

сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Ж 696

P11-88-716

И.Е. Жидкова

**ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ
МЕТОДА УСРЕДНЕНИЯ КРЫЛОВА – БОГОЛЮБОВА
В ВЫСШИХ ПРИБЛИЖЕНИЯХ ДЛЯ СИСТЕМЫ
ДУХ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ
УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА
С ПЕРИОДИЧЕСКИМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ
(Для уравнений с линейной частью,
имеющей постоянные коэффициенты)**

1988

Комплекс аналитических программ, реализованных на языке REDUCE /2/ (версия 3.2), строит усредненные по методу Крылова-Боголюбова /1/ системы уравнений в высших приближениях для исходной системы уравнений вида:

$$\begin{aligned} x'' + \dot{\nu}_x^2 x &= \varepsilon F_{x1} + \varepsilon^2 F_{x2} + \varepsilon^3 F_{x3} + \dots, \\ z'' + \dot{\nu}_z^2 z &= \varepsilon F_{z1} + \varepsilon^2 F_{z2} + \varepsilon^3 F_{z3} + \dots, \end{aligned} \quad (I)$$

где F_{xk}, F_{zk} ($k=1,2,3,\dots$) - полиномы от x, x', z, z' (' означает дифференцирование по θ) с периодическими по θ коэффициентами $A_{kj}(\theta), B_{kj}(\theta)$; ε - малый параметр.

Усреднение по методу Крылова-Боголюбова реализуется с помощью некоторых замен переменных, явный вид которых приведен в работе /6/.

В процессе работы программы можно построить:

1. Систему уравнений в стандартной форме /1/.
2. Систему усредненных уравнений в комплексных переменных с символьными коэффициентами и сами коэффициенты, исходя из явного вида функций F_{xk}, F_{zk} для заданного резонанса.
3. Систему усредненных уравнений с символьными коэффициентами и сами коэффициенты в действительных переменных для заданного резонанса.
4. Систему уравнений на фазовой плоскости, что позволяет построить траектории движения частицы в окрестности особых точек.

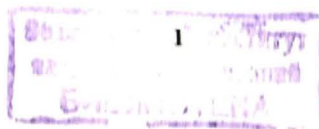
Кроме того, работает подпрограмма, которая позволяет перейти от уравнений, описывающих движение заряженной частицы в электрическом и магнитном полях в виде уравнения Ньютона-Лоренца, к уравнениям вида (I).

Для получения перечисленных выше (1-4) результатов достаточно задать:

- а) функции F_{xk}, F_{zk} ($k=1,2,3,\dots$),
- б) явный вид резонанса $k_x \dot{\nu}_x + k_z \dot{\nu}_z = q$ (где k_x, k_z, q - целые),
- в) желаемый порядок приближения n ($n=1,2,3,\dots$).

Все программы реализованы с помощью системы REDUCE-3.2, часть подпрограмм написана на R-LISP /2/.

Для работы отдельных блоков программы (для $n=3$) требуется от 1,5 М байтов до 3М байтов оперативной памяти на ЭВМ ЕС-1061. Про-



межуточные результаты записываются на диск с последующим считыванием по мере необходимости. Все окончательные результаты могут быть записаны на внешнюю память (диск). Время счета существенно зависит как от явного вида функций F_{zk}, F_{zk} , так и от порядка приближения n и, в меньшей степени, от конкретного резонанса.

Программы использовались для исследования влияния некоторых резонансов ($2\dot{\nu}_z - \dot{\nu}_x = 1$ /6/; $3\dot{\nu}_x = 2$ /7/; $2\dot{\nu}_z + 2\dot{\nu}_x = 3$, $3\dot{\nu}_z + 2\dot{\nu}_x = 2$, $4\dot{\nu}_z + \dot{\nu}_x = 4$ /7/) для синхрофазотрона ОИЯИ.

В качестве тестов правильности работы программ было проведено сравнение полученных нами в первом приближении результатов для резонансов $2\dot{\nu}_z - \dot{\nu}_x = 1$ и $3\dot{\nu}_x = 2$ с результатами, полученными ранее в работах /3-5/, и доказана их идентичность.

Суммарное время счета для резонанса $2\dot{\nu}_z - \dot{\nu}_x = 1$ составляет 3-4 часа времени центрального процессора, а для резонанса $3\dot{\nu}_x = 2$ примерно 2-2,5 часа.

Следует отметить, что объединение программ в единую приведет, прежде всего, к резкому увеличению используемой оперативной памяти, по крайней мере, до 4-5М байтов. Время счета при этом тоже не уменьшится, т.к. из-за низкой надежности работы машины все равно необходимо проводить запись всех крупных промежуточных результатов на внешнюю дисковую память. Кроме того, любой сбой машины приведет либо к необходимости провести многочасовой (и с большой оперативной памятью) счет сначала, что неэкономично, либо потребует вмешательства программиста, чтобы продолжать расчеты с момента сбоя. Последнее проще осуществить, работая с комплексом последовательных программ, что, кроме того, позволяет вести дополнительный контроль над получаемыми результатами.

Пакет программ может быть использован для любых задач, описываемых уравнениями вида (I). Следует однако помнить, что при $n \geq 4$ время счета может резко возрасти, а необходимая оперативная память может достигнуть 8-10Мбайтов.

Литература

1. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний, Наука, Москва, 1974.
2. Hearn A.C. REDUCE User's Manual, Version 3.2, Rand Corporation, Santa Monica, CA 90406, USA, 1985.
3. Амирханов И.В. и др. ОИЯИ, 9-8663, Дубна, 1975; ПИ-8780, Дубна, 1975; ПИ-9108, Дубна, 1975; Р5-82-879, Дубна, 1975.

4. Безногих Ю.Д. и др. ОИЯИ, Р9-9120, Дубна, 1975.
5. Василишин Б.В. и др. ОИЯИ, 9-7498, Дубна, 1973.
6. Амирханов И.В. и др. ОИЯИ, ПИ-87-452, Дубна, 1987.
7. Амирханов И.В. и др. ОИЯИ, ПИ-88-606, Дубна, 1988; ПИ-88-714, Дубна, 1988.

Рукопись поступила в издательский отдел
30 сентября 1988 года.