

**сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна**

А 62

P11-87-786

**И.В.Амирханов, Е.П.Жидков, В.В.Игнатов*,
А.Н.Ильина*, В.Д.Ильин*, Б.Ю.Юшков***

**ИЗМЕНЕНИЕ
ОРБИТАЛЬНОГО МАГНИТНОГО МОМЕНТА
ДВИЖЕНИЯ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ
В ДЕФОРМИРОВАННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ
ДИПОЛЯ**

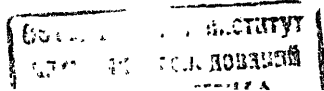
* Научно-исследовательский институт ядерной физики МГУ

Вопрос о степени сохранения магнитного момента движения заряженной частицы μ (первого адиабатического инварианта) в деформированном магнитном поле диполя представляет особый интерес по нескольким причинам.

Прежде всего это имеет практическое приложение. Полагая деформацию поля аксиально-несимметричной, можно, например, перейти к геомагнитному полю, которое в нулевом приближении является дипольным. В этом случае вызывает интерес роль неадиабатических эффектов движения частиц при формировании высокоэнергетичной компоненты радиационных поясов Земли^{/1/}, когда определяющим фактором становится процесс накопления экспоненциально малых изменений адиабатического инварианта при многократных осцилляциях частиц вдоль магнитных силовых линий. Причем за исходное принимается изменение $\Delta\mu$ (полученное теоретически и проверенное численно) за одно продольное колебание частицы между точками отражения в чисто дипольном поле^{/2,3/}.

В связи с этим важно оценить достоверность аналитического выражения для $\Delta\mu$, приведенного в^{/3/} и в задачах с геомагнитной ловушкой. Кроме того, движение частиц в смысле неадиабатичности в реальном геомагнитном поле качественно отличается от движения в аксиально-симметричном (дипольном) поле, поскольку в первом случае фазовая плоскость системы покрывается стохастической паутиной, которая приводит к универсальной диффузии Арнольда^{/4/}.

Динамическая система частица — дипольное поле хотя и является неинтегрируемой в смысле Пуанкаре (т.е. не существует никакого другого аналитического интеграла кроме энергии и обобщенного момента импульса), однако особая топология фазового пространства данной системы позволяет доказать вечную инвариантность μ . Математическая задача о движении заряженной частицы в осесимметричном магнитном поле рассматривалась Арнольдом в работе^{/5/}. Наличие симметрии позволяет понизить порядок системы и свести рассматриваемую задачу к задаче о движении частицы в двумерном рве, дно которого совпадает с одной из силовых линий магнитного поля. Несколько упрощая реальную ситуацию, можно сказать, что Арнольдом было доказано наличие у такой системы инвариантных торов, расположенных в фазовом пространстве таким образом, что для любого положительного малого числа ϵ можно подобрать начальные условия так, что величина μ на протяжении всего времени движения будет отличаться от своего начального значения не более, чем на ϵ . В нашем случае под ϵ следует понимать величину



$$\chi = \rho/R_c < \chi_c,$$

где χ_c — критическое значение параметра адиабатичности, ρ — ларморовский радиус частицы, R_c — радиус кривизны силовой линии. Отсюда следует, что частица может бесконечно долго удерживаться магнитной ловушкой. В доказательстве используются такие методы, как разложение функций в ряд без контроля за их областью сходимости, неявные функции и их интегралы и т.п., что в совокупности не позволяет определить размеры инвариантных торов и их расположение в фазовом пространстве. Другими словами, величину χ_c следует находить экспериментально или численными методами^{4/}.

Численное моделирование играет, таким образом, существенную роль в исследованиях динамики частиц в магнитных ловушках и особенно в случае несимметричного поля, когда использование аналитических методов весьма проблематично.

В настоящей работе оценивается изменение μ в реальном геомагнитном поле на основе траекторных расчетов при одном прохождении частицей медианной (экваториальной) плоскости.

Для определения $\Delta\mu$ использовалось численное интегрирование уравнения движения протона в геомагнитном поле:

$$\frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} = \frac{ec}{E} \left[\frac{d\vec{R}}{dt} \vec{B} \right], \quad (1)$$

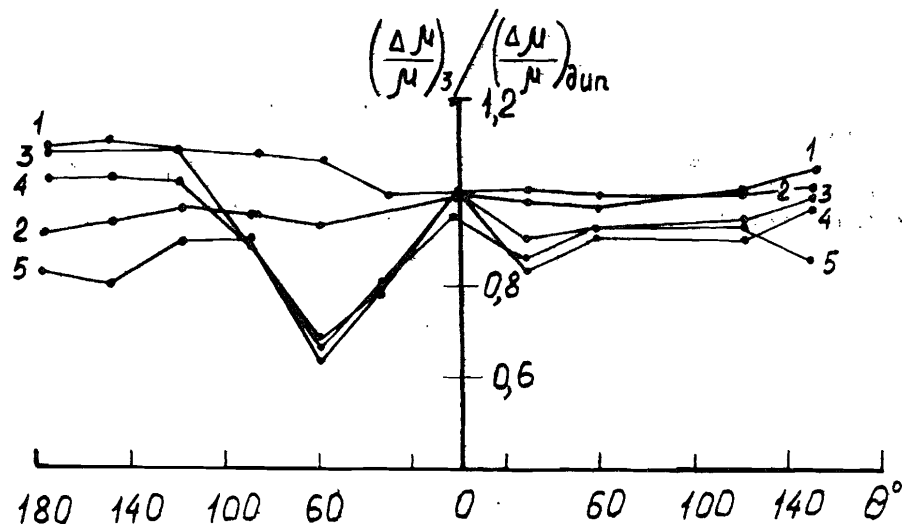
где \vec{R} — радиус-вектор частицы, E — полная энергия протона. Величина \vec{B} имеет общеизвестное представление в виде ряда Гаусса (сумма полей мультиполей различного порядка). При вычислении \vec{B} использовалась быстройдействующая интерполяционная процедура^{6,7/}, основанная на модели магнитного поля Земли DGRF 1975^{8/}. Расчеты проводились для протонов с энергией $W = 600$ МэВ, которые инжектировались с геомагнитного экватора, т.е. из точки минимальной напряженности поля на данной силовой линии. Вектор скорости задавался в виде

$$\vec{v} = v_0 [\vec{b} \cos \alpha + \sin \alpha (\vec{n} \sin \phi + \vec{\tau} \cos \phi)], \quad (2)$$

где v_0 — модуль вектора скорости, \vec{b} , \vec{n} , $\vec{\tau}$ — единичные ортогональные векторы, определяемые следующим образом:

$$\vec{b} = \frac{\vec{B}}{|B|}, \quad \vec{n} = \frac{[\vec{R}\vec{B}]}{|[\vec{R}\vec{B}]|}, \quad \vec{\tau} = [\vec{b}\vec{n}]; \quad (3)$$

α — угол между векторами \vec{v} и \vec{B} ; ϕ — фаза частицы, которая отсчитывается в плоскости $\vec{n}, \vec{\tau}$ от $\vec{\tau}$ к \vec{n} (по ларморовскому вращению протона). Величина $\Delta\mu$ определялась по алгоритму, описанному в работе^{3/}, для географических долгот θ от 0 до 2π с шагом 30° .



Зависимость $(\Delta\mu/\mu)_3 / (\Delta\mu/\mu)_{\text{дип}}$ от θ и ϕ при условиях инжекции: $W = 600$ МэВ, $\alpha = 32,66^\circ$, $B = 0,0258$ Гс, $R/R_3 \approx 2,3$ (где R_3 — радиус Земли). 1 — $\phi = 0^\circ$; 2 — $\phi = 30^\circ$; 3 — $\phi = 210^\circ$; 4 — $\phi = 225^\circ$; 5 — $\phi = 240^\circ$.

Результаты вычислений изменений μ в реальном геомагнитном поле по отношению к дипольному показаны на рисунке. Из приведенных данных видно, что наибольшее различие ($\approx 40\%$) между $\Delta\mu$ в дипольном и реальном геомагнитных полях приходится на долготу $\theta \approx 60^\circ$, которая соответствует Бразильской магнитной аномалии. В этом районе линии $B = \text{const}$ резко опускаются вниз из-за сильного влияния недипольных членов геомагнитного поля. Перепад высот между точками отражений внутри и вне аномалии, соответствующих некоторой линии $B = \text{const}$, может составлять $\sim 10^3$ км. Чем выше лежат точки отражения от поверхности Земли, тем слабее влияние магнитной аномалии. В адиабатическом приближении такой зависимости соответствует увеличение экваториального угла α .

Таким образом, эффект Бразильской аномалии следует учитывать в качестве граничных условий (конуса потерь) при решении краевых задач. Усредненная по долготе θ величина $\langle (\Delta\mu/\mu)_3 \rangle$ оказывается близкой к соответствующей величине в дипольном поле. Поэтому аналитические оценки $\Delta\mu$ для дипольного поля могут быть приемлемы и для геомагнитного поля, обусловленного внутренним источником.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ильин В.Д., Ильина А.Н. — Физика плазмы, 1982, 8, с.148.
2. Таюрский В.А., Чириков Б.В. Препринт ИЯФ 74-73, Новосибирск, 1973.

3. Амирханов И.В. и др. Сообщение ОИЯИ, P11-85-88, Дубна, 1985.
4. Чириков Б.В. – Физика плазмы, 1978, 4, с.521;
– В кн.: Вопросы теории плазмы, М.: Энергоатомиздат, 1984, вып.13, с.3.
5. Арнольд В.И. – УМН, 1963, 18, №6, с.91.
6. Kluge G. – Computer Physics Communications, 1972, 3, p.31.
7. Гусев А.А., Пугачева Г.И. – Алгоритмы и программы, 1980, 1(33), с.54
8. Головкин В.П., Коломийцева Г.И. – Геомагнетизм и аэрономия, 1986, 26, с.523.

Рукопись поступила в издательский отдел
2 ноября 1987 года.

Амирханов И.В. и др.

P11-87-786

**Изменение орбитального магнитного момента
движения заряженной частицы в деформированном
магнитном поле диполя**

Исследуется изменение магнитного момента движения протона μ в аксиально-несимметричном магнитном поле (дипольное поле + мультиполи различных порядков). С помощью траекторного счета найдено изменение $\Delta\mu$ за полупериод продольных колебаний частицы между точками отражения. Показано влияние недипольных членов на величину $\Delta\mu$.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод О.С.Виноградовой

Amirkhanov I.V. et al.

P11-87-786

**The Change of Orbital Magnetic Moment
of Charged Particle Motion in Deformed Magnetic
Field of Dipole Configuration**

The change of magnetic moment of proton μ in axial asymmetrical magnetic field (field with dipole configuration + multipole of difference order) is investigated. By trajectory computation the change $\Delta\mu$ for half cycle of longitudinal oscillations between points has been determined. The influence of multipole members on magnitude $\Delta\mu$ is shown.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987