

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

Н 623

P11-88-852

**Н.М.Никитюк**

**БЫСТРЫЙ АЛГОРИТМ  
ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ОПЕРАЦИИ УМНОЖЕНИЯ  
В ПОЛЕ ГАЛУА  $GF(2^m)$**

Направлено в журнал  
"Управляющие системы и машины"

**1988**

## I. Введение

В связи с широким развитием алгебраических методов обработки цифровых сигналов /1,2/ и создаваемых для этих целей различного рода специализированных процессоров /4/ возникает необходимость в совершенствовании аппаратных методов выполнения операций в поле  $GF(2^m)$ . Это касается прежде всего таких операций, как умножение, деление и возведение в степень элементов поля  $GF(2^m)$ .

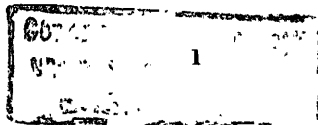
Выполнение подобных операций одновременно над двумя элементами не вызывает особых затруднений, и они довольно просто реализуются как на дискретных компонентах /3 - 6/, так и на основе ППЗУ /4,7,10/. В задачах, связанных с решением уравнения положения ошибок в процессе декодирования БЧХ-кодов и вычисления определителей приходится создавать схемы для вычисления сложных формул, содержащих большое количество сомножителей, находящихся под степенью. В работе /7/ операция умножения элемента А на сомножитель  $(B)^2$  выполняется в два этапа. В начале вычисляется квадрат элемента В и затем с помощью схемы умножения получается произведение  $A(B)^2$ . В работах /5,6,8/ автором показано, что вычисление подобных и более сложных выражений в поле  $GF(2^m)$  можно совместить в одном такте.

Например, в процессе решения уравнения третьей степени вычисляется формула /7/

$$Z = \frac{S_1^5 + S_5}{S_1^3 + S_3}, \quad (I)$$

где  $S_1, S_3, S_5$  - синдром БЧХ-кода, исправляющего три ошибки. Поскольку в результате вычислений по формуле (I) должен получиться заведомо известный элемент поля, то ППЗУ можно запрограммировать таким образом, что при подаче на его входы значение синдрома можно получить правильный результат с задержкой, определяемой типом ППЗУ. Другими словами, сложность вычислений алгебраических выражений в поле  $GF(2^m)$  с использованием ППЗУ определяется количеством различных элементов, входящих в данную формулу. Причем отдельные члены выражения могут находиться под степенью.

Следует отметить, что для выполнения различного рода операций в поле  $GF(2^m)$  нередко используются логарифмы /7,9/. В связи с появлением быстродействующих ППЗУ большой емкости методы вычислений над логарифмами элементов поля приобретают все более широкое применение в кодирующих и декодирующих устройствах БЧХ-кодов и в специализированных процессорах /10/. Однако в этих работах используется такой алгоритм, в котором предусмотрено выполнение операций одно-



временно только над двумя элементами. В данной работе приводится описание быстрого алгоритма, с помощью которого можно выполнять операции одновременно над произвольным количеством сомножителей. Работа алгоритма поясняется с помощью предложенного автором устройства. Кроме того, рассмотрен вариант схемы умножения, построенной на основе ПЛМ.

## 2. Метод циклической компрессии

С целью наглядности и компактности изложения, а также учитывая, то, что алгебра Гауа носит модулярный характер, суть быстрого алгоритма рассмотрим на конкретном примере.

Рассмотрим поле  $GF(2^4)$ , образованное над неприводимым полиномом четвертой степени  $X^4 \oplus X \oplus 1$ , ( $m=4$ ). При условии, что элемент  $a = 0100$  - корень этого полинома, пользуясь правилами выполнения операций над элементами в поле  $GF(2^4) / \mathcal{P}$ , из уравнения  $a^4 = a \oplus 1$  получим 15 ненулевых элементов поля, которые приведены в таблице I слева. Здесь же справа даны их логарифмы по основанию  $a$ . Правила выполнения операций над логарифмами в поле  $GF(2^m)$  мало чем отличаются (с учетом конечности поля) от операций над обычными числами.

Умножение двух элементов сводится к циклическому сложению их степени по модулю  $2^m - 1$ , а операция деления элемента  $A$  на элемент  $B$  эквивалентна сложению по модулю  $2^m - 1$  степени элемента  $A$  со степенью элемента  $B^{-1}$ , обратного к элементу  $B$  ( $BB^{-1} = 1$ ) с учетом обратного преобразования логарифмов в антилогарифмы.

Например, пусть элемент  $A = a^7$  и элемент  $B = a^{10}$ . Имеем

$\log_a^7 = 0111$  и  $\log_a^{10} = 1010$  (младший разряд справа). Складывая степени элементов  $A$  и  $B$ , получим

$$\begin{array}{r} + 0111 \\ + 1010 \\ + \underline{1} \\ \hline 0010 \end{array},$$

т.е. степень произведения  $a^7 a^{10}$  равна двум, так как  $a^7 a^{10} = a^{15} a^2 = a^2$  в поле  $GF(2^4)$ .

Аналогично в случае деления имеем

$$\log_a A/B = \log_a A + \log_a (B^{-1}).$$

При ручных вычислениях удобно пользоваться правилом: для вычисления степени обратного элемента  $B^{-1}$  к элементу  $B$  достаточно к величине  $2^m - 1$  прибавить по модулю два степень элемента  $B$ . Так, степень обратного элемента к элементу  $a^{10}$  равна пяти, так как  $a^{10} a^5 = a^0$

\* Знак  $\oplus$  обозначает "Сумма по модулю два".

Тогда  $\log_a A/B$  равен

$$+ \begin{array}{r} 1111 \\ 1010 \\ \hline 0101 \end{array}$$

$$+ \begin{array}{r} 0111 \\ 0101 \\ \hline 1100 \end{array} = 12_{10}$$

$= 12_{10}$

Таблица I

Элементы поля $GF(2^4)$	Логарифмы по основанию $a$
$a^0 = 1000$	0000
$a^1 = 0100$	0001
$a^2 = 0010$	0010
$a^3 = 0001$	0011
$a^4 = 1100$	0100
$a^5 = 0110$	0101
$a^6 = 0011$	0110
$a^7 = 1101$	0111
$a^8 = 1010$	1000
$a^9 = 0101$	1001
$a^{10} = 1110$	1010
$a^{11} = 0111$	1011
$a^{12} = 1111$	1100
$a^{13} = 1011$	1101
$a^{14} = 1001$	1110
$a^{15} = a^0$	1111

Чтобы существенно сократить время циклического суммирования степени элементов поля при большом числе слагаемых автором предложены алгоритм циклической компрессии степеней и способ построения соответствующего устройства, которое является аналогом параллельного компрессора, применяемого в схемах ускоренного умножения обычных чисел /II, I2/. На рис. I приведены два примера, иллюстрирующие алгоритм работы циклического компрессора. Первый пример

слева соответствует одновременному умножению 15 элементов  $a^0 = a^{15}$  в поле  $Gf(2^4)$  или что то же самое, возведению в 15-ю степень элемента  $a^0$ . Процесс циклического суммирования (по модулю 15) четырехразрядных чисел можно условно разделить на пять этапов. На первом этапе в результате подсчета количества единиц в двоичном коде в каждом столбце 15 слагаемых сжимаются до четырех. Причем результат суммирования в нашем примере (IIII) записывается по диагонали, начиная с первого столбца справа. Вследствие этого старший разряд записывается под последним столбцом исходных чисел.

Аналогичная процедура выполняется на втором и третьем этапах суммирования. В конечном итоге из 15 слагаемых получается два, разделенных на две части. Причем вторая часть суммы (слево) представляет собой наибольшее число 11010000, которое равно сумме переносов, возникающих в процессе циклической компрессии 15 слагаемых IIII. И, наконец, к значению 0010 добавляется число 1101 по модулю 15. На рис. 1 справа приведен пример для вычисления суммы степеней сомножителей

$$a^{14} a^{10} a^9 a^8 a^7 a^6 a^5 = a^{59} = a^{45} a^{14} = a^{14}$$

Рассмотренный пример сложения 15 элементов  $a^0$  является одновременно диаграммой для построения принципиальной схемы соответствующего параллельного циклического компрессора. Под таким устройством будем понимать логическую схему комбинационного типа, с помощью которого  $n$  слагаемых сжимаются до двух по правилам циклического суммирования. Циклический компрессор имеет  $m$  групп входов и  $2m$  выходов, где  $n = 2^m - 1$ . Он состоит из параллельных счетчиков и двух сумматоров по модулю  $2 - 1$ . Сокращенно такое устройство будем обозначать как  $[(2^m - 1, 2m)]$ -компрессор.

На рис. 2 приведена структурная схема  $[(15), 2 \times 4]$ -компрессора вместе с дополнительным сумматором и ПЗУ, с помощью которого получают антилогарифмы. На этом рисунке не показаны схемы для вычисления логарифмов, которые, по существу, представляют собой ПЗУ, выходы которых имеют двоичные веса

$$2^0, 2^1, 2^2, \text{ и } 2^3$$

и сгруппированы так, что шины с одинаковыми весами соединены со входами соответствующих им параллельных счетчиков. Как видно из рисунка, первый каскад компрессора состоит из четырех параллельных (15,4)-счетчиков. Такие счетчики обычно используются в вычислительной технике /13/ и в ядерной электронике /14/.

Второй каскад компрессора состоит из группы (4,3)-, (3,2)- и (2,2)-счетчиков. Подобные счетчики проще всего создаются на основе полных сумматоров, которые представляют собой (3,2)-счетчики.

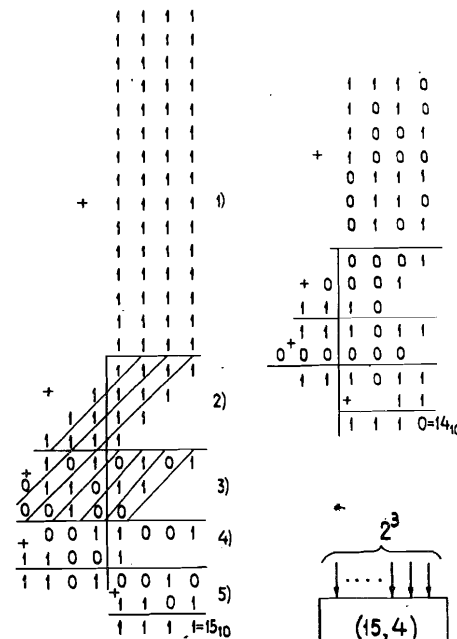


Рис. 1. Пример для одновременного циклического суммирования 15 и 7 степеней элементов поля  $Gf(2^4)$ .

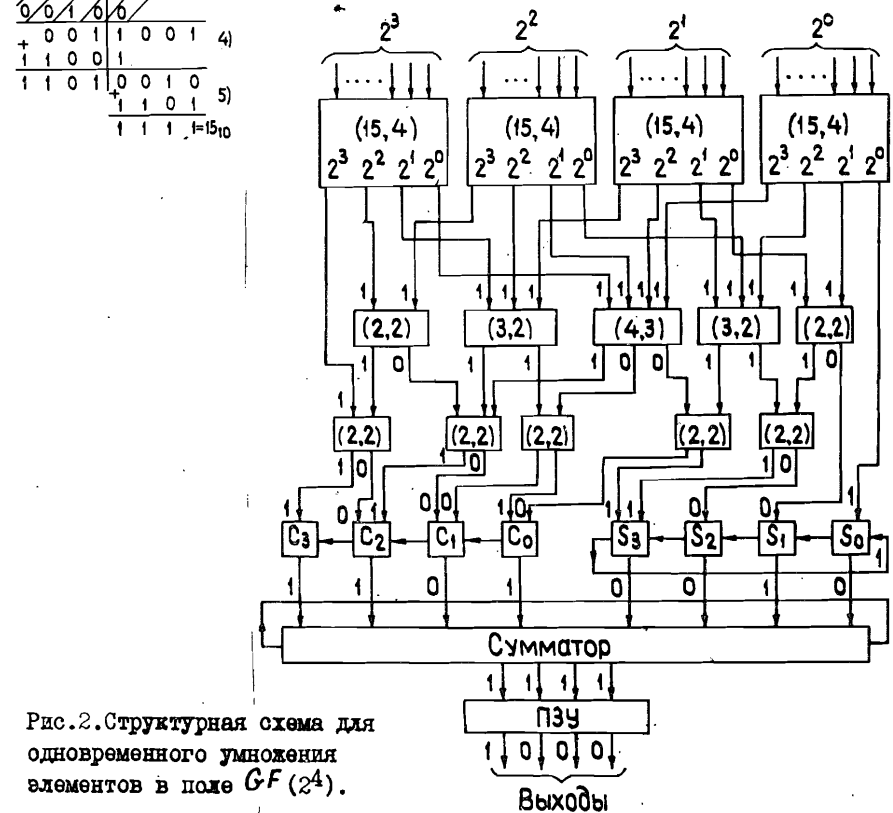


Рис. 2. Структурная схема для одновременного умножения элементов в поле  $Gf(2^4)$ .

Связи между входами данных счетчиков и выходами (15,4)-счетчиков можно описать с помощью примера, приведенного на рис. 1 слева. Так, выход шины с весом  $2^0$  первого (15,4)-счетчика (крайний справа) подключен непосредственно к входу  $S_0$  первого разряда циклического сумматора  $S_0 - S_4$  по модулю 15. Далее, выход шины с весом  $2^1$  этого же счетчика и выход с весом  $2^0$  второго (15,4)-счетчика подключены к входам первого (справа) (2,2)-счетчика второго каскада, так как во втором столбце на второй позиции имеется две цифры, одна из которых получилась в результате суммирования цифр первого столбца, а вторая цифра получилась от суммирования второго столбца и т. д. Аналогично на третьем этапе суммирования выполняется сложение с переносом трех операндов.

Нетрудно заметить, что после третьего этапа получается всего два слагаемых, разделенных на две части, позиции и двоичные веса которых определяют связи между выходами (2,2)-счетчиков третьего каскада и входами двух сумматоров по модулю 15. С помощью сумматора  $S_0 - S_3$  формируется общая сумма всевозможных циклических переносов (старшие четыре разряда). Вообще говоря, поскольку суммирование выполняется циклически, то количество слагаемых не имеет значения.

С помощью рассмотренного алгоритма можно эффективно вычислять относительно сложные выражения, например

$$\frac{A^p \cdot B^q \cdot C^z}{D^s \cdot E^t} = A^p \cdot B^q \cdot C^z (2^s)^{-1} \cdot (E^t)^{-1},$$

где  $A, B, C, D$  и  $E$  - произвольные элементы поля  $GF(2^m)$ . При этом предполагается, что для выполнения операции деления необходимо предварительно получить степени обратных элементов с помощью ППЗУ. Пользуясь соотношением для сложения двух элементов поля  $a^i$  и  $a^j$ ,

$$a^i + a^j = a^i (1 + a^{j-i}),$$

можно, не переходя обратно к антилогарифмам, выполнить сложение двух аналогичных выражений.

Следует отметить, что поскольку алгебра Гауа носит модулярный характер, то построение циклического компрессора при произвольных значениях  $m$  можно выполнить по аналогии. Например, если  $m = 5$ , то следует составить диаграмму для циклического сложения 31 элемента поля

$GF(2^5)$  и затем построить схему циклического компрессора. Для этих целей можно воспользоваться диаграммами, приведенными на рис. 3, которые являются аналогами примеров, приведенных на рис. 1. С помощью таких диаграмм можно определить необходимое количество этапов суммирования  $M$ , состав и количество параллельных счетчиков, время суммирования и принципиальные схемы умножения для  $m = 5 - 8$ . Точками на рисунке обозначены двоичные цифры 0 или 1.

Число каскадов параллельных счетчиков, необходимых для построения

циклического компрессора равно максимальному числу двоичных цифр в числе  $m$ . Так, при  $m = 3 - 7 M = 3$ , а при  $m = 8 - 15 M = 4$ . Время  $T_y$ , необходимое для одновременного умножения 2 - I сомножителей, включая и время, требуемое для вычисления логарифмов и антилогарифмов, можно вычислить из выражения

$$T_y = 2T_{II} + (T_{CI} + T_{C2} + \dots + T_{CM}) + 2T_S, \quad (2)$$

где  $T_{II}$  - задержка в ППЗУ, используемом для преобразования кодов,  $T_S$  - время суммирования по модулю  $2^m - 1$ , и в скобках указаны задержки в параллельных счетчиках. Для определенности положим, что для построения схемы умножения используются микросхемы 500-й серии, в состав которой входят: микросхема К500ИМ180, содержащая два полных одноразрядных сумматора в одном корпусе, микросхема К500ИП179 - схема ускоренного переноса с задержкой 2 нс и ППЗУ К500РЕ149, время преобразования кодов которого не превышает 20 нс. Причем время задержки сигналов на выходах "Сумма" и "Перенос" у микросхемы К500ИМ180 составляют 4,5 и 2,2 нс соответственно. В табл. 2 приведены данные о временах задержки и количество корпусов микросхем К500ИМ180, необходимых для построения параллельных счетчиков /15/.

Таблица 2

Параметры некоторых параллельных счетчиков

Счетчик	3,2	4,3	5,3	6,3	7,3	15,4	31,5	63,6	127,7
Число микросхем К500ИМ180	0,5	1,5	2,0	2,0	2,0	5,5	13,0	28,5	60
Задержка $T_{CM}$ , нс	4,5	11,2	11,2	11,2	11,2	17,9	24,6	31,3	40

Допустим, что время циклического суммирования  $T$  с учетом переноса при  $m = 4 - 8$  равно 6,5 8,5 8,5 8,5 8,5 нс соответственно.

В табл. 3 приведены параметры схем умножения для  $m = 4 - 8$ . Величина  $T_y$  вычислена в соответствии с равенством (2).

Основная часть от общего количества сумматоров, необходимых для построения схемы умножения, приходится на первый каскад, состоящий из  $(n, k)$ -счетчиков (около 80%). Известно, что для построения  $(n, k)$ -счетчика требуется  $S_{n,k}$  сумматоров /13 -15/:

$$S_{n,k} = (2^m - 1) - K.$$

Таблица 3

Параметры схем умножения для  $m = 4 \div 8$

$m$	4	5	6	7	8
Количество корпусов К500ИМ180	34	81,5	184	445	1100
$T_y$ , нс	86,6	97,3	104,0	114,0	126,0

$x$	$a^0$	$a^1$	$a^2$	$a^3$	$a^4$	$a^5$	$a^6$
$a^0$	$a^0$	$a^2$	$a^4$	$a^6$	$a^1$	$a^3$	$a^5$
$a^1$	$a^2$	$a^4$	$a^6$	$a^1$	$a^3$	$a^5$	$a^0$
$a^2$	$a^4$	$a^6$	$a^1$	$a^3$	$a^5$	$a^0$	$a^2$
$a^3$	$a^6$	$a^1$	$a^3$	$a^5$	$a^0$	$a^2$	$a^4$
$a^4$	$a^1$	$a^3$	$a^5$	$a^0$	$a^2$	$a^4$	$a^6$
$a^5$	$a^3$	$a^5$	$a^0$	$a^2$	$a^4$	$a^6$	$a^1$
$a^6$	$a^5$	$a^0$	$a^2$	$a^4$	$a^6$	$a^1$	$a^3$

$A$	$a^0$	$a^1$	$a^2$	$a^3$	$a^4$	$a^5$	$a^6$
$a^0$	$a^0$	$a^1$	$a^2$	$a^3$	$a^4$	$a^5$	$a^6$
$a^1$	$a^6$	$a^0$	$a^1$	$a^2$	$a^3$	$a^4$	$a^5$
$a^2$	$a^5$	$a^6$	$a^0$	$a^1$	$a^2$	$a^3$	$a^4$
$a^3$	$a^4$	$a^5$	$a^6$	$a^0$	$a^1$	$a^2$	$a^3$
$a^4$	$a^3$	$a^4$	$a^5$	$a^6$	$a^0$	$a^1$	$a^2$
$a^5$	$a^2$	$a^3$	$a^4$	$a^5$	$a^6$	$a^0$	$a^1$
$a^6$	$a^1$	$a^2$	$a^3$	$a^4$	$a^5$	$a^6$	$a^0$

Рис. 3. Таблицы-диаграммы для расчета быстродействия и количества микросхем, необходимых для создания циклического компрессора при  $m = 5 - 8$ .

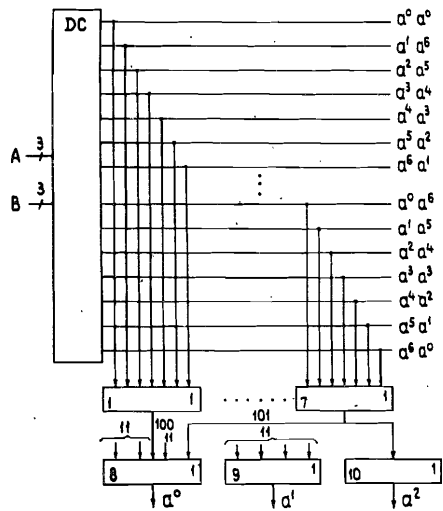


Рис. 4. Таблицы умножения и деления в поле  $GF(2^3)$ .

Тогда количество одноразрядных сумматоров, необходимых для создания первого каскада, равно

$$C = [(2^m - 1) - k]m.$$

Так, при  $m = 7$   $C = 840$ .

### 3. Применение программируемых логических матриц

Известно, что программируемые матрицы (ПМ), как правило, имеют большее число входов для переменных, нежели ПЗУ. Кроме того, в силу своей структуры ПМ потребляют сравнительно небольшую мощность и хорошо приспособлены для выполнения различного рода операций в поле  $GF(2^m)$ . На рис. 4 а и б приведены таблицы умножения и деления двух элементов в поле  $GF(2^3)$ . Это поле образовано над неприводимым полиномом

$$X^3 + X + 1.$$

При условии, что элемент  $a = 010$  - корень этого полинома и  $a^0 = 100$ ,  $a = 010$ ,  $a^2 = 001$  - базис поля, остальные четыре ненулевых элемента имеют следующие значения:  $a^3 = 110$ ,  $a^4 = 011$ ,  $a^5 = 111$  и  $a^6 = 101$ .

Как и следовало ожидать, в силу конечности поля Галуа, таблицы, приведенные на рис. 4, идентичны с точностью до перестановки элементов. Более того, если составить такие таблицы для сложных выражений, содержащих сомножители под степенью, то получатся аналогичные таблицы. Другими словами, если для выполнения совмещенных операций использовать ПМ, то сложность логической структуры матрицы не будет зависеть от сложности реализуемого выражения.

На рис. 5 приведена блок-схема ПМ, запрограммированная для выполнения операции умножения двух элементов в поле  $GF(2^3)$ . Схема состоит из дешифратора, содержащего 49 выходов, которые сгруппированы по семь шин в группе, таких, что на них получают одинаковые значения произведения двух элементов. Далее соответствующие группы шин объединены с помощью логических элементов ИЛИ 1 - 7. Вторая группа элементов ИЛИ 8 - 10 образует шифратор элементов в поле  $GF(2^3)$ . Цифрой II обозначены те входы логических элементов, которые подключены к соответствующим выходам элементов ИЛИ 1 - 7.

Например, если результат операции равен  $a^6 = a^0 + a^2$ , то выход логического элемента ИЛИ 7 соединен со входами логических элементов 8 и 10. Поэтому на выходах логических элементов 8 - 10 формируется значение 101. Если ПМ имеет 18 входов для переменных, то таким способом можно запрограммировать одновременное умножение до шести сомножителей, в том числе и таких, которые находятся под степенью.

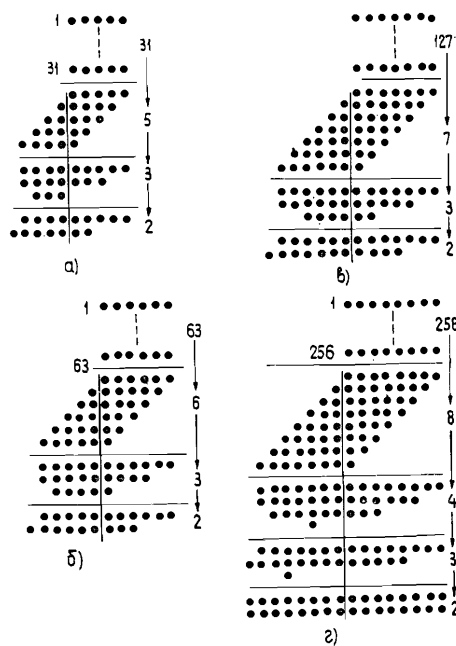


Рис.5. Структурная схема ППМ, запрограммированная для выполнения операции умножения двух элементов в поле  $GF(2^3)$ .

#### Заключение

Имеют существенное преимущество предложенный автором алгоритм, а также устройство для выполнения одновременного умножения множества элементов поля  $GF(2^m)$  по сравнению с известным /9/, при помощи которого такая процедура выполняется программно управляемым процессором. Циклический компрессор может найти применение в кодирующих и декодирующих устройствах /16/, в вычислительной технике, а также в таком важном направлении в современном приборостроении, как сигнатурный анализ /17/ и синтез переключательных функций, где в качестве переменных используются элементы в поле Галуа  $GF(2^m)$  /18 - 21/.

#### Литература

1. Блейхат Р.Э. Алгебраические поля, обработка сигналов, контроль ошибок. ТМИЭР, 1985, т. 73, № 5, с. 30 - 53.
2. Вариченко Л.В., Лабунец В.Г., Раков М.А. Абстрактные алгебраические системы и цифровая обработка сигналов. "Наукова думка", Киев, 1986, 247 с.

3. Bartee T.C., Schneider P.I. Computation with finite fields. Information and Control, 1963, vol. 6., N 1, p.79.
4. Никитюк Н.М. Специализированный процессор с алгебраической структурой для быстрого отбора физических событий. Препринт ОИЯИ № P10-87-254, Дубна, 1987, 19 с.
5. Никитюк Н.М. Устройство для умножения и возведения в степень двух элементов в поле Галуа  $GF(2^m)$ . Авт. свид. СССР № 1236457. Бюллетень ОИ, 1986, № 21, с. 199.
6. Никитюк Н.М. Устройство для выполнения операций возведения в степень, деления и умножения двух элементов в поле Галуа  $GF(2^m)$ . Авт. свид. СССР № 1236458. Бюллетень ОИ, 1986, № 21, с. 199.
7. Okano H., Imai H. A Construction Method of high-speed decoders using ROM's for Bose-Chaudhuri-Hocquenghem and Reed-Solomon codes. IEEE Transaction on Computers., 1987, vol. C-36, No.10, p. 1165-1171.
8. Никитюк Н.М. Совмещенные операции в поле Галуа  $GF(2^m)$ . Препринт ОИЯИ № P11 - 87 - 54, Дубна, 1987, 14 с.
9. Берликэмп Э. Алгебраическая теория кодирования. "Мир", М., 1971, С. 58.
10. Устройство для обработки цифровых слов, являющихся элементами поля Галуа. Изобретения в СССР и за рубежом, 1983, № 9, с. 62. Заявка № 0061345, ЕПВ кл. G 06 F 11/10.
11. Ho I.T., Chen T.C. A multiple addition by residue threshold functions and Their representation by array logic. IEEE on Comput., 1973, vol.C-22, No.8, 1973, p.762-767.
12. Dormido S., Canto M.A. Parallel Compressors. IEEE Trans. on Computers, 1980, vol. C-30, No.5, p.393
13. Swartzlander E. Parallel counters, IEEE Trans. on Computers, 1973, vol. C-22, No.11, p.1021.
14. Гуськов Б.Н., Калинин В.А., Максимов А.Н., Крастев В.Р., Никитюк Н.М. Быстродействующий параллельный счетчик. ПТЭ, 1984, № 6, с. 91 - 94.
15. Никитюк Н.М. Быстрые и экономичные алгоритмы для специализированных процессоров. Регистрация суммарного сигнала в калориметрах. Препринт ОИЯИ, № P10 - 88 - 241, Дубна, 1988, 12 с.
16. Shao H.M., Truong T.K., Deutch L.J et al. A VLSI design of a pipeline Reed-Solomon decoder. IEEE Transactions on Computers, 1985, vol. C-34, No.5, p.393-403.
17. Смирнов Н.И., Стручков А.А., Судовцев В.А. Диагностика неисправностей в цифровой радиоаппаратуре на БИС. Зарубежная радиоэлектроника, 1979, № 1, С.53-60.

18. Benjauthrit B., Reed I. Galois switching functions and their Applications. IEEE Transactions on Computers, 1976, vol.C-25, No.1, p.78-86.
19. Pradham D.K. A theory of Galois switching functions. IEEE Transactions on Computers, 1978, vol. C-27, No.3, p.239-248.
20. Александров И.Н., Гайдамака Р.И., Никитюк Н.М., Широков В.П. Расчет переключательных функций, представленных элементами поля Галуа  $GF(2^m)$ . Препринт ОИЯИ № Р10-84-865, Дубна, 1984.
21. Gaidamaka R.I., Nikityuk N.M. Application of analytical transformations and calculations on computers for synthesis of switching functions and solution of the problem of devising universal dynamically programmed logic modules. E10-88-53, 16p. Dubna, 1988, Доклад на I Объединенной конференции ААЕСС-6 и ISSAC-88, Рим, июнь, 1988.

Рукопись поступила в издательский отдел  
12 декабря 1988 года.

Никитюк Н.М.

P11-88-852

Быстрый алгоритм для выполнения операции  
умножения в поле Галуа  $GF(2^m)$

Описан быстрый алгоритм выполнения операции умножения одновременно над многими элементами в поле Галуа  $GF(2^m)$ , представляемыми в виде логарифмов. Суть алгоритма основана на методе параллельной компрессии данных, который используется в схемах быстрого умножения обычных чисел. Эффективность алгоритма рассматривается на конкретном примере схемы для одновременного умножения 15 элементов в поле  $GF(2^m)$ . Предлагаемая схема умножения является базой для выполнения таких операций, как деление и возведение в степень. В качестве элементной базы используются ПЗУ и ПЛИС.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.  
Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1988

Перевод О.С.Виноградовой

Nikityuk N.M.

P11-88-852

Fast Algorithms for Execution of Multiplication  
Over Galois Field  $GF(2^m)$

A fast algorithm for execution of multiplication over Galois field  $GF(2^m)$  elements simultaneously represented as algorithms is described. Essence of the algorithm is based on data parallel compression method which is used in schemes of fast multiplication of common numbers. Efficiency of the algorithm is considered on a concrete example of the scheme for simultaneous multiplication of 15 elements of the Galois field  $GF(2^m)$  elements. The proposed multiplication scheme is a based for execution of such operations as division and raising of power PROM and PLA serve as element base.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1988