S_{228}, S_{321}, S_{423}$.

13/ Для резонанса $2\nu_z + \nu_x = m$.

$$c_1' = S_{114} c_4^2 + S_{119} c_1^2 c_2 + S_{133} c_1 c_3 c_4,$$

$$c_2' = S_{213} c_3^2 + S_{222} c_1 c_2^2 + S_{234} c_2 c_3 c_4,$$

$$c_3' = S_{33} c_3 + S_{327} c_3^2 c_4 + S_{39} c_2 c_4 + S_{331} c_1 c_2 c_3, \quad /20/$$

$$c_4' = S_{44} c_4 + S_{430} c_3 c_4^2 + S_{46} c_1 c_3 + S_{432} c_1 c_2 c_4.$$

Вклад за счет резонансных членов дают $S_{114}, S_{213}, S_{39}, S_{46}$.

14/ Для резонанса $2\nu_z - \nu_x = m$.

$$c_1' = S_{113} c_3^2 + S_{119} c_1^2 c_2 + S_{133} c_1 c_3 c_4,$$

$$c_2' = S_{214} c_4^2 + S_{222} c_1 c_2^2 + S_{234} c_2 c_3 c_4,$$

$$c_3' = S_{33} c_3 + S_{327} c_3^2 c_4 + S_{37} c_1 c_4 + S_{331} c_1 c_2 c_3, \quad /21/$$

$$c_4' = S_{44} c_4 + S_{430} c_3 c_4^2 + S_{48} c_2 c_3 + S_{432} c_1 c_2 c_4.$$

Вклад за счет резонансных членов дают $S_{113}, S_{214}, S_{37}, S_{48}$.

Аналогичные результаты для отдельных резонансов во втором приближении были рассмотрены в работах^{/6/}. Приведенные укороченные уравнения /8/-/21/ предназначены для моделирования бетатронных колебаний в окрестности 14 резонансов /7/ в нуклотроне ОИЯИ. Однако для некоторых резонансов $/3\nu_z = m, 3\nu_x - \nu_z = 0, 3\nu_x + \nu_z = m, \dots/$ вклада за счет резонансных компонент нет, что связано с отсутствием в исходных уравнениях /1/-/2/ определенных членов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коломенский А.А., Лебедев А.Н. - Теория циклических ускорителей. М.: Физматгиз, 1962.
2. Брук Г. - Циклические ускорители заряженных частиц. М.: Атомиздат, 1970.
3. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. - Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1974; Гребенников Е.А., Рябов Ю.А. - Конструктивные методы анализа нелинейных систем. М.: Наука, 1979.
4. Жидкова И.Е. - ОИЯИ, Р11-88-722, Дубна, 1988.
5. Hearn A.C. REDUCE User's Manual, Version 3.2, Rand Corporation, Santa Monica, CA 90406, USA, 1985.
6. Белов В.П., Макаров А.А. - НИИЭФА П-Б-0611, Ленинград, 1983; Белов В.П. и др. - ОИЯИ, 9-11650, Дубна, 1978; Баалбеков В.И., Чирков П.Н. - ИФВЭ 82-133, Серпухов, 1983.

Рукопись поступила в издательский отдел
28 декабря 1988 года.

ПРИЛОЖЕНИЕ

КОЭФФИЦИЕНТЫ ДЛЯ РЕЗОНАНСА NX = M

$$S15 := EPS * (I^{(-1)} * A13, -M * FLXS * NX * NX S31 + I^2 * A13, -M * FLXS * FLX * NX * NX^2 - I^{(-1)} * A13, -M * FLXS * NX^2 * DFLX - I^2 * A13, -M * FLXS * NX S31 * DFLXS - I^{(-1)} * A11, -M * FLXS * NX S31 - I^2 * A11, -M * FLXS * FLX * NX^2 + 2 * A13, -M * FLXS * NX * NX S31 * DFLXS - 2 * A13, -M * FLXS * FLX * NX * NX^2 * DFLX) + EPS * (I^{(-1)} * A13, -M * FLXS * FLX * NX^2 - I^2 * A13, -M * FLXS * DFLXS * DFLX - I^{(-1)} * A11, -M * FLXS * FLX * A13, -M * FLXS * NX * DFLX - A13, -M * FLXS * FLX * NX * DFLXS)$$

$$S25 := EPS * (I^{(-1)} * FLXS * FLX * NX * A13, M * NX S31 + I^2 * FLXS * FLX * A11, M * NX S31 - I^{(-1)} * FLX * NX * A13, M * NX^2 + I^2 * FLX * A11, M * NX^2 + I^{(-1)} * FLX * A13, M * NX^2 * DFLX + I^2 * FLX * A13, M * NX S31 * DFLXS - 2 * FLXS * FLX * NX * A13, M * NX S31 * DFLXS + 2 * FLX * NX * A13, M * NX^2 * DFLX) + EPS * (I^{(-1)} * FLXS * FLX * NX * A13, M + I^2 * FLXS * FLX * NX * A13, M + I^{(-1)} * FLXS * FLX * A11, M + I^2 * FLX * A13, M * DFLXS - FLXS * FLX * NX * A13, M * DFLX + FLX * NX * A13, M * DFLXS)$$

КОЭФФИЦИЕНТЫ ДЛЯ РЕЗОНАНСА NX = -M

$$S111 := EPS * (I^{(-1)} * FLXS * FLX * NX * A13, M * NX S31 - I^2 * FLXS * FLX * A11, M * NX S31 - I^{(-1)} * FLXS * A13, M * NX S31 * DFLXS * DFLX + FLXS * NX * A13, M * NX S31 * DFLX - FLXS * FLX * NX * A13, M * NX S31 * DFLXS) + EPS * (1/2 * I^{(-1)} * FLXS * FLX * NX * A13, M - 1/2 * I^{(-1)} * FLXS * FLX * A11, M - 1/2 * I^{(-1)} * FLXS * A13, M * DFLX - FLXS * FLX * NX * A13, M * DFLX)$$

$$S212 := EPS * (I^{(-1)} * FLXS * FLX * NX * A13, -M * NX^2 + I^2 * FLXS * FLX * A11, -M * NX^2 + I^{(-1)} * FLX * A13, -M * NX^2 * DFLXS * DFLX - FLXS * FLX * NX * A13, -M * NX^2 * DFLX + FLX * NX * A13, -M * NX^2 * DFLXS) + EPS * (-1/2 * I^{(-1)} * FLXS * FLX * NX * A13, -M + 1/2 * I^{(-1)} * FLX * A13, -M * DFLXS - FLXS * FLX * NX * A13, -M * DFLXS)$$

КОЭФФИЦИЕНТЫ ДЛЯ РЕЗОНАНСА 2 * NX = M

$$S122 := EPS * (-1/2 * I^{(-1)} * FLXS * FLX * NX * A23, -M - 3/2 * I^{(-1)} * FLXS * FLX * A21, -M + I^{(-1)} * FLXS * NX * A13, -M * NX S55 - I^2 * FLXS * A11, -M * NX S55 - I^{(-1)} * FLXS * FLX * NX * A13, -M$$

ПРИЛОЖЕНИЕ

КОЭФФИЦИЕНТЫ ДЛЯ РЕЗОНАНСА NX = M

$$\begin{aligned}
 S15 := & \text{EPS} * (I^2 * A13, -M * \text{FLXS} * \text{NX} * \text{NXS31} + I^{(-1)} * A13, -M * \text{FLXS} * \text{FLX} * \\
 & \text{NX} * \text{NX42} - I^{(-1)} * A13, -M * \text{FLXS} * \text{NX42} * \text{DFLX} - I^{(-1)} * A13, -M * \\
 & \text{FLXS} * \text{NXS31} * \text{DFLXS} - I^{(-1)} * A11, -M * \text{FLXS} * \text{NXS31} - I^{(-1)} * \\
 & A11, -M * \text{FLXS} * \text{FLX} * \text{NX42} + 2 * A13, -M * \text{FLXS} * \text{NX} * \text{NXS31} * \text{DFLXS} \\
 & - 2 * A13, -M * \text{FLXS} * \text{FLX} * \text{NX} * \text{NX42} * \text{DFLX}) + \text{EPS} * (- I^{(-1)} * \\
 & A13, -M * \text{FLXS} * \text{FLX} * \text{NX} - I^2 * A13, -M * \text{FLXS} * \text{DFLXS} * \text{DFLX} - \\
 & I^{(-1)} * A11, -M * \text{FLXS} * \text{FLX} * A13, -M * \text{FLXS} * \text{NX} * \text{DFLX} - A13, -M * \text{FLXS} * \\
 & \text{FLX} * \text{NX} * \text{DFLXS}) \\
 S25 := & \text{EPS} * (- I^2 * \text{FLXS} * \text{FLX} * \text{NX} * A13, M * \text{NXS31} + I^{(-1)} * \text{FLXS} * \text{FLX} * \\
 & A11, M * \text{NXS31} - I^{(-1)} * \text{FLX} * \text{NX} * A13, M * \text{NX42} + I^{(-1)} * \text{FLX} * \\
 & A11, M * \text{NX42} + I^{(-1)} * \text{FLX} * A13, M * \text{NX42} * \text{DFLX} + I^{(-1)} * \text{FLX} * \\
 & A13, M * \text{NXS31} * \text{DFLXS} - 2 * \text{FLXS} * \text{FLX} * \text{NX} * A13, M * \text{NXS31} * \text{DFLXS} \\
 & + 2 * \text{FLX} * \text{NX} * A13, M * \text{NX42} * \text{DFLX}) + \text{EPS} * (I^2 * \text{FLXS} * \text{FLX} * \\
 & \text{NX} * A13, M + I^{(-1)} * \text{FLXS} * \text{FLX} * A11, M + I^{(-1)} * \text{FLX} * A13, M * \text{DFLXS} \\
 & * \text{DFLX} - \text{FLXS} * \text{FLX} * \text{NX} * A13, M * \text{DFLX} + \text{FLX} * \text{NX} * A13, M * \text{DFLXS})
 \end{aligned}$$

КОЭФФИЦИЕНТЫ ДЛЯ РЕЗОНАНСА NX = -M .

$$\begin{aligned}
 S111 := & \text{EPS} * (- I^2 * \text{FLXS} * \text{FLX} * \text{NX} * A13, M * \text{NXS31} - I^{(-1)} * \text{FLXS} * \text{FLX} * \\
 & A11, M * \text{NXS31} - I^{(-1)} * \text{FLXS} * A13, M * \text{NXS31} * \text{DFLXS} * \text{DFLX} + \\
 & \text{FLXS} * \text{NX} * A13, M * \text{NXS31} * \text{DFLX} - \text{FLXS} * \text{FLX} * \text{NX} * A13, M * \text{NXS31} * \\
 & \text{DFLXS}) + \text{EPS} * (1/2 * I^{(-1)} * \text{FLXS} * \text{FLX} * \text{NX} * A13, M - 1/2 * I^{(-1)} * \\
 & \text{FLXS} * \text{FLX} * A11, M - 1/2 * I^{(-1)} * \text{FLXS} * A13, M * \text{DFLX} - \text{FLXS} * \\
 & \text{FLX} * \text{NX} * A13, M * \text{DFLX}) \\
 S212 := & \text{EPS} * (I^2 * \text{FLXS} * \text{FLX} * \text{NX} * A13, -M * \text{NX42} + I^{(-1)} * \text{FLXS} * \text{FLX} * \\
 & A11, -M * \text{NX42} + I^{(-1)} * \text{FLX} * A13, -M * \text{NX42} * \text{DFLXS} * \text{DFLX} - \text{FLXS} * \\
 & \text{FLX} * \text{NX} * A13, -M * \text{NX42} * \text{DFLX} + \text{FLX} * \text{NX} * A13, -M * \text{NX42} * \text{DFLXS}) \\
 & + \text{EPS} * (- 1/2 * I^{(-1)} * \text{FLXS} * \text{FLX} * \text{NX} * A13, -M + 1/2 * I^{(-1)} * \text{FLXS} * \\
 & \text{FLX} * A11, -M + 1/2 * I^{(-1)} * \text{FLX} * A13, -M * \text{DFLXS} - \text{FLXS} * \\
 & \text{FLX} * \text{NX} * A13, -M * \text{DFLXS}) \\
 \text{КОЭФФИЦИЕНТЫ ДЛЯ РЕЗОНАНСА } 2 * \text{NX} = \text{M} . \\
 S122 := & \text{EPS} * (- 1/2 * I^2 * \text{FLXS} * \text{FLX} * \text{NX} * A23, -M - 3/2 * I^{(-1)} * \text{FLXS} * \\
 & \text{FLX} * A21, -M + I^{(-1)} * \text{FLXS} * \text{NX} * A13, -M * \text{NXS55} - I^{(-1)} * \\
 & \text{FLXS} * A11, -M * \text{NXS55} - I^{(-1)} * \text{FLXS} * \text{FLX} * \text{NX} * A13, -M *
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{NXS612} - I \quad \text{FLXS} \text{FLX}^2 \text{NX} \text{A13}, -M \text{NX65} - I \quad * \\
& \text{FLXS} \text{FLX}^2 \text{A11}, -M \text{NXS612} - I \quad \text{FLXS} \text{FLX}^2 \text{A11}, -M \text{NX65} \\
& - I \quad \text{FLXS} \text{A23}, -M \text{DFLXS} \text{DFLX} + I \quad \text{FLXS} \text{FLX}^2 * \\
& \text{NX} \text{A13}, -M \text{NXS12} - I \quad \text{FLXS} \text{FLX}^2 \text{A11}, -M \text{NXS12} - 1/2 \\
& * I \quad \text{FLXS} \text{FLX}^2 \text{A23}, -M \text{DFLXS} - I \quad \text{FLXS} \text{A13}, -M * \\
& \text{NXS12} \text{DFLX} - I \quad \text{FLXS} \text{A13}, -M \text{NXS612} \text{DFLXS} \text{DFLX} - \\
& I \quad \text{FLXS} \text{A13}, -M \text{NX65} \text{DFLXS} \text{DFLX} - I \quad \text{FLXS} \text{A13}, -M \\
& \text{NXS55} \text{DFLXS}^2 + \text{FLXS} \text{NX} \text{A23}, -M \text{DFLX} + \text{FLXS} \text{NX}^2 * \\
& \text{A13}, -M \text{NXS612} \text{DFLX} + \text{FLXS} \text{NX} \text{A13}, -M \text{NX65} \text{DFLX} + 2 * \\
& \text{FLXS} \text{NX} \text{A13}, -M \text{NXS55} \text{DFLXS} - 2 \text{FLXS} \text{FLX} \text{NX} \text{A13}, -M * \\
& \text{NXS12} \text{DFLX} - \text{FLXS} \text{FLX} \text{NX} \text{A13}, -M \text{NXS612} \text{DFLXS} - \text{FLXS} * \\
& \text{FLX} \text{NX} \text{A13}, -M \text{NX65} \text{DFLXS} \\
& \text{S219} := \text{EPS} * (- I \quad \text{FLXS} \text{FLX}^2 \text{NX} \text{A13}, M \text{NXS411} + I \quad \text{FLXS} \text{FLX}^2 \\
& \text{A11}, M \text{NXS411} + 1/2 * I \quad \text{FLXS} \text{FLX}^3 \text{NX} \text{A23}, M + 3/2 * \\
& I \quad \text{FLXS} \text{FLX}^3 \text{A21}, M + I \quad \text{FLXS} \text{FLX}^2 \text{NX} \text{A13}, M * \\
& \text{NX311} + I \quad \text{FLXS} \text{FLX}^2 \text{NX} \text{A13}, M \text{NXS55} + I \quad \text{FLXS} * \\
& \text{FLX} \text{A11}, M \text{NX311} + I \quad \text{FLXS} \text{FLX}^2 \text{A11}, M \text{NXS55} + 1/2 *
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& I \quad \text{FLXS} \text{FLX}^2 \text{A23}, M \text{DFLX} - I \quad \text{FLX}^3 \text{NX} \text{A13}, M * \\
& \text{NX65} + I \quad \text{FLX}^3 \text{A11}, M \text{NX65} + I \quad \text{FLX}^2 \text{A23}, M \text{DFLXS} \\
& \text{DFLX} + I \quad \text{FLX}^2 \text{A13}, M \text{NX311} \text{DFLXS} \text{DFLX} + I \quad \text{FLX} * \\
& \text{A13}, M \text{NXS411} \text{DFLXS} + I \quad \text{FLX}^2 \text{A13}, M \text{NX65} \text{DFLX} + \\
& I \quad \text{FLX}^2 \text{A13}, M \text{NXS55} \text{DFLXS} \text{DFLX} - \text{FLXS} \text{FLX} \text{NX} \text{A13}, M * \\
& \text{NX311} \text{DFLX} - 2 \text{FLXS} \text{FLX} \text{NX} \text{A13}, M \text{NXS411} \text{DFLXS} - \text{FLXS} * \\
& \text{FLX} \text{NX} \text{A13}, M \text{NXS55} \text{DFLX} + \text{FLX} \text{NX} \text{A23}, M \text{DFLXS} + \text{FLX} * \\
& \text{NX} \text{A13}, M \text{NX311} \text{DFLXS} + 2 \text{FLX} \text{NX} \text{A13}, M \text{NX65} \text{DFLX} + \\
& \text{FLX} \text{NX} \text{A13}, M \text{NXS55} \text{DFLXS} \\
& \text{KUBOPIIHEHIM AJX PEBOHAKA } 2 \text{NX} = -M .
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{S115} := \text{EPS} * (- I \quad \text{FLXS} \text{FLX}^2 \text{NX} \text{NXS411} \text{A13}, M - I \quad \text{FLXS} \text{FLX}^2 \\
& \text{NXS411} \text{A11}, M + 1/2 * I \quad \text{FLXS} \text{FLX}^3 \text{NX} \text{A23}, M - 1/2 * \\
& I \quad \text{FLXS} \text{FLX}^3 \text{A21}, M + I \quad \text{FLXS} \text{FLX}^2 \text{NX} \text{NX311} * \\
& \text{A13}, M - I \quad \text{FLXS} \text{FLX}^2 \text{NX311} \text{A11}, M - 1/2 * I \quad \text{FLXS} * \\
& \text{FLX} \text{DFLX} \text{A23}, M - I \quad \text{FLXS} \text{NX311} \text{DFLX} \text{A13}, M - I \\
& \text{FLXS} \text{NXS411} \text{DFLXS} \text{DFLX} \text{A13}, M + \text{FLXS} \text{NX} \text{NXS411} \text{DFLX} \\
& \text{A13}, M - \text{FLXS} \text{FLX}^2 \text{NX} \text{DFLX} \text{A23}, M - 2 \text{FLXS} \text{FLX} \text{NX} * \\
& \text{NX311} \text{DFLX} \text{A13}, M - \text{FLXS} \text{FLX} \text{NX} \text{NXS411} \text{DFLXS} \text{A13}, M)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S216 := & \text{EPS} * \left(- \frac{1}{2} * I^2 * \text{FLXS} * \text{FLX} * \text{NX} * A23, -N + \frac{1}{2} * I^3 * \text{FLXS} * \right. \\
& \text{FLX} * A21, -N - I^{(-1)} * \text{FLXS} * \text{FLX} * \text{NX} * A13, -M * \text{NXS}612 + I^{(-1)} \\
& * \text{FLXS} * \text{FLX} * A11, -M * \text{NXS}612 + I^{(-1)} * \text{FLXS} * \text{FLX} * \text{NX} * \\
& A13, -M * \text{NXS}512 + I^{(-1)} * \text{FLXS} * \text{FLX} * A11, -M * \text{NXS}512 + \frac{1}{2} * I^{(-1)} \\
& * \text{FLXS} * \text{FLX} * A23, -M * \text{DFLXS} + I^{(-1)} * \text{FLX} * A13, -M * \text{NXS}512 * \\
& \text{DFLXS} * \text{DFLX} + I^{(-1)} * \text{FLX} * A13, -M * \text{NXS}612 * \text{DFLXS} - \text{FLXS} * \\
& \text{FLX} * \text{NX} * A23, -M * \text{DFLXS} - \text{FLXS} * \text{FLX} * \text{NX} * A13, -M * \text{NXS}512 * \text{DFLX} \\
& \left. - 2 * \text{FLXS} * \text{FLX} * \text{NX} * A13, -M * \text{NXS}612 * \text{DFLXS} + \text{FLX} * \text{NX} * A13, -M \right. \\
& \left. * \text{NXS}512 * \text{DFLXS} \right)
\end{aligned}$$

КОЭФФИЦИЕНТЫ ДЛЯ РЕЗОНАНСА $2 * NZ = M$.

$$\begin{aligned}
S330 := & \text{EPS} * \left(- \frac{1}{2} * I^2 * \text{FLZS} * \text{FLZ} * \text{NZ} * B24, -N - \frac{3}{2} * I^3 * \text{FLZS} * \right. \\
& \text{FLZ} * B22, -M - \frac{1}{2} * I^{(-1)} * \text{FLZS} * \text{FLXS} * B11, -M * \text{NXS}510 - \frac{1}{2} \\
& * I^{(-1)} * \text{FLZS} * \text{FLX} * B11, -M * \text{NX}610 - I^{(-1)} * \text{FLZS} * B24, -M * \\
& \text{DFLZS} * \text{DFLZ} - \frac{1}{2} * I^{(-1)} * \text{FLZS} * \text{FLZ} * \text{FLXS} * B11, -M * \text{NXS}214 - \\
& \left. \frac{1}{2} * I^{(-1)} * \text{FLZS} * \text{FLZ} * \text{FLX} * B11, -M * \text{NX}214 - \frac{1}{2} * I^{(-1)} * \text{FLZS} * \right. \\
& \left. \text{FLZ} * B24, -M * \text{DFLZS} + \text{FLZS} * \text{NZ} * B24, -M * \text{DFLZ} \right)
\end{aligned}$$

$$S427 := \text{EPS} * \left(\frac{1}{2} * I^2 * \text{FLZS} * \text{FLZ} * \text{NZ} * B24, M + \frac{3}{2} * I^3 * \text{FLZS} * \text{FLZ} * \right.$$

$$\begin{aligned}
& B22, M + \frac{1}{2} * I^{(-1)} * \text{FLZS} * \text{FLZ} * \text{FLXS} * B11, M * \text{NXS}113 + \frac{1}{2} * \\
& I^{(-1)} * \text{FLZS} * \text{FLZ} * \text{FLX} * B11, M * \text{NX}113 + \frac{1}{2} * I^{(-1)} * \text{FLZS} * \text{FLZ} * \\
& B24, M * \text{DFLZ} + \frac{1}{2} * I^2 * \text{FLZ} * \text{FLXS} * B11, M * \text{NXS}510 + \frac{1}{2} * \\
& I^{(-1)} * \text{FLZ} * \text{FLX} * B11, M * \text{NX}610 + I^{(-1)} * \text{FLZ} * B24, M * \text{DFLZS} * \\
& \text{DFLZ} + \text{FLZ} * \text{NZ} * B24, M * \text{DFLZS}
\end{aligned}$$

КОЭФФИЦИЕНТЫ ДЛЯ РЕЗОНАНСА $2 * NZ = -M$.

$$\begin{aligned}
S317 := & \text{EPS} * \left(\frac{1}{2} * I^2 * \text{FLZS} * \text{FLZ} * \text{NZ} * B24, M - \frac{1}{2} * I^{(-1)} * \text{FLZS} * \text{FLZ} * \right. \\
& B22, M - \frac{1}{2} * I^{(-1)} * \text{FLZS} * \text{FLZ} * \text{FLXS} * B11, M * \text{NXS}113 - \frac{1}{2} * \\
& I^{(-1)} * \text{FLZS} * \text{FLZ} * \text{FLX} * B11, M * \text{NX}113 - \frac{1}{2} * I^{(-1)} * \text{FLZS} * \text{FLZ} * \\
& B24, M * \text{DFLZ} - \text{FLZS} * \text{FLZ} * \text{NZ} * B24, M * \text{DFLZ} \\
& \left. \text{FLZ} * B22, -M + \frac{1}{2} * I^{(-1)} * \text{FLZS} * \text{FLZ} * \text{FLXS} * B11, -M * \text{NXS}214 + \right. \\
& \left. \frac{1}{2} * I^{(-1)} * \text{FLZS} * \text{FLZ} * \text{FLX} * B11, -M * \text{NX}214 + \frac{1}{2} * I^{(-1)} * \text{FLZS} * \right. \\
& \left. \text{FLZ} * B24, -M * \text{DFLZS} - \text{FLZS} * \text{FLZ} * \text{NZ} * B24, -M * \text{DFLZS} \right)
\end{aligned}$$

КОЭФФИЦИЕНТЫ ДЛЯ РЕЗОНАНСА $3 * \text{NX} = M$.

$$S112 := \text{EPS} * \left(- I^2 * \text{FLXS} * \text{FLX} * \text{NX} * A13, -M * \text{NX}42 - I^{(-1)} * \text{FLXS} * \text{FLX} * \right.$$

$$\begin{aligned}
 & A11, -M * NX42 - I^{(-1)} * FLXS * A13, -M * NX42 * DFLXS * DFLX + \\
 & FLXS^2 * NX * A13, -M * NX42 * DFLX - FLXS * FLX * NX * A13, -M * NX42 * \\
 & DFLXS) + EPS * (1/2 * I^{(-1)} * FLXS^3 * NX * A13, -M - 1/2 * I^{(-1)} * \\
 & FLXS^3 * A11, -M - 1/2 * I^{(-1)} * FLXS^2 * A13, -M * DFLXS^2 + FLXS^2 * NX * \\
 & A13, -M * DFLXS)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S211 := & EPS * (I^2 * FLXS * FLX^2 * NX * A13, M * NX531 + I^{(-1)} * FLXS * FLX^2 * \\
 & A11, M * NX531 + I^{(-1)} * FLX * A13, M * NX531 * DFLXS * DFLX - FLXS \\
 & * FLX * NX * A13, M * NX531 * DFLX + FLX^2 * NX * A13, M * NX531 * DFLXS) \\
 & + EPS * (-1/2 * I^{(-1)} * FLX^3 * NX * A13, M + 1/2 * I^{(-1)} * FLX^3 * A11, M \\
 & + 1/2 * I^{(-1)} * FLX^2 * A13, M * DFLX^2 + FLX^2 * NX * A13, M * DFLX)
 \end{aligned}$$

КОЭФФИЦИЕНТ ДЛЯ РЕЗУЛЬТАТА 4 * NX = M .

$$\begin{aligned}
 S116 := & EPS * (1/2 * I^2 * FLXS^4 * A23, -M * NX^2 - 1/2 * I^{(-1)} * FLXS^4 * A21, -M \\
 & + I^{(-1)} * FLXS^5 * A13, -M * NX^2 * NX5612 - I^{(-1)} * FLXS^3 * A11, -M \\
 & * NX5612 - I^{(-1)} * FLXS^2 * A13, -M * NX^2 * NX512 - I^{(-1)} * \\
 & FLXS^2 * FLX * A11, -M * NX512)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S215 := & EPS * (I^2 * FLXS * FLX^2 * NX * NX5411 * A13, M + I^{(-1)} * FLXS * FLX^2 * \\
 & NX5411 * A11, M - 1/2 * I^{(-1)} * FLX^4 * NX * A23, M + 1/2 * I^{(-1)} *
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & FLX^4 * A21, M - I^{(-1)} * FLX^3 * NX^2 * NX311 * A13, M + I^{(-1)} * FLX^3 * \\
 & NX311 * A11, M)
 \end{aligned}$$

КОЭФФИЦИЕНТ ДЛЯ РЕЗУЛЬТАТА 4 * NZ = M .

$$\begin{aligned}
 S318 := & EPS * (1/2 * I^2 * FLZS^2 * NZ^4 * B24, -M - 1/2 * I^{(-1)} * FLZS^4 * B22, -M \\
 & - 1/2 * I^{(-1)} * FLZS^2 * FLXS * B11, -M * NX5214 - 1/2 * I^{(-1)} * \\
 & FLZS^2 * FLX * B11, -M * NX214 - 1/2 * I^{(-1)} * FLZS^2 * B24, -M * \\
 & DFLZS^2 + FLZS^3 * NZ * B24, -M * DFLZS)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S417 := & EPS * (-1/2 * I^2 * FLZ^4 * NZ^4 * B24, M + 1/2 * I^{(-1)} * FLZ^4 * B22, M + \\
 & 1/2 * I^{(-1)} * FLZ^2 * FLXS * B11, M * NX5113 + 1/2 * I^{(-1)} * FLZ^2 * FLX \\
 & * B11, M * NX113 + 1/2 * I^{(-1)} * FLZ^2 * B24, M * DFLZ^2 + FLZ^3 * NZ * \\
 & B24, M * DFLZ)
 \end{aligned}$$

КОЭФФИЦИЕНТ ДЛЯ РЕЗУЛЬТАТА 2 * NZ - 2 * NX = M .

$$\begin{aligned}
 S126 := & EPS * (-I^2 * NX^2 * A13, M * NX113 * FLXS * FLX + I^{(-1)} * NX^2 * A13, M * \\
 & NX5113 * FLXS + 1/2 * I^{(-1)} * NZ^2 * A24, M * FLZ^2 * FLXS + I^{(-1)} * \\
 & NZ^2 * A14, M * NZ58 * FLZ * FLXS - I^{(-1)} * NZ^2 * A14, M * NZ528 * \\
 & FLZS * FLZ * FLXS - 1/2 * I^{(-1)} * A22, M * FLZ^2 * FLXS - I^{(-1)} * \\
 & A12, M * NZ58 * FLZ * FLXS - I^{(-1)} * A12, M * NZ528 * FLZS * FLZ *
 \end{aligned}$$

$$FLXS - I^{(-1)} * A11, M * NX^{113} * FLXS * FLX - I^{(-1)} * A11, M *$$

$$NXS^{113} * FLXS^3$$

$$S228 := EPS * (- I^{(-1)} * NX^2 * A13, - M * NX^{214} * FLX + I^{(-1)} * NX^2 * A13, - M * NXS^{214} * FLXS * FLX - 1/2 * I^{(-1)} * NZ^2 * A24, - M * FLZS^2 * FLX + I^{(-1)} * NZ^2 * A14, - M * NZ^{17} * FLZS * FLZ * FLX - I^{(-1)} * NZ^2 * A14, - M * NZS^{47} * FLZS * FLX + 1/2 * I^{(-1)} * A22, - M * FLZS^2 * FLX + I^{(-1)} * A12, - M * NZ^{17} * FLZS * FLZ * FLX + I^{(-1)} * A12, - M * NZS^{47} * FLZS * FLX + I^{(-1)} * A11, - M * NX^{214} * FLX + I^{(-1)} * A11, - M * NXS^{214} * FLXS * FLX)$$

$$S321 := EPS * (1/2 * I^{(-1)} * NX^2 * B23, - M * FLZS^2 * FLX - 1/2 * I^{(-1)} * B21, - M * FLZS^2 * FLX - 1/2 * I^{(-1)} * B11, - M * NX^{311} * FLZS^2 * FLX - 1/2 * I^{(-1)} * B11, - M * NXS^{411} * FLZS^2 * FLXS - 1/2 * I^{(-1)} * B11, - M * NZ^{17} * FLZS * FLZ * FLX - 1/2 * I^{(-1)} * B11, - M * NZS^{47} * FLZS^2 * FLX)$$

$$S423 := EPS * (- 1/2 * I^{(-1)} * NX^2 * B23, M * FLZ^2 * FLXS + 1/2 * I^{(-1)} * B21, M * FLZ^2 * FLXS + 1/2 * I^{(-1)} * B11, M * NX^{512} * FLZ^2 * FLX + 1/2 * I^{(-1)} * B11, M * NXS^{612} * FLZ^2 * FLXS + 1/2 * I^{(-1)} * B11, M * NZS^{58} * FLZ^2 * FLXS + 1/2 * I^{(-1)} * B11, M * NZS^{28} * FLZS * FLZ * FLXS)$$

КОЭФИЦИЕНТЫ ДЛЯ РЕЗОНАНСА $2 * NZ + 2 * NX = M$.

$$S129 := EPS * (- I^{(-1)} * NX^2 * A13, - M * NX^{214} * FLXS * FLX + I^{(-1)} * NX^2 * A13, - M * NXS^{214} * FLXS^3 + 1/2 * I^{(-1)} * NZ^2 * A24, - M * FLZS^2 * FLXS - I^{(-1)} * NZ^2 * A14, - M * NZ^{29} * FLZS * FLZ * FLXS + I^{(-1)} * NZ^2 * A14, - M * NZS^{59} * FLZS^2 * FLXS - 1/2 * I^{(-1)} * A22, - M * FLZS^2 * FLXS - I^{(-1)} * A12, - M * NZ^{29} * FLZS * FLZ * FLXS - I^{(-1)} * A12, - M * NZS^{59} * FLZS^2 * FLXS - I^{(-1)} * A11, - M * NX^{214} * FLXS * FLX - I^{(-1)} * A11, - M * NXS^{214} * FLXS^3)$$

$$S225 := EPS * (- I^{(-1)} * NX^2 * A13, M * NX^{113} * FLX + I^{(-1)} * NX^2 * A13, M * NXS^{113} * FLXS * FLX - 1/2 * I^{(-1)} * NZ^2 * A24, M * FLZ^2 * FLX - I^{(-1)} * NZ^2 * A14, M * NZ^{36} * FLZ^2 * FLX + I^{(-1)} * NZ^2 * A14, M * NZS^{16} * FLZS * FLZ * FLX + 1/2 * I^{(-1)} * A22, M * FLZ^2 * FLX + I^{(-1)} * A12, M * NZ^{36} * FLZ^2 * FLX + I^{(-1)} * A12, M * NZS^{16} * FLZS * FLZ * FLX + 1/2 * I^{(-1)} * A11, M * NX^{113} * FLX + 1/2 * I^{(-1)} * A11, M * NXS^{113} * FLXS * FLX)$$

$$S324 := EPS * (1/2 * I^{(-1)} * NX^2 * B23, - M * FLZS^2 * FLXS - 1/2 * I^{(-1)} * B21, - M * FLZS^2 * FLXS - 1/2 * I^{(-1)} * B11, - M * NX^{36} * FLZ^2 * FLX + 1/2 * I^{(-1)} * B11, - M * NXS^{46} * FLZS^2 * FLXS - 1/2 * I^{(-1)} * B11, - M * NZ^{36} * FLZ^2 * FLX - 1/2 * I^{(-1)} * B11, - M * NZS^{46} * FLZS^2 * FLX)$$

$$FLZS * FLXS - 1/2 * I^{(-1)} * B11, -M * NX512 * FLZS * FLX - 1/2 * I^2$$

$$I^{(-1)} * B11, -M * NX612 * FLZS * FLXS - 1/2 * I^2 * B11, -M * NX29 * FLZS * FLZ * FLXS - 1/2 * I^{(-1)} * B11, -M * NZ559 * FLZS * FLXS$$

$$FLXS)$$

$$S420 := EPS * (- 1/2 * I^2 * NX * B23, M * FLZ * FLX + 1/2 * I^{(-1)} * B21, M * FLZ * FLX + 1/2 * I^{(-1)} * B11, M * NX311 * FLZ * FLX + 1/2 * I^{(-1)} * B11, M * NX411 * FLZ * FLXS + 1/2 * I^{(-1)} * B11, M * NZ36 * FLZ * FLX + 1/2 * I^{(-1)} * B11, M * NZS16 * FLZS * FLZ * FLX)$$

$$)$$

$$)$$

$$FLX + 1/2 * I^{(-1)} * B11, M * NZS16 * FLZS * FLZ * FLX)$$

КУЗФФИНЕНИИ ДЛХ РЕЗОНАНСА 2 * NZ - NX = M .

$$S113 := EPS * (- 1^2 * NZ * A14, M * NZS33 * FLZS * FLZ * FLXS - 1^{(-1)} * A12, M * NZS33 * FLZS * FLZ * FLXS) + EPS * (1/2 * I^{(-1)} * NZ * A14, M * FLZ * FLXS - 1/2 * I^{(-1)} * A12, M * FLZ * FLXS)$$

$$)$$

$$)$$

$$S214 := EPS * (1^2 * NZ * A14, -M * NZ44 * FLZS * FLZ * FLX + 1^{(-1)} * A12, -M * NZ44 * FLZS * FLZ * FLX) + EPS * (- 1/2 * I^{(-1)} * NZ * A14, -M * FLZ * FLX + 1/2 * I^{(-1)} * A12, -M * FLZ * FLX)$$

$$)$$

$$)$$

$$S37 := EPS * (- 1/2 * I^2 * B11, -M * NZ44 * FLZS * FLZ * FLX - 1/2 * I^{(-1)} * B11, -M * NX512 * FLZS * FLZ * FLX) - 1/2 * I^{(-1)} * B11, -M * NX612 * FLZS * FLZ * FLX$$

$$B11, -M * NX531 * FLZS * FLXS) - 1/2 * EPS * I^{(-1)} * B11, -M * FLZS * FLX$$

$$)$$

$$S48 := EPS * (1/2 * I^2 * B11, M * NZS33 * FLZS * FLZ * FLXS + 1/2 * I^{(-1)} * B11, M * NX42 * FLZ * FLX) + 1/2 * EPS * I^{(-1)} * B11, M * FLZ * FLXS$$

$$)$$

КУЗФФИНЕНИИ ДЛХ РЕЗОНАНСА 2 * NZ + NX = M .

$$S114 := EPS * (- 1^2 * NZ * A14, -M * NZ44 * FLZS * FLZ * FLXS - 1^{(-1)} * A12, -M * NZ44 * FLZS * FLZ * FLXS) + EPS * (1/2 * I^{(-1)} * NZ * A14, -M * FLZ * FLXS - 1/2 * I^{(-1)} * A12, -M * FLZ * FLXS)$$

$$)$$

$$)$$

$$S213 := EPS * (I^2 * NZ * A14, M * NZS33 * FLZS * FLZ * FLX + 1^{(-1)} * A12, M * NZS33 * FLZS * FLZ * FLX) + EPS * (- 1/2 * I^{(-1)} * NZ * A14, M * FLZ * FLX + 1/2 * I^{(-1)} * A12, M * FLZ * FLX)$$

$$)$$

$$)$$

$$S39 := EPS * (- 1/2 * I^2 * B11, -M * NZ44 * FLZS * FLZ * FLXS - 1/2 * I^{(-1)} * B11, -M * NX42 * FLZS * FLZ * FLX) - 1/2 * EPS * I^{(-1)} * B11, -M * FLZS * FLZS * FLXS$$

$$)$$

$$)$$

$$S46 := EPS * (1/2 * I^2 * B11, M * NZS33 * FLZS * FLZ * FLX + 1/2 * I^{(-1)} * B11, M * NX531 * FLZ * FLXS) + 1/2 * EPS * I^{(-1)} * B11, M * FLZ * FLX$$

$$)$$

КОЭФФИЦИЕНТЫ, ОБЩИЕ ДЛЯ ВСЕХ РЕЗОНАНСОВ

$$S_{11} := \frac{1}{2} \cdot \text{EPS} \cdot I^2 \cdot \text{FLXS} \cdot A_{100} \cdot G_X \cdot NXS_{31} + \frac{1}{2} \cdot \text{EPS} \cdot I^2 \cdot \text{FLXS} \cdot \text{FLX} \cdot A_{100} \cdot G_X$$

$$S_{119} := \text{EPS} \cdot (-I)^2 \cdot \text{DFLXS} \cdot \text{FLXS} \cdot A_{130} \cdot NXS_{411} - I^2 \cdot \text{DFLXS} \cdot \text{DFLX} \cdot \text{FLXS} \cdot \text{FLX} \cdot A_{230} - I^2 \cdot \text{DFLXS} \cdot \text{DFLX} \cdot \text{FLXS} \cdot \text{FLX} \cdot A_{130} \cdot NXS_{55} - I^2 \cdot \text{DFLXS} \cdot \text{DFLX} \cdot \text{FLXS} \cdot \text{FLX} \cdot A_{130} \cdot NX_{311} - \frac{1}{2} \cdot I^2 \cdot \text{DFLX} \cdot \text{FLXS} \cdot A_{230} - I^2 \cdot \text{DFLX} \cdot \text{FLXS} \cdot A_{130} \cdot NX_{65} + I^2 \cdot \text{FLXS} \cdot A_{130} \cdot NX \cdot NXS_{411} - I^3 \cdot \text{FLXS} \cdot A_{110} \cdot NXS_{411} - \frac{1}{2} \cdot I^3 \cdot \text{FLXS} \cdot \text{FLX} \cdot A_{230} \cdot NX - \frac{3}{2} \cdot I^3 \cdot \text{FLXS} \cdot \text{FLX} \cdot A_{210} - I^2 \cdot \text{FLXS} \cdot \text{FLX} \cdot A_{130} \cdot NX \cdot NXS_{55} - I^2 \cdot \text{FLXS} \cdot \text{FLX} \cdot A_{130} \cdot NX_{311} + I^2 \cdot \text{FLXS} \cdot \text{FLX} \cdot A_{130} \cdot NX_{65} \cdot NX - I^2 \cdot \text{FLXS} \cdot \text{FLX} \cdot A_{110} \cdot NX_{65} + 2 \cdot I^2 \cdot \text{DFLXS} \cdot \text{FLXS} \cdot A_{130} \cdot NX \cdot NXS_{411} - \text{DFLXS} \cdot \text{FLXS} \cdot \text{FLX} \cdot A_{230} \cdot NX - \text{DFLXS} \cdot \text{FLXS} \cdot \text{FLX} \cdot A_{130} \cdot NX \cdot NXS_{55} - \text{DFLXS} \cdot \text{FLXS} \cdot \text{FLX} \cdot A_{130} \cdot NX \cdot NX_{311} + \text{DFLX} \cdot \text{FLXS} \cdot A_{130} \cdot NX \cdot NXS_{55} + \text{DFLX} \cdot \text{FLXS} \cdot A_{130} \cdot NX \cdot NX_{311} - 2 \cdot \text{DFLX} \cdot \text{FLXS} \cdot \text{FLX} \cdot A_{130} \cdot NX_{65} \cdot NX$$

$$S_{133} := \text{EPS} \cdot (-I)^2 \cdot \text{DFLZS} \cdot \text{FLXS} \cdot A_{140} \cdot NZS_{16} - I^2 \cdot \text{DFLZS} \cdot \text{DFLZ} \cdot \text{FLXS} \cdot \text{FLX} \cdot A_{240} - I^2 \cdot \text{DFLZS} \cdot \text{DFLZ} \cdot \text{FLXS} \cdot \text{FLX} \cdot A_{140} \cdot NZS_{47} - I^2 \cdot \text{DFLZS} \cdot \text{DFLZ} \cdot \text{FLXS} \cdot A_{140} \cdot NZ_{36} - I^2 \cdot \text{DFLZ} \cdot \text{FLXS} \cdot A_{140} \cdot NZ_{17} - I^2 \cdot \text{DFLXS} \cdot \text{DFLX} \cdot \text{FLXS} \cdot A_{130} \cdot NXS_{510} - I^2 \cdot \text{DFLX} \cdot \text{FLXS} \cdot A_{130} \cdot NX_{610} + I^2 \cdot \text{FLZS} \cdot \text{FLXS} \cdot A_{140} \cdot NZ \cdot NZS_{16} - I^2 \cdot \text{FLZS} \cdot \text{FLXS} \cdot A_{120} \cdot NZS_{16} - I^2 \cdot \text{FLZS} \cdot \text{FLZ} \cdot \text{FLXS} \cdot \text{FLX} \cdot A_{240} \cdot NZ - I^2 \cdot \text{FLZS} \cdot \text{FLZ} \cdot \text{FLXS} \cdot \text{FLX} \cdot A_{220} - I^2 \cdot \text{FLZS} \cdot \text{FLZ} \cdot \text{FLXS} \cdot A_{140} \cdot NZ \cdot NZS_{47} - I^2 \cdot \text{FLZS} \cdot \text{FLZ} \cdot \text{FLXS} \cdot A_{120} \cdot NZS_{47} - I^2 \cdot \text{FLZS} \cdot \text{FLZ} \cdot \text{FLXS} \cdot A_{120} \cdot NZ_{36} + I^2 \cdot \text{FLZ} \cdot \text{FLXS} \cdot A_{140} \cdot NZ_{17} \cdot NZ - I^2 \cdot \text{FLXS} \cdot \text{FLX} \cdot A_{130} \cdot NX \cdot NXS_{510} - I^2 \cdot \text{FLXS} \cdot \text{FLX} \cdot A_{110} \cdot NXS_{510} + I^2 \cdot \text{FLXS} \cdot \text{FLX} \cdot A_{130} \cdot NX_{610} \cdot NX - I^2 \cdot \text{FLXS} \cdot \text{FLX} \cdot A_{110} \cdot NX_{610} + 2 \cdot \text{DFLZS} \cdot \text{FLZS} \cdot \text{FLXS} \cdot A_{140} \cdot NZ \cdot NZS_{16} - \text{DFLZS} \cdot \text{FLZ} \cdot \text{FLXS} \cdot \text{FLX} \cdot A_{240} \cdot NZ - \text{DFLZS} \cdot \text{FLZ} \cdot \text{FLXS} \cdot A_{140} \cdot NZ \cdot NZS_{47} - \text{DFLZS} \cdot \text{FLZ} \cdot \text{FLXS} \cdot A_{140} \cdot NZ \cdot NZ_{36} + \text{DFLZ} \cdot \text{FLZS} \cdot \text{FLXS} \cdot \text{FLX} \cdot A_{240} \cdot NZ + \text{DFLZ} \cdot \text{FLZS} \cdot \text{FLXS} \cdot A_{140} \cdot NZ \cdot NZS_{47} + \text{DFLZ} \cdot \text{FLZS} \cdot \text{FLXS} \cdot A_{140} \cdot NZ \cdot NZ_{36} - 2 \cdot \text{DFLZ} \cdot \text{FLZ} \cdot \text{FLXS} \cdot A_{140} \cdot NZ_{17} \cdot NZ$$

$$\begin{aligned}
S33 &:= 1/2 * EPS * I^2 * FLZS * B100 * NZS33 * GZ + 1/2 * EPS * I^{(-1)} * FLZS * FLZ * B100 * GZ \\
S32 &:= EPS * (-1) * DFLZS * DFLZ * FLZS * FLZ * B240 - 1/2 * I^{(-1)} * DFLZ * FLZS * B240 - 1/2 * I^{(-1)} * FLZS * FLZ * B240 * NZ - 5/2 * I^{(-1)} * FLZS * FLZ * B220 - 1/2 * I^{(-1)} * FLZS * FLX * B110 * NX * S113 - 1/2 * I^{(-1)} * FLZS * FLX * B110 * NX * S113 - 1/2 * I^{(-1)} * FLZS * FLX * B110 * NX * S510 - 1/2 * I^{(-1)} * FLZS * FLZ * FLX * B110 * NX * S610 - DFLZS * FLZS * FLZ * B240 * NZ \\
S331 &:= EPS * (-1) * DFLXS * DFLX * FLZS * FLZ * B230 - 1/2 * I^{(-1)} * FLZS * FLX * B110 * NZ * S16 - 1/2 * I^{(-1)} * FLZS * FLX * B110 * NZ * S28 - 1 * FLZS * FLZ * FLX * B230 * NX - 1 * FLZS * FLZ * FLX * B210 - 1/2 * I^{(-1)} * FLZS * FLZ * FLX * B110 * NX * S55 - 1/2 * I^{(-1)} * FLZS * FLZ * FLX * B110 * NZ * S36 - 1/2 * I^{(-1)} * FLZS * FLZ * FLX * B110 * NZ * S58 - DFLXS * FLZS * FLZ * FLX * B230 * NX + DFLX * FLZS * FLZ * FLX * B230 * NX \\
S44 &:= -1/2 * EPS * I^2 * FLZ * B100 * NZ * S44 * GZ - 1/2 * EPS * I^{(-1)} * FLZ * B100 * GZ
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S430 &:= EPS * (1/2 * I^2 * DFLZS * FLZ * B240 + I^{(-1)} * DFLZS * DFLZ * FLZS * FLZ * B240 + 1/2 * I^{(-1)} * FLZS * FLZ * B240 * NZ + 3/2 * I^{(-1)} * FLZS * FLZ * B220 + 1/2 * I^{(-1)} * FLZS * FLZ * FLX * B110 * NX * S510 + 1/2 * I^{(-1)} * FLZS * FLZ * FLX * B110 * NX * S610 + 1/2 * I^{(-1)} * FLZS * FLX * B110 * NX * S214 + 1/2 * I^{(-1)} * FLZS * FLX * B110 * NX * S214 - DFLZ * FLZS * FLZ * B240 * NZ) \\
S432 &:= EPS * (1 * DFLXS * DFLX * FLZS * FLZ * B230 + I^{(-1)} * FLZS * FLZ * FLX * B230 * NX + I^{(-1)} * FLZS * FLZ * FLX * B210 + 1/2 * I^{(-1)} * FLZS * FLZ * FLX * B110 * NX * S55 + 1/2 * I^{(-1)} * FLZS * FLZ * FLX * B110 * NZ * S47 + 1/2 * I^{(-1)} * FLZS * FLZ * FLX * B110 * NZ * S59 + 1/2 * I^{(-1)} * FLZS * FLZ * FLX * B110 * NX * S65 + 1/2 * I^{(-1)} * FLZS * FLZ * FLX * B110 * NZ * S17 + 1/2 * I^{(-1)} * FLZS * FLZ * FLX * B110 * NZ * S29 + DFLXS * FLZS * FLZ * FLX * B230 * NX - DFLX * FLZS * FLZ * FLX * B230 * NX)
\end{aligned}$$

ЗДЕСЬ ИСПОЛЬЗУЮТСЯ СЛЕДУЮЩИЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ :
FLX - ФУНКЦИЯ ФЛОКЕ $\int_x(\theta)$,
FLXS - $\int_{x_1}(\theta)$,
FLZ - $\int_{x_2}(\theta)$,
FLZS - $\int_{x_2}(\theta)$.
СИМВОЛ D ПЕРЕД ИМЕНЕМ ЛЮБОЙ ИЗ ФУНКЦИЙ ФЛОКЕ ОЗНАЧАЕТ ПРОИЗВОДНУЮ ОТ ЭТОЙ ФУНКЦИИ ПО θ .

GX - ФУНКЦИЯ $g_x(\theta)$,
 GZ - $g_z(\theta)$.

A100 - РАССТРОЙКА Δ_x ,
 B100 - Δ_z .

NX, NZ - ЧАСТОТЫ БЕТАТРОННЫХ КОЛЕБАНИЙ ν_x, ν_z , СООТВЕТСТВЕННО.

В КОЭФФИЦИЕНТАХ $A_{kj, \pm m}$, $B_{kj, \pm m}$ ИНДЕКС $\pm m$ ОПРЕДЕЛЯЕТСЯ ПРАВОЙ ЧАСТЬЮ РЕЗОНАНСА.

КОЭФФИЦИЕНТЫ NX_{KJ} , NXS_{KJ} , NZ_{LJ} , NZS_{LJ} ,

ГДЕ $K=1, \dots, 6$; $L=1, \dots, 5$; $J=1, \dots, 14$.

$$NX42 := (GX * FLXS * A10) / (2 * I)$$

$$NX65 := (FLXS * (-1 * DFLXS * FLX * NX * A13 + 1 * DFLX * FLXS * NX * A13 - DFLXS * DFLX * A13 - FLXS * FLX * A11 - FLXS * FLX * NX * A13)) / I$$

$$NX610 := (FLXS * (-1 * DFLZS * FLZ * NZ * A14 + 1 * DFLZ * FLZS * NZ * A14 - DFLZS * DFLZ * A14 - FLZS * FLZ * NZ * A14 - FLZ * A12 * FLS)) / I$$

$$NX311 := (FLXS * (-2 * 1 * DFLX * FLX * NX * A13 - DFLX * A13 - FLX * A11 + FLX * NX * A13)) / (2 * I)$$

$$NX512 := (FLXS * (2 * 1 * DFLXS * FLXS * NX * A13 - DFLXS * A13 - FLXS * A11 + FLXS * NX * A13)) / (2 * I)$$

$$NX113 := (FLXS * (-2 * 1 * DFLZ * FLZ * NZ * A14 - DFLZ * A14 - FLZ * A12 + FLZ * NZ * A14)) / (2 * I)$$

$$NX214 := (FLXS * (2 * 1 * DFLZS * FLZS * NZ * A14 - DFLZS * A14 + FLZS * NZ * A14 - A12 * FLS)) / (2 * I)$$

$$NX531 := (-GX * FLX * A10) / (2 * I)$$

$$NX555 := (FLX * (1 * DFLXS * FLX * NX * A13 - 1 * DFLX * FLXS * NX * A13 + DFLXS * DFLX * A13 + FLXS * FLX * A11 + FLXS * FLX * NX * A13)) / I$$

$$NX5510 := (FLX * (1 * DFLZS * FLZ * NZ * A14 - 1 * DFLZ * FLZS * NZ * A14 + DFLZS * DFLZ * A14 + FLZS * FLZ * NZ * A14 + FLZ * A12 * FLS)) / I$$

$$NX5411 := (FLX * (2 * 1 * DFLX * FLX * NX * A13 + DFLX * A13 + FLX * A11 - FLX * NX * A13)) / (2 * I)$$

$$NX5612 := (FLX * (-2 * 1 * DFLXS * FLXS * NX * A13 + DFLXS * A13 + FLXS * A11 - FLXS * NX * A13)) / (2 * I)$$

$$NX5113 := (FLX * (2 * 1 * DFLZ * FLZ * NZ * A14 + DFLZ * A14 + FLZ * A12 - FLZ * NZ * A14)) / (2 * I)$$

$$NX5214 := (FLX * (-2 * 1 * DFLZS * FLZS * NZ * A14 + DFLZS * A14 - FLZS * NZ * A14 + A12 * FLS)) / (2 * I)$$

$$NZ44 := (FLZS * B10 * GZ * FLS) / (2 * I)$$

$$NZ516 := (FLZ * FLX * B11) / (2 * I)$$

$$NZ36 := (-FLZS * FLZ * FLX * B11) / (2 * I)$$

$$NZ547 := (FLZ * FLX * B11 * FLS) / (2 * I)$$

$$NZ17 := (-FLZS * FLX * B11 * FLS) / (2 * I)$$

$$NZ528 := (FLZ * FLXS * B11) / (2 * I)$$

$$NZ58 := (-FLZS * FLZ * FLXS * B11) / (2 * I)$$

$$NZ559 := (FLZ * FLXS * B11 * FLS) / (2 * I)$$

$$NZ29 := (-FLZS * FLXS * B11 * FLS) / (2 * I)$$

$$NZ533 := (-FLZ * B10 * GZ) / (2 * I)$$