

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

P11-85-641

А. М. Рапортиренко

СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫЙ ЛИСП-ПАКЕТ ВИРТОН

Направлено на Собрание по аналитическим
вычислениям на ЭВМ и их применению в
теоретической физике, Дубна, 1985 г.

1985

Введение

Пакет ВИРТОН предназначен для проведения аналитических вычислений в виртон-кварковой модели (ВКМ)^{/2,3/}. Он написан на языке Standard LISP^{/4/}. В формате RLISP^{/5/} его длина равна 3500 карт. В настоящее время с использованием пакета можно проводить следующие вычисления:

1. Генерация диаграмм Фейнмана исследуемого процесса.
2. Вычисление матричного элемента.
3. Генерация программ на языке фортран.

1. Генерация диаграмм Фейнмана в ВКМ

В виртон-кварковой модели предполагается, что адроны описываются обычными локальными квантованными полями, однако взаимодействуют друг с другом не непосредственно, а через обмен квантами виртон-кваркового поля. Это приводит к тому, что лагранжиан взаимодействия мезонного $m(x)$ и барионного $v(x)$ полей с виртонным полем $q(x)$ задается выражением типа:

$$L_I \sim i m(x) \bar{q}(x) O_1 q(x) + i \bar{v}(x) O_2 q(x) (q(x) O_3 q(x)) + \text{в. с.}$$

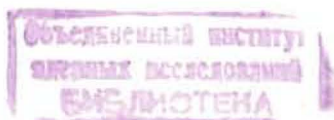
Явный вид тензоров O_1 , O_2 и O_3 определяется типами взаимодействующих мезонов $m(x) = \{P(x), S(x), V(x), A(x)\}$ и барионов $v(x) = \{N(x), \Delta(x), \dots\}$. Для вычисления T-произведений используется алгоритм, основанный на теореме Вика^{/1/}. Блок генерации диаграмм не является модельно зависимым. Его можно легко настроить на другие типы лагранжианов взаимодействия. При вычислениях T-произведений производится автоматическое приведение топологически эквивалентных диаграмм; т.е. для всякой диаграммы формируется числовой коэффициент, характеризующий ее кратность. В программе имеются средства для выделения диаграмм с заданным числом свободных или спаренных волновых функций частиц определенного типа и использования получаемых нормальных произведений в дальнейших вычислениях.

2. Вычисление матричного элемента

Диаграммам Фейнмана n-частичного процесса в ВКМ ставится в соответствие выражение:

$$D_{A,B}^V(p_1, \dots, p_{n-1}) = n^4 \left(\frac{1}{n} 2\right)^{n-1} \int dx_1 \dots dx_n \delta\left(\sum_{i=1}^n x_i\right) \exp(i \sum_{j=1}^n x_j p_j) \quad (1)$$

$$D_{A,B}^V(x_1, \dots, x_n),$$



где p_i - импульсы внешних частиц, $\sum_{i=1}^n p_i = 0$, а тензор

$D_{A,B}^V(x_1, \dots, x_n)$ определяет пространственно-временную структуру матричного элемента и в общем случае является суммой выражений типа:

$$c F_{a_1, b_1}^{V_1}(x_1, \dots, x_n) \otimes G_{a_2, b_2}^{V_2}(x_1, \dots, x_n) \otimes \dots, \quad (2)$$

где c - числовой множитель;

a_i, b_i - биспинорные индексы (возможно, что $a_i = b_i$ для некоторых i);

$v_i = \{m_1^i, m_2^i, \dots\}$ - совокупность векторных индексов (возможно, что по некоторым парам индексов производится суммирование, т.е. $m_k^i = m_l^i$ для некоторых i, j, k, l);

V, A, B - совокупности векторных и биспинорных индексов волновых функций внешних частиц, а

$F(x_1, \dots, x_n), G(x_1, \dots, x_n), \dots$ - являются произведениями

кварковых пропагаторов $g(\hat{x}_i - \hat{x}_j)$ и элементов базиса алгебры Дирака

$$\gamma^R = \{e, \gamma^5, d^m = \gamma^5 \gamma^m, \sigma^{mn} = \frac{1}{2} [\gamma^m, \gamma^n], \gamma^m\}. \quad (3)$$

При вычислениях для кварковых пропагаторов используется представление γ^5, γ^6 :

$$g(\hat{x}) = eA(x^2) - i\hat{x}B(x^2), \quad (4)$$

$$A(x^2) = a_1 \exp(-b_1 x^2) - a_2 \exp(-b_2 x^2), \quad (5)$$

$$B(x^2) = c_1 \exp(-d_1 x^2) - c_2 \exp(-d_2 x^2),$$

где a_i, b_i, c_i, d_i - числовые коэффициенты.

Алгоритм вычисления матричного элемента основан на методике, изложенной в работе γ^6 :

1. Задается тензор $D(x_1, \dots, x_n)$.

2. Для кварковых пропагаторов производятся подстановки:

$$g(\hat{x}_i - \hat{x}_j) = eA((x_i - x_j)^2) - \gamma^m \left(\frac{d}{dp_i^m} - \frac{d}{dp_j^m} \right) B((x_i - x_j)^2). \quad (4')$$

3. Для функций $A((x_i - x_j)^2), B((x_i - x_j)^2)$ производятся подстановки γ^5 .

После выполнения преобразований (4'), (5) выражение (1) приводится к сумме слагаемых типа:

$$c T_{A,B}^{(V,N)} \prod_{i=1}^{\alpha_1} \frac{d}{dp_i^m} \dots \prod_{i_{n-1}=1}^{\alpha_{n-1}} \frac{d}{dp_{i_{n-1}}^m} I(p_1, \dots, p_{n-1}), \quad (6)$$

где $\sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i \leq K$ - количество кварковых пропагаторов в диаграмме;

$N = \{m_{j_k}^k\}, k=1, 2, \dots, n-1, j_k=1, 2, \dots, \alpha_k$ - совокупности индексов производных по компонентам импульсов;

$T_{A,B}^{(V,N)}$ - тензор, имеющий структуру соответствующего тензора (2),

в котором вместо кварковых пропагаторов стоят либо матрицы $\gamma_{i_k}^{m_k}$, либо e .

$$I(p_1, \dots, p_{n-1}) = n^4 \left(\frac{1}{n} \right)^{n-1} \int dx_1 \dots dx_n \delta \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \exp \left(i \sum_{j=1}^n x_j p_j \right) \exp \left(- \sum_{i < j} \beta_{ij} (x_i - x_j)^2 \right), \quad \beta_{ij} \geq 0. \quad (7)$$

4. Вычисление интегралов (7) - основано на проведении подстановок:

$$I(p_1, \dots, p_{n-1}) = \frac{1}{D} 2 \exp(-0.25 \frac{W}{D}), \quad (8)$$

где D - определитель алгебраического дополнения элемента M_{nn} матрицы $M_{ij} = \delta_{ij} \sum_{k=1}^n \beta_{ik} - \beta_{ij}$,

W - определитель алгебраического дополнения элемента $M_{n+1, n+1}$ матрицы $M = \begin{vmatrix} 0 & P \\ P & M \end{vmatrix}$, где P - строка (столбец) из импульсов $P = (p_1, p_2, \dots, p_n)$.

5. Дифференцирование значений интегралов (7) по компонентам импульсов (см. (6)).

6. Свертка тензора $T_{A,B}^{(V,N)}$ с полученным в результате дифференцирования тензорным выражением.

После выполнения вычислений пунктов 5, 6 выражения (6) приводятся к виду:

$$c \exp(Q(p_1, \dots, p_{n-1})) \sum_k H_{A,B}^{kV}(p_1, \dots, p_{n-1}) P_k(p_1, \dots, p_{n-1}), \quad (9)$$

где $Q(p_1, \dots, p_{n-1})$ - линейная форма от скалярных произведений независимых импульсов;

$P_k(p_1, \dots, p_{n-1})$ - полиномы от скалярных произведений независимых импульсов, а тензоры

$H_{A,B}^{kV}(p_1, \dots, p_{n-1})$

аналогичны тензору $T_{A,B}^{V,N}$ с той лишь разницей, что по индексам χ -матриц от кварковых пропагаторов производится суммирование, или же они будут свернуты с внешними импульсами.

7. На этом этапе вычислений для каждого из прямых сомножителей тензоров $H_{A,B}^{kV}(p_1, \dots, p_{n-1})$ вначале производится суммирование по индексам χ -матриц, а затем, в зависимости от биспинорных индексов a_i, b_i (см. (2)), производится либо разложение по элементам алгебры Дирака, либо вычисляется шпур.

8. Преобразование полученных в результате вычислений составляющих выражения (I) к сумме слагаемых типа:

$$O_{A,B}^V(p_1, \dots, p_{n-1}) \sum_k \exp(\bar{Q}_k(p_1, \dots, p_{n-1})) \bar{F}_k(p_1, \dots, p_{n-1}) \quad (10)$$

где $O_{A,B}^V(p_1, \dots, p_{n-1})$ - тензоры, в общем случае являющиеся произведениями компонент независимых импульсов и прямых произведений элементов алгебры Дирака (3);

$\bar{Q}_k(p_1, \dots, p_{n-1})$ - линейные формы от скалярных произведений независимых импульсов;

$\bar{F}_k(p_1, \dots, p_{n-1})$ - полиномы от скалярных произведений независимых импульсов.

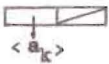
Выражения (10) являются входными для блока генерации фортрановских программ, который производит построение подпрограмм-функций для вычисления значений коэффициентов при тензорах $O_{A,B}^V(p_1, \dots, p_{n-1})$.

3. Внутреннее представление выражений


Пусть $a = \{a_1, a_2, \dots\}$ - некоторое множество, элементам a_i которого в памяти машины сопоставляются некоторые объекты с адресами

$\langle a_i \rangle$. Пусть $A = \{a, T\}$ - множество с композицией T и образующими из множества a . Образующему $\bar{a}_i \in A$ в памяти сопоставляется список

$\langle \bar{a}_i \rangle$ с адресом $\langle \bar{a}_i \rangle$. Процедура, реализующая композицию двух элементов множества A , должна выполнять следующее:

I. Если композиция двух образующих есть образующий $\bar{a}_1 T \bar{a}_j = \bar{a}_k$, то должен формироваться список $\langle \bar{a}_k \rangle \rightarrow$ 

2. Если композиция двух образующих явно не определена, то должен

формироваться составной элемент: $\langle \bar{a}_1 T \bar{a}_j \rangle \rightarrow$ 

При этом, если T коммутативен, то в множестве a можно ввести лексикографическое упорядочивание, в соответствии с которым производится упорядочивание элементов предыдущего списка.

3. Композиция образующего \bar{a}_i и составного элемента $T \bar{a}_j$ производится следующим образом:

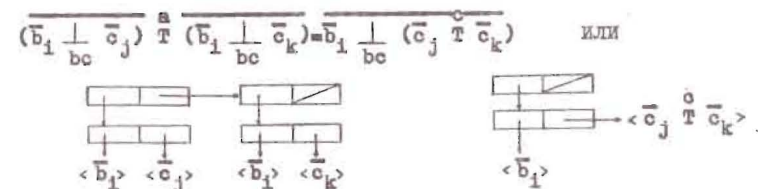
Если T некоммутативен и если композиция \bar{a}_i и первого образующего составного элемента явно не определена, то формируется объект $\langle \bar{a}_i T \bar{a}_j \rangle$, в противном случае вычисляется композиция полученного образующего и второго составляющего и т.д. В случае коммутативного T наличие явно определенной композиции проверяется для всех образующих составного элемента.

4. При вычислении композиции двух составных элементов используется соотношение ассоциативности $(\bar{a}_1 T \bar{a}_j) T \bar{a}_k = \bar{a}_1 T (\bar{a}_j T \bar{a}_k)$.

Пусть теперь $B = \{b, T\}$, $C = \{c, T\}$ и задана композиция \perp_{bc} элементов множества B на элементы множества C . Определим $a_i = \bar{b}_j \perp_{bc} \bar{c}_k$ и элементу a_i сопоставим точечную пару



В этом случае для приведения подобных в множестве A используется соотношение дистрибутивности:



В нашем случае элементы множества c , в свою очередь, подобно элементам множества a , могут являться композициями элементов некоторых множеств. Что касается элементов множества B , то для нас было достаточно доопределить композицию T на тот случай, когда

$$\bar{b}_i \overset{b}{T} \bar{b}_j = \frac{a}{k} \frac{1}{bc} \bar{c}_k.$$

В случае, когда c - множество чисел, а b - множество скалярных функций, для композиций $\overset{a}{T}$ используется представление, аналогичное стандартным формам системы REDUCE /5/.

ЛИТЕРАТУРА

1. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. "Наука", М., 1973.
2. Ефимов Г.В. Нелокальные взаимодействия квантованных полей. "Наука", М., 1977.
3. Ефимов Г.В., Иванов М.А. ЭЧАЯ, 1981, т.12, с.1220.
4. Marti J.B., Hearn A.C., Griss M.L., Griss C. Standard LISP Report. Utah Symbolic Computation Group, Report N° UCP-60, 1978.
5. Hearn A.C. REDUCE 3 User's Manual. RAND publication CP78 (4/83).
6. Ефимов Г.В., Иванов М.А., Рапортиренко А.М. ОИЯИ, РЗ-85-594, Дубна, 1985.

Рукопись поступила в издательский отдел
28 августа 1985 года.

В Объединенном институте ядерных исследований начал выходить сборник "Краткие сообщения ОИЯИ". В нем будут помещаться статьи, содержащие оригинальные научные, научно-технические, методические и прикладные результаты, требующие срочной публикации. Будучи частью "Сообщений ОИЯИ", статьи, вошедшие в сборник, имеют, как и другие издания ОИЯИ, статус официальных публикаций.

Сборник "Краткие сообщения ОИЯИ" будет выходить регулярно.

The Joint Institute for Nuclear Research begins publishing a collection of papers entitled *JINR Rapid Communications* which is a section of the JINR Communications and is intended for the accelerated publication of important results on the following subjects:

Physics of elementary particles and atomic nuclei.
Theoretical physics.
Experimental techniques and methods.
Accelerators.
Cryogenics.
Computing mathematics and methods.
Solid state physics. Liquids.
Theory of condensed matter.
Applied researches.

Being a part of the JINR Communications, the articles of new collection like all other publications of the Joint Institute for Nuclear Research have the status of official publications.

JINR Rapid Communications will be issued regularly.



Принимается подписка на препринты и сообщения Объединенного института ядерных исследований.

Установлена следующая стоимость подписки на 12 месяцев на издания ОИЯИ, включая пересылку, по отдельным тематическим категориям:

ИНДЕКС	ТЕМАТИКА	Цена подписки на год
1.	Экспериментальная физика высоких энергий	10 р. 80 коп.
2.	Теоретическая физика высоких энергий	17 р. 80 коп.
3.	Экспериментальная нейтронная физика	4 р. 80 коп.
4.	Теоретическая физика низких энергий	8 р. 80 коп.
5.	Математика	4 р. 80 коп.
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия	4 р. 80 коп.
7.	Физика тяжелых ионов	2 р. 85 коп.
8.	Криогеника	2 р. 85 коп.
9.	Ускорители	7 р. 80 коп.
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных	7 р. 80 коп.
11.	Вычислительная математика и техника	6 р. 80 коп.
12.	Химия	1 р. 70 коп.
13.	Техника физического эксперимента	8 р. 80 коп.
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами	1 р. 70 коп.
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях	1 р. 50 коп.
16.	Дозиметрия и физика защиты	1 р. 90 коп.
17.	Теория конденсированного состояния	6 р. 80 коп.
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники	2 р. 35 коп.
19.	Биофизика	1 р. 20 коп.

Подписка может быть оформлена с любого месяца текущего года.

По всем вопросам оформления подписки следует обращаться в издательский отдел ОИЯИ по адресу: 101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79.

Рапортиренко А.М.
Специализированный ЛISP-пакет ВИРТОН

P11-85-641

Пакет программ, написанных на языке Standard LISP, предназначен для генерации диаграмм Фейнмана и аналитического вычисления матричных элементов в виртон-кварковой модели. В пакете реализованы алгебра Дирака и тензорная алгебра. Результат вычисления матричного элемента представляется в виде подпрограмм на языке фортран, что в большинстве случаев является наиболее разумным использованием получаемых громоздких аналитических выражений.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод О.С.Виноградовой

Reportirenko A.M.
VIRTON - A Specialized LISP - Package

P11-85-641

The standard LISP-package for Feynman graph generation and analytical evaluation of matrix elements in virton-quark model is designed. Dirac and tensor algebras are realised in this package. The result of matrix element evaluation is represented as a FORTRAN subprograms. This seems to be most reasonable way of using large analytical expressions obtained.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1985