объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р11-86-114

В.Л.Ломидзе

ИЗГИБАЮЩИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫЕ ГРАДИЕНТЫ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Направлено в журнал "Теплофизика высоких температур"

1986

Введение

Тепловыделяющие элементы (твэлы) ядерного реактора, как правило, объединяются в отдельные группы (сборки) стержней, заключенных внутри оболочек топливных кассет. Несмотря на то, что каждая такая группа является довольно плотным и жестким образованием, всё-таки имеется возможность поперечных перемещений твэлов внутри кассеты (как и перемещений самих кассет) под воздействием изгибающих моментов, которые всегда возникают, если есть угловая зависимость в распределении температуры по сечению твэла (кассеты). Характер искривления твэлов существенным образом зависит от детальной конструкции топливных кассет и величины технологических зазоров, а сопутствующие эффекты реактивности чаще всего нелинейны и трудно предсказуемы /I-3/.

В импульсном реакторе все эффекты реактивности и, в частности, эффекты, связанные с явлением изгиба, гораздо более заметны, чем в обычном реакторе. Например, перемещение периферийных топливных кассет реактора ИБР-2 только на 0,01 мм в направлении к центру активной зоны приведет к разгону реактора с периодом около 80 секунд, тогда как в стационарном (неимпульсном) режиме период разгона был бы равен 25 минутам. Следовательно, перемещение топливных стержней даже на сотые доли миллиметра может заметно влиять на динамику импульсного реактора. Характер поведения реактора ИБР-2 /4/ в отдельных переходных режимах (при низких расходах теплоносителя) косвенно указывает на возможность изгиба элементов активной зоны. Попытка подтвердить или опровергнуть такую возможность столкнулась с необходимостью иметь простой и достаточно общий рецепт расчета, который был бы полезен при многочисленных предварительных оценках вероятных эффектов изгиба.

Ниже будут получены формулы для изгибающих температурных градиентов в цилиндрическом твэле, позволяющие рассчитывать характер искривления топливного стержня и оболочки твэла с учетом трех основных факторов, инициирующих изгиб: неравномерности плотности делений по сечению стержня, несимметричного расположения топливного стержня внутри оболочки и азимутальной асимметрии температуры жидкости, омывающей твэл.

В дальнейшем под изгибающим температурным градиентом подразумевается вектор $\vec{\nabla} T(z)$, который определяется непосредственно из известного уравнения свободного изгиба стержня /I/, если записать последнее в форме:

$$\frac{d^2}{dz^2}\vec{u}(z) = -\alpha_T \vec{\nabla} T(z), \qquad (\mathrm{I})$$

где α_T – коэффициент линейного расширения и $\vec{u}$ – прогиб стержня. Если известно распределение температуры $T(r,\varphi)$ в сечении с координатой z, то для круглого цилиндра

$$\vec{\nabla} T(z) = I^{-1}\int T(r,\varphi)\,\vec{r}\,r\,dr\,d\varphi. \qquad (2)$$

Интеграл взят по всей площади поперечного сечения цилиндра, I – момент инерции сечения. Радиус-вектор $\vec{r}$ с проекциями $x = \cos\varphi$, $y = \sin\varphi$ лежит в плоскости, перпендикулярной оси z стержня, $T(r,\varphi)$ зависит от z как от параметра.

Задача о вычислении изгибающих градиентов в топливном стержне $\vec{\nabla} T_1(z)$ и оболочке $\nabla T_2(z)$ сводится, таким образом, к отысканию соответствующих стационарных распределений температур $T_1(r,\varphi)$ и $T_2(r,\varphi)$.

I. Несимметричные температурные распределения в цилиндрическом твэле

Элемент топливного стержня единичной длины и радиуса R_1 окружен оболочкой, внутренний и внешний радиусы которой R_2 и R_3. Пространство между стержнем и оболочкой заполнено подвижной средой (газ). Снаружи твэл омывается потоком жидкости. Коэффициенты теплопроводности материалов стержня λ_1, оболочки λ_2 и газового промежутка λ', а также коэффициент теплоотдачи пограничного слоя жидкости α_N считаются константами. Перетечки тепла в осевом направлении z отсутствуют.

Плотность тепловыделения распределена по сечению стержня согласно зависимости, характерной для реактора на быстрых нейтронах:

$$q_v(r,\varphi) = q + \nabla q\, r\cos\varphi. \qquad (3)$$

Здесь q – среднее по объёму элемента тепловыделение, ∇q – абсолютное значение градиента тепловыделения $\vec{\nabla} q$, зависящего от глобального распределения нейтронов по реактору, r – расстояние от оси стержня, угол φ отсчитывается от оси x, совпадающей по направлению с вектором $\vec{\nabla} q$ (см. рис. I).

Элемент стержня сдвинут относительно симметричного положения на расстояние Δu в направлении φ_0 (см.рис. I). Этот сдвиг характеризуется вектором $\vec{\varepsilon}$, величина которого

$$\varepsilon = \Delta u/(R_2 - R_1), \quad (0 \le \varepsilon \le 1).$$

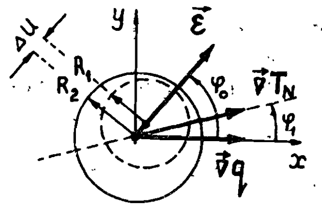

Рис. I. "Исходные" векторы в используемой системе координат. Пунктиром обозначено истинное положение топливного стержня внутри оболочки твэла.

Предполагается, что $R_2 - R_1 \ll R_1$ и коэффициент теплопередачи в направлении φ для участка $d\varphi$ асимметричного газового слоя равен

$$\frac{d\varphi}{2\pi}\,\frac{\alpha'}{1-\varepsilon\cos(\varphi-\varphi_0)}, \qquad (4)$$

где $\alpha' = 2\pi\lambda'/\ln(R_2/R_1)$ – коэффициент теплопередачи симметричного газового слоя /5/. Основное приближение, которое принято при постановке краевой задачи, заключается в том, что геометрически асимметричный слой газа заменяется на симметричный слой толщиной ($R_2 - R_1$), обладающий анизотропным коэффициентом теплопередачи (4)*.

Вдали от пограничного слоя температура омывающей жидкости имеет косинусоидальную угловую зависимость вида $\frac{1}{2}\vartheta\cos(\varphi-\varphi_1)$, где φ_1 – направление, при котором перепад температур по обе стороны твэла достигает максимального значения ϑ (рис. I). Для крайних твэлов в кассете такая зависимость подтверждена экспериментально /6-8/. Но её можно распространить и на центральные твэлы, несмотря на то, что для температуры жидкости в центральных ячейках основной является шестая гармоника ряда Фурье (для треугольной решетки) или, например, четвертая (для квадратной решетки стержней) /7/, т.е. четные гармоники, которые не дают вклада в перепад температур и поэтому не влияют на изгиб (слабое влияние появляется, если учесть зависимость α_N от φ).

Для характеристики азимутальной асимметрии температуры теплоносителя удобно ввести вектор $\vec{\nabla} T_N$, направленный вдоль луча φ_1 (см. рис. I), и по величине равный

---

* Это приближение, позволяющее использовать систему координат с общей для всех зон твэла осью симметрии, по своей сути не отличается от предельного перехода $R_2 - R_1 \to 0$, $\lambda' \to 0$ при постоянном значении α' и лишь указывает, что в задаче должны фигурировать реальные геометрические размеры.

$$\vec{\nabla} T_N = \frac{1}{2}\,\frac{\theta}{R_3 + \lambda_2/\alpha_N}\,. \tag{5}$$

Три вектора $\vec{\nabla} q$, $\vec{\varepsilon}$ и $\vec{\nabla} T_N$, характеризующие соответственно неравномерность плотности делений в топливном стержне, смещение стержня и перекос температур в потоке жидкости, зависят от осевой координаты z как от параметра, и считаются заданными. Требуется найти температурные распределения в топливном стержне $T_1(r,\varphi)$ и оболочке $T_2(r,\varphi)$.

Краевая задача формулируется следующим образом. Уравнения теплопроводности:

$$\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}\right)T_1 = -\frac{1}{\lambda_1}\left(q + \nabla q\, r\cos\varphi\right),\quad 0 \le r \le R_1\,; \tag{6}$$

$$\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}\right)T_2 = 0\,,\qquad R_2 \le r \le R_3\,. \tag{7}$$

Граничные условия:

$$T_1(\varphi,R_1) - T_2(\varphi,R_2) = -2\pi R_1\lambda_1\,\frac{\partial T_1(\varphi,R_1)}{\partial r}\,\frac{1-\varepsilon\cos(\varphi-\varphi_0)}{\alpha'}\,, \tag{8}$$

$$\lambda_1 R_1\,\frac{\partial T_1(\varphi,R_1)}{\partial r} - \lambda_2 R_2\,\frac{\partial T_2(\varphi,R_2)}{\partial r} = 0\,, \tag{9}$$

$$-\lambda_2\,\frac{\partial T_2(\varphi,R_3)}{\partial r} = \alpha_N\left[T_2(\varphi,R_3) - \frac{1}{2}\theta\cos(\varphi-\varphi_1)\right]. \tag{10}$$

В правых частях условий на газовой границе раздела (8) и (9) отброшены члены, зависящие от азимутальных перетечек тепла в газе, которые малы при $R_2 - R_1 \ll R_1$. В условии (10) α_N может зависеть от z, но не зависит от φ. Средняя по азимуту температура жидкости принята равной нулю.

Решение задачи (6)-(10) ищется в виде:

$$T_1(r,\varphi) = \Phi_1(r) + \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n \sin n\varphi + b_n \cos \varphi n\right), \tag{11}$$

$$T_2(r,\varphi) = \Phi_2(r) + \sum_{n=1}^{\infty}\left(A_n \sin n\varphi + B_n \cos n\varphi\right), \tag{12}$$

где $\Phi_1(r) = T_0 - \dfrac{q r^2}{4\lambda_1}$, $\Phi_2(r) = \dfrac{q R_1^2}{2\lambda_2}\left(\ln\dfrac{R_3}{r} + \dfrac{\lambda_2}{\alpha_N R_3}\right)$

– решения симметричной задачи. Температура в центре стержня T_0 – неизвестная постоянная. Коэффициенты рядов имеют вид:

$$a_n(r) = C_{1n} r^n\,; \qquad b_n(r) = \begin{cases} C_{21} r - \dfrac{\nabla q\, r^3}{8\lambda_1}\,; & n=1,\\ C_{2n} r^n\,; & n>1, \end{cases} \tag{13а}$$

$$A_n(r) = C_{3n} r^n + C_{4n} r^{-n}\,;\quad B_n(r) = C_{5n} r^n + C_{6n} r^{-n}. \tag{13б}$$

Постоянные C_{in} $(i = 1,\ldots 6;\ n \ge 1)$ и T_0 определяются из граничных условий.

Наличие члена $\varepsilon\cos(\varphi-\varphi_0)$ в правой части (8) не позволяет вычислить шесть констант C_{in} отдельно для каждого n: при $\varepsilon \ne 0$ C_{in} и T_0 заданы бесконечной системой рекуррентных уравнений. Поскольку ряды (11) и (12) заведомо сходятся, по крайней мере для малых ε, то оба ряда можно оборвать на некотором номере $n = N$, решить конечную систему из $6N + 1$ уравнений для приближенных значений C_{in} и T_0, а затем устремить N к "бесконечности" и вычислить точные значения констант как предел некоторой последовательности.

В итоге для C_{in} получим следующие выражения:

$\underline{n=1}$ $\qquad\qquad\qquad$ $\underline{n>1}$

$$C_{11} = \nabla a_1\,; \qquad C_{1n} = \frac{\nabla a_n}{n R_1^{n-1}}\,; \tag{14а}$$

$$C_{21} = \nabla b_1 + \frac{3\nabla q}{8\lambda_1}R_1^2\,; \qquad C_{2n} = \frac{\nabla b_n}{n R_1^{n-1}}\,; \tag{14б}$$

$$C_{31} = \frac{K_1}{1+K_1}\mu\nabla a_1 + \frac{\nabla T_N}{1+K_1}\sin\varphi_1\,;\quad C_{3n} = \frac{K_n}{1+K_n}\,\frac{\mu\nabla a_n}{n R_2^{n-1}}\,; \tag{14в}$$

$$C_{41} = -\frac{R_2^2}{1+K_1}\left(\mu\nabla a_1 - \nabla T_N\sin\varphi_1\right);\quad C_{4n} = -\frac{R_2^{n+1}}{1+K_n}\,\frac{\mu\nabla a_n}{n}\,; \tag{14г}$$

$$C_{51} = \frac{K_1}{1+K_1}\mu\nabla b_1 + \frac{\nabla T_N}{1+K_1}\cos\varphi_1\,;\quad C_{5n} = \frac{K_n}{1+K_n}\,\frac{\mu\nabla b_n}{n R_2^{n-1}}\,; \tag{14д}$$

$$C_{61} = -\frac{R_2^2}{1+K_1}\left(\mu\nabla b_1 - \nabla T_N\cos\varphi_1\right);\quad C_{6n} = -\frac{R_2^{n+1}}{1+K_n}\,\frac{\mu\nabla b_n}{n}\,. \tag{14е}$$

Здесь символами ∇a_n и ∇b_n обозначены первые производные функций a_n и b_n на границе $r = R_1$, величина ∇T_N определена (5), $\mu = \lambda_1 R_1 / \lambda_2 R_2$ и

$$K_n = \left(\frac{R_2}{R_3}\right)^{2n} \frac{1 - n\lambda_2/\alpha_N R_3}{1 + n\lambda_2/\alpha_N R_3} . \tag{I5}$$

Коэффициенты ∇a_n и ∇b_n вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} \nabla a_n &= x_n \operatorname{Cos}(n-1)\varphi_0 + y_n \operatorname{Sin}(n-1)\varphi_0 , \\ \nabla b_n &= -x_n \operatorname{Sin}(n-1)\varphi_0 + y_n \operatorname{Cos}(n-1)\varphi_0 , \end{aligned} \tag{I6}$$

в которых числа x_n, y_n легко находятся из рекуррентных соотношений ($n \geq 2$):

$$x_n = g_n x_{n-1} ; \quad y_n = g_n y_{n-1} . \tag{I7}$$

Коэффициенты g_n выражаются через цепную дробь вида

$$g_n = \cfrac{\Gamma_n}{1 - \cfrac{\Gamma_n \Gamma_{n+1}}{1 - \cfrac{\Gamma_{n+1}\Gamma_{n+2}}{1 - \dots}}} ; \quad \left(g_n \to \frac{\varepsilon}{1 + \sqrt{1-\varepsilon^2}} , n \to \infty \right), \tag{I8}$$

где обозначено ($n \geq$ I):

$$\Gamma_n = \varepsilon \frac{\pi n \lambda_1 / \alpha'}{1 + \gamma_n + 2\pi n \lambda_1 / \alpha'} ; \quad (\Gamma_n \to \varepsilon/2 , n \to \infty), \tag{I9}$$

$$\gamma_n^* = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{1 - K_n}{1 + K_n} ; \quad (\gamma_n \to \lambda_1/\lambda_2 , n \to \infty , R_2 < R_3). \tag{20}$$

Таким образом, зная x_1, y_1 - первые значения в последовательности чисел x_n, y_n (I7), нетрудно вычислить ∇a_n и ∇b_n с помощью (I6)-(I7), и затем найти коэффициенты C_{in} по формулам (I4). Числа x_1 и y_1 определяются следующим образом:

$$x_1 = \nabla a_1 = \frac{1}{1+\gamma} \left(- \frac{\pi R_1}{\alpha'} q \varepsilon \operatorname{Sin} \varphi_0 + \frac{2 R_2 / R_1}{1 + K_1} \nabla T_N \operatorname{Sin} \varphi_1 \right), \tag{2I}$$

$$y_1 = \nabla b_1 = \frac{1}{1+\gamma} \left(- \frac{\pi R_1}{\alpha'} q \varepsilon \operatorname{Cos} \varphi_0 + \frac{2 R_2 / R_1}{1 + K_1} \nabla T_N \operatorname{Cos} \varphi_1 - \frac{\nabla q R_1^2}{4 \lambda_1} \right). \tag{22}$$

Здесь $$\gamma = \gamma_1 + \frac{2\pi\lambda_1}{\alpha'} \left(1 - \frac{1}{2} g_2 \varepsilon \right) \tag{23}$$

- коэффициент, характеризующий, по аналогии с механикой, термическую "жесткость" стержня по отношению к асимметричным тепловым нагрузкам. Величины γ_1 и g_2 определены (20) и (I8).

Температуру в центре стержня T_0 и его среднюю температуру $\langle T_I \rangle$ можно представить в виде

$$T_0 = \langle T_1 \rangle + \frac{1}{8\lambda_1} q R_1^2 ; \quad \langle T_1 \rangle = \frac{1}{\alpha} q \pi R_1^2 + \Delta T_0 , \tag{24}$$

где $\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{8\pi\lambda_1} + \frac{1}{\alpha'} + \frac{1}{2\pi\lambda_2} \ln \frac{R_3}{R_2} + \frac{1}{2\pi R_3 \alpha_N}$ - обычное выражение для термического сопротивления твэла (α - коэффициент теплопередачи). Величина ΔT_0 - "перегрев" стержня за счет асимметричного распределения температуры, рассчитывается по формуле:

$$\Delta T_0 = \frac{\pi\lambda_1}{\alpha'} \frac{\vec{\varepsilon}}{1+\gamma} \left(- \frac{\pi R_1^2 q}{\alpha'} \vec{\varepsilon} - \frac{R_1^3}{4\lambda_1} \vec{\nabla} q + \frac{2 R_2}{1 + K_1} \vec{\nabla} T_N \right). \tag{25}$$

<u>Задача решена</u>. Ряды (II)-(I2) сходятся очень быстро, даже в точке контакта стержня с оболочкой (ε = I), причем тем быстрее, чем меньше g_n. В частности, при $\varepsilon = 0$ ($g_n \equiv 0$) высшие гармоники рядов ($n \geq 2$) вообще отсутствуют. Для многих практических оценок достаточно ограничиться первым членом разложения (n = I).

Из (25) следует, что при симметричном положении стержня (ε =0) $\Delta T_0 = 0$ в любом случае, само же смещение $\vec{\varepsilon}$ вызывает охлаждение, а не "перегрев" стержня ($\Delta T_0 < 0$), т.е. облегчает условия теплосъёма. Изменение термического сопротивления твэла равно, очевидно, $\Delta T_0 / q\pi R_1^2$.

Нетрудно убедиться также, что положение температурного пика T_m смещено относительно оси стержня на величину $r_m \simeq \frac{2\lambda_1}{q} \sqrt{C_{11}^2 + C_{21}^2}$ в направлении $\operatorname{Cos} \varphi_m \simeq \frac{C_{21}}{\sqrt{C_{11}^2 + C_{21}^2}}$, причем $T_m \simeq T_0 + \frac{1}{4\lambda_1} q r_m^2$ (оценки даны для основной гармоники (II) в приближении $b_1(r_m) = C_{21} r_m$ в (I3a)). Например, для центрального твэла реактора ИБР-2 ($q \pi R_1^2$ = = I34 Вт/см на мощности 2 МВт) при ε = I и $\nabla q = \nabla T_N = 0$ имеем: $r_m / R_1 \simeq \frac{\varepsilon}{1+\gamma} \cdot \frac{2\pi\lambda_1}{\alpha'} = 0{,}29$, $q r_m^2 / 4\lambda_1 \simeq 36^\circ C$, $\Delta T_0 = -50^\circ C$ и $T_0 = 525^\circ C$ (при нулевой температуре натрия). Частный случай рассмотренной задачи, $\varepsilon = \nabla q = 0$ (симметричный твэл, равномерное тепловыделение) описан в /6,7/.

2. <u>Изгибающие температурные градиенты</u>

Из определения (2) следует, что для вычисления изгибающих градиентов в стержне $\vec{\nabla} T_1(z)$ и оболочке $\vec{\nabla} T_2(z)$ необходимы только первые члены сумм в (II)-(I2). Если наряду с "жесткостью" γ

(23) и параметрами γ_1, K_1, (20,I5) ввести коэффициент

$$\gamma' = \frac{\gamma_1}{1+\gamma}\left(1 - \frac{\delta}{1-K_1}\right); \qquad \delta \equiv \frac{R_3^2 - R_2^2}{R_3^2 + R_2^2}, \tag{26}$$

то результат вычислений по формуле (2) можно представить в виде следующей комбинации исходных векторов $\vec{\varepsilon}$, $\vec{\nabla} q$, $\vec{\nabla} T_N$, вообще говоря нелинейной, поскольку $\gamma = \gamma(\varepsilon)$:

$$R_1 \vec{\nabla} T_1 = \frac{1}{1+\gamma}\left[\frac{\pi R_1^2 q}{\alpha'}\left(-\vec{\varepsilon} + \alpha' \frac{1+7\gamma}{24\pi\lambda_1}\frac{R_1 \vec{\nabla} q}{q}\right) + \frac{2R_2}{1+K_1}\vec{\nabla} T_N\right]; \tag{27}$$

$$R_2 \vec{\nabla} T_2 = \gamma' \frac{\pi R_1^2 q}{\alpha'}\left(\vec{\varepsilon} + \frac{\alpha' R_1 \vec{\nabla} q}{4\pi\lambda_1 q}\right) + \frac{2(1-\gamma')-\delta}{1+K_1} R_2 \vec{\nabla} T_N. \tag{28}$$

Из сравнения (27) и (28) видно, что смещение стержня $\vec{\varepsilon}$ инициирует противоположные перепады температур в стержне и оболочке: вблизи узкой части газового зазора, обладающей меньшим термическим сопротивлением, стержень охлаждается, а оболочка нагревается. В противоположной части твэла эффект обратный.

Коэффициент γ', как правило, очень мал, поэтому изгибающий градиент в оболочке (28) слабо зависит от $\vec{\varepsilon}$ и $\vec{\nabla} q$. В случае тонкой оболочки ($\delta \ll$ I), и при условии $\delta \lambda_2 \ll \alpha_N R_3$, имеем:

$$\gamma' = \frac{\lambda_1}{1+\gamma}\left(\frac{1}{\alpha_N R_3} + \frac{\delta}{2\lambda_2}\right); \qquad \gamma = 2\pi\lambda_1\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{g_2 \varepsilon}{2\alpha'}\right) - \frac{1}{4}. \tag{29}$$

Здесь $1/\alpha$ – термическое сопротивление твэла, определенное выше; нелинейный член $g_2 \varepsilon / 2\alpha'$, зависящий от ε^2, – уменьшение термического сопротивления за счет несимметричного расположения стержня внутри оболочки. Теперь ясен смысл γ – это I/4 отношения термического сопротивления "теплового экрана" стержня (т.е. газового промежутка, оболочки и пограничного слоя жидкости) к термическому сопротивлению $1/8\pi\lambda_1$ самого стержня.

Использование общих формул (27) и (28) для конкретных расчетов имеет смысл, если "исходные" векторы действительно определены. Безразмерный вектор $R_1 \vec{\nabla} q / q$, не зависящий от мощности реактора, известен заранее из нейтронных расчетов. Вектор $\vec{\varepsilon}$ связан с прогибом стержня $\vec{u}_1$ и прогибом оболочки $\vec{u}_2$ очевидным условием:

$$(R_2 - R_1)\vec{\varepsilon} = \vec{u}_1 - \vec{u}_2. \tag{30}$$

Вектор $\vec{\nabla} T_N$ определяется, с одной стороны, температурным полем в твэле, которое зависит от $\vec{\varepsilon}$, $\vec{\nabla} q$ и самого же $\vec{\nabla} T_N$, а с другой – полем скоростей жидкости, зависящим от формы канала, которая сложна и меняется при искривлении твэлов, и от многих других факторов, не всегда поддающихся учету.

Качественную оценку $\vec{\nabla} T_N$ можно получить на основе элементарного уравнения теплового баланса для жидкости, поле скоростей которой оценивается по величине гидравлического сопротивления $Const \cdot Re^{-m}$, где число Рейнольдса определено через гидравлический диаметр рассматриваемой ячейки канала, а m зависит от режима течения /8/: при ламинарном течении m = I, для турбулентного режима m = 0,25 в области $10^4 \le Re < 10^5$ и m = 0, если $Re > 10^5$.

Аналогичный подход использовался в работе /9/ для расчета угловой зависимости температуры жидкометаллического ($Na-K$) теплоносителя, прокачиваемому по эксцентричному кольцевому каналу. Конструкция нагревательного элемента позволяла пренебречь асимметрией теплового потока, поэтому этот фактор не учитывался в расчетной формуле /9/. Согласие с экспериментом оказалось вполне удовлетворительным (расхождение в пределах I0–30%).

Можно надеяться, что такой подход, обобщенный на случай асимметричного теплового потока, будет пригоден и для каналов более сложной формы, если их должным образом "усреднить": $\vec{\nabla} T_N$ – интегральная характеристика, и она не должна существенно зависеть от детальной формы канала и детального углового распределения потока тепла на поверхности твэла.

Если канал с теплоносителем, омывающим индивидуальный твэл, разделить на две части (ячейки) линией, проходящей по диаметру оболочки твэла, так что обогреваемый периметр канала делится пополам, то разница в подогревах жидкости в ячейках № I и 2 будет пропорциональна разности $J_1/G_1 - J_2/G_2$, где J_i – полный поток тепла в ячейку с расходом G_i. При определенной ориентации разделяющей линии разница в расходах G_1 и G_2 достигает максимума. Вектор $\vec{G}$, равный по величине максимальному значению относительной разницы в расходах $(G_1 - G_2)/(G_1 + G_2)$ и направленный по нормали к линии раздела в сторону "узкой" ячейки, где расход минимален, является общей характеристикой гидравлической асимметрии канала. Канал симметричен, если $\vec{G}$ = 0.

Существует также направление, при котором достигается максимум в разнице потоков J_1 и J_2. Вектор $\vec{J}$, равный по величине максимуму отношения $(J_1 - J_2)/(J_1 + J_2)$ и направленный в сторону преимущественного распространения тепла, характеризует, соответственно, угловую асимметрию теплового потока на поверхности твэла. Тепловой поток симметричен, если $\vec{J}$ = 0.

Направление вектора $\vec{\nabla} T_N$, при котором наблюдается максимальный перепад $\vec{\vartheta}$ температуры жидкости, определяется суммой векторов $\vec{J}$ и $\vec{G}$. Из уравнения теплового баланса следует:

$$\frac{d\vec{\theta}}{dz} = \frac{\pi R_1^2 q}{\rho c_p v S} \cdot \frac{\pi}{1-G^2}\left(\vec{J} + \vec{G}\right). \qquad (31)$$

Здесь $\vec{\theta} \equiv 2(R_3 + \lambda_2/\alpha_N)\vec{\nabla} T_N$ – вектор максимального температурного перепада; ρ, c_p, v – соответственно плотность, удельная теплоёмкость и средняя расходная скорость жидкости в канале с площадью проходного сечения S и обогреваемым периметром $2\pi R_3$ (соседние каналы не перекрываются, так что в среднем S – сечение на один твэл).

Обозначив через S_i, P_i и $d_i = 4S_i/P_i$ соответственно площадь, смоченный периметр и гидравлический диаметр i-ой ячейки, так что в целом для канала $S = S_1 + S_2$, $P = P_1 + P_2$, $d = 4S/P$, и предполагая одинаковый режим течения в обеих ячейках $(m = idem)$,*) получим, следуя рассуждениям /9/

$$G_i = \frac{P_i}{P}\left(\frac{d_i}{d}\right)^{\frac{3}{2-m}}, \quad i = 1,2; \qquad G = \left|\frac{G_1 - G_2}{G_1 + G_2}\right| \simeq |G_1 - G_2|. \qquad (32)$$

Для кольцевого канала с малым эксцентриситетом ε_N решение уравнения (31) с постоянной правой частью при $\vec{J} = 0$ и $m = 0{,}25$ в (32), совпадает с расчетной формулой работы /9/, но при больших ε_N дает заниженные значения θ. Тем не менее, расчет с использованием двух ячеек, вместо разбиения канала на элементарные ячейки, как это делалось в /9/, кажется более достоверным, поскольку "точное" решение /9/ имеет особенность при $\varepsilon_N = 1$.

Далее можно показать, что вектор асимметрии теплового потока

$$\vec{J} = -\frac{4\lambda_2 R_3}{\pi R_1^2 q} \cdot \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\partial}{\partial r} T_2(\varphi, R_3)\,\vec{\Omega}\, d\varphi, \qquad (33)$$

где $\vec{\Omega} = \vec{r}/r$ – единичный вектор с компонентами ($\cos\varphi$, $\sin\varphi$). Вычислив этот интеграл и подставив результат в (31), получим уравнение для $\vec{\theta} \equiv 2(R_3 + \lambda_2/\alpha_N)\vec{\nabla} T_N$ в окончательном виде:

$$\frac{d\vec{\theta}}{dz} + \lambda\vec{\theta} = \frac{\pi R_1^2 q}{\rho C_p v S} \cdot \frac{\pi}{1-G^2}\left[\vec{G} + \frac{R_2 R_3}{R_2^2 + R_3^2} \cdot \frac{4\lambda_1}{1+\gamma}\left(\frac{\vec{\varepsilon}}{\alpha'} + \frac{R_1 \vec{\nabla} q}{4\pi\lambda_1 q}\right)\right], \qquad (34)$$

---

*) Переходный режим, когда в "широкой" ячейке устанавливается турбулентное течение, оставаясь ламинарным в "узкой" ячейке, можно грубо учесть, положив $m = 5/8$ в (32).

Здесь $$\lambda = \frac{1}{\rho c_p v S} \cdot \frac{2\pi}{1-G^2} \cdot \frac{1}{1+\gamma}\left\{\lambda_1 + \lambda_2 \delta\left[1 + \frac{2\pi\lambda_1}{\alpha'}\left(1 - g_2\varepsilon/2\right)\right]\right\} \qquad (35)$$

– обратная длина стабилизации температурного перепада в жидкости за счет теплопроводности материалов твэла. Близкий к единице коэффициент ($1 + \lambda_2\delta/\alpha_N R_3$), входящий в (34) и (35) в качестве сомножителя величины (1 + γ), для простоты опущен. На входе в канал (z =0) справедливо условие $\theta(0) = 0$.

Экспоненциальный вид уравнения (34) объясняется тем, что $\vec{J}$ зависит от $\vec{\theta}$: температурный перепад в жидкости сам по себе инициирует поток тепла через твэл в более холодную ячейку и тем самым частично выравнивает распределение температуры по сечению канала (другие механизмы выравнивания температурного поля, например, за счет перемешивания или теплопроводности жидкости, моделью не учитываются). Поскольку $\lambda \neq 0$, то в несимметричном канале ($\vec{G} \neq 0$ и $\vec{\theta} > 0$) поток тепла на поверхности твэла всегда несимметричен: $\vec{J} \neq 0$. Условие $\vec{J} = 0$ можно обеспечить только приближенно, приняв, помимо требования $\varepsilon = \nabla q = 0$, ограничение $\lambda z \ll 1$.

В экспериментах, где важно условие $\vec{J} = 0$ /8,9/, ограничение $\lambda z \ll 1$ может не выполняться, особенно при низких расходах, когда λ велико. В таких случаях рассмотренный механизм стабилизации температурного перепада следует обязательно учитывать при интерпретации экспериментальных результатов. Например, для большинства экспериментальных моделей твэлов работы /8/ расчет по формуле (35) при $\lambda_1 = 0$ приводит к оценке: $1/\lambda \simeq 2d\,Pe$, где Pe – число Пекле (отношение $\rho C_p v d$ к теплопроводности жидкости), которое изменялось в экспериментах от 5-10 до 4000. Следовательно, на расстояниях $z > 2d\,Pe$ температурный перепад θ стабилизируется практически полностью только за счет перетечек тепла через оболочку "твэла". На выходе из канала ($z/d \sim 100$) последние следует учитывать уже при $Pe < 200$.

Решение уравнения (34) при $\varepsilon = \nabla q = 0$ сравнивалось с экспериментальными данными /8/ о величине температурного перепада в теплоносителе ($Na-K$) и на поверхности нагревательных трубок, имитирующих твэлы в треугольной решетке. В целом уравнение даёт верный порядок оценки θ и верную качественную зависимость от параметров. Большие расхождения с экспериментом (в 2-3 раза) наблюдались в области ламинарного и переходного режимов течения.

Вектор $\vec{G}$ зависит, очевидно, от смещения твэла $\vec{u}_2$ относительно положения $\vec{u}_c$ центра гидравлической симметрии канала, которое определяется векторной суммой перемещений соседних элементов, т.е. от $\vec{u} = \vec{u}_2 - \vec{u}_c$. В исходном ("холодном") состоянии $u_2 = u_c = 0$.

Пренебрегая изменением смоченных периметров и полагая, что $\vec{G}$ совпадает по направлению со смещением твэла из центра гидравлической симметрии, получим в линейном приближении

$$\vec{G} = \vec{G}_0 + \frac{3}{2-m} \cdot \frac{h}{S} (\vec{u}_2 - \vec{u}_c). \qquad (36)$$

Здесь h – шаг решетки, $\vec{G}_0$ – вектор асимметрии канала в "холодном" состоянии. Для центральных твэлов в кассете $\vec{G}_0 = 0$.

Пара уравнений (I) для $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$, в которых следует учесть и механические изгибающие моменты, и уравнения (27),(28),(30),(34), (36), для $\vec{\nabla} T_1, \vec{\nabla} T_2, \vec{\varepsilon}, \vec{\nabla} T_N, \vec{G}$ образуют, с учетом второстепенных соотношений, замкнутую систему, если известно положение соседних элементов ($\vec{u}_c$). В противном случае потребуется рассмотрение поведения всех твэлов в кассете. Система линейна, если в (34)-(35) пренебречь зависимостью G^2 от $\vec{u}$ и вкладом высших гармоник $g_2 \varepsilon/2$ в величину γ (см. (23),(29)), что практически всегда можно сделать.*)

Полученные уравнения можно использовать для задач нестационарного теплообмена, предположив, что отношения $\vec{\nabla} T_1/T_1, \vec{\nabla} T_2/T_2$ сохраняют найденные здесь значения и в переходных процессах. В качестве T_I и T_2 удобно взять средние температуры стержня и оболочки твэла.

В заключение приведем максимальную численную оценку ϑ и величины изгибающих градиентов для твэла с параметрами: $\lambda_1, \lambda_2, \lambda', \alpha', \alpha$, равными соответственно 2,9; I9; 0,26; 44,6; 26,8 Вт/м·К; $R_1 \nabla q/q$ = 0,035; $\pi R_1^2 q$ = 67 Вт/см, ε = I, γ(I)=0,36 (γ(0) = 0,43); (I + γ) γ' = 0,0I22; δ = 0,II; Pe = 72 (Re = I2 000); λ = 0,4 м$^{-I}$ и G = 0,I3 (P_I=34,0 мм, S_1 = II,8 мм^2; P_2=I3,5 мм, S_2 = 6,9 мм^2). На выходе из активной зоны (z = 0,445 м) имеем:

$$\vartheta = 14K \quad (G = 0{,}13;\ \varepsilon = \nabla q = 0),$$
$$\vartheta = 9{,}7K \quad (\varepsilon = 1;\ G = \nabla q = 0),$$
$$\vartheta = 0{,}3K \quad (R_1 \nabla q/q = 0{,}035;\ \varepsilon = G = 0).$$

*) Величина $g_2 \varepsilon/2$ ($g_2 \varepsilon < 1$) имеет принципиальное значение. Если её отбросить, то в граничном условии (8) $T_1 \cos$ следует заменить на $\Phi_1 \cos$, где Φ_1 – симметричное распределение температуры. В этом случае задачу (6)-(I0) можно свести к системе обыкновенных дифференциальных уравнений для векторных величин типа (33) и непосредственно вычислить изгибающие градиенты. Вкладом высших гармоник можно заведомо пренебречь, если $\varepsilon^2 \ll 2\alpha'/\alpha$. (см. (29) и оценку γ при ε = 0 и ε = I в примере ниже).

В зависимости от ориентации векторов $\vec{\varepsilon}, \vec{G}, \vec{\nabla} q$ величина ϑ меняется, таким образом, в пределах от 4 до 24К. Практический интерес представляет оценка ϑ = I4К, т.к. значение ε = I маловероятно.

Следует отметить, что вычисленный перепад температур ϑ хотя и велик, но он приводит к веерообразному расхождению пучка стержней (пока их концы свободны), а для вычисления эффектов реактивности важно результирующее движение топлива, т.е. степень асимметрии этого "веера".

Соответственно, G-, ε- и ∇q – составляющие изгибающих градиентов таковы: ∇T_I=I4 (G =0,I3), ∇T_I= -288 (ε =I) и ∇T_I=8,0 К/см ($R_1 \nabla q/q$ = 0,035) для топливного стержня и ∇T_2=I7 (G =0,I3), ∇T_2=I6(ε =I), ∇T_2=0,5 К/см ($R_1 \nabla q/q$ = 0,035) для оболочки твэла (в скобках указан только ненулевой параметр); изгибающий градиент $\sim$ I0 К/см вызывает свободные смещения $\sim$ I мм. Как и следовало ожидать, при контакте стержня с оболочкой (ε = I) возникают очень сильные искривляющие усилия в стержне и относительно слабые противоположно направленные усилия в оболочке. На начальном этапе подъёма мощности сплошной топливный стержень может совершать ряд сложных эволюций внутри оболочки, но при достаточно высокой мощности (больше 200 кВт для ИБР-2) выстраивается вдоль некоторой кривой, близкой к центральной линии, повторяя очертания искривленной оболочки на большей части своей длины. В дальнейшем твэл искривляется практически как единое целое.

Литература

1. Г.Хаммел, Д.Окрент. Коэффициенты реактивности в больших энергетических реакторах на быстрых нейтронах. М., Атомиздат, 1975.
2. Сандмайер А.Г. Кинетика и стабильность реакторов на быстрых нейтронах. М., Атомиздат, 1963.
3. Ф.Тэлготт, Дж.Боланд, Р.Бриттей и др. Исследования устойчивости на реакторе **EBR-1.** в сб.: **Труды** II Женевской конференции. Физика ядерных реакторов, стр. 600-620, М., Атомиздат, 1959.
4. В.Д.Ананьев, В.А.Архипов, А.И.Бабаев и др. Энергетический пуск реактора ИБР-2 и первые физические исследования на его пучках. АЭ, т. 57, стр. 227-234, 1984.
5. P.Grillo, G.Testa, Peak Heat-Flux Factor Dependence upon Fuell-Element Fabrication Parameters, Trans. ANS, vol.10(2), p.653, November, 1967.
6. Ю.И.Лихачев, В.Л.Пупко. Прочность тепловыделяющих элементов ядерных реакторов. М., Атомиздат, 1975.

7. П.А.Ушаков. Приближенное тепловое моделирование цилиндрических тепловыделяющих твэлов. В сб.: Жидкие металлы. Под ред. П.Л.Кириллова, М., Атомиздат, 1967, с. 137.

8. А.В.Жуков, Л.К.Кудрявцева, Е.Я.Свириденко и др. Экспериментальное исследование на моделях полей температуры тепловыделяющих элементов. Там же, с. 170.

9. В.И.Субботин, В.Д.Таланов, П.А.Ушаков. Влияние эксцентриситета на теплообмен жидких металлов в кольцевом зазоре. Там же, с.111.

Рукопись поступила в издательский отдел
26 февраля 1986 года.

ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

Ломидзе В.Л. Р11-86-114

Изгибающие температурные градиенты цилиндрических тепловыделяющих элементов

Предложена аналитическая модель искривления твэлов с учетом трех основных факторов, инициирующих изгиб: неравномерности тепловыделения по сечению топливного стержня, несимметричности расположения стержня внутри оболочки твэла и азимутальной асимметрии температуры жидкости, омывающей твэл. Результирующее действие указанных факторов определяет некоторый вектор (изгибающий температурный "градиент"), от которого непосредственно зависит характер искривления твэла. Полученная система обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка позволяет сравнительно просто рассчитывать характер искривления для любого твэла в топливной сборке. Модель основана на решении стационарной задачи теплопроводности для асимметричного твэла и на простейших предположениях о поведении жидкости в каналах сложной и непостоянной формы. Приведены численные примеры. Дано сравнение с экспериментом.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Перевод О.С.Виноградовой

Lomidze V.L. P11-86-114

Bowing Temperature Gradients for the Cylindrical Fuel Elements

The analytical model of the reactor fuel element bowing caused by three main factors such as (1) ununiform fission density across the fuel pin, (2) eccentric arrangement of the pin inside the clad and (3) nonsymmetrical angular dependence of the cooling temperature is suggested. The summary action of the factors mentioned gives some vector (bowing temperature "gradient") that directly determines the character of the fuel element bowing. The system of one-dimensional equations obtained allows one to calculate, comparatively easy, the bowing of any element contained in the fuel assembly. The model is based on the two-dimensional stationary thermal conductivity for the eccentric fuel element and well-known simple hydrodynamics for the cooling flow. Some numerical examples and comparison with experiment are given.

The investigation has been performed at the Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1986