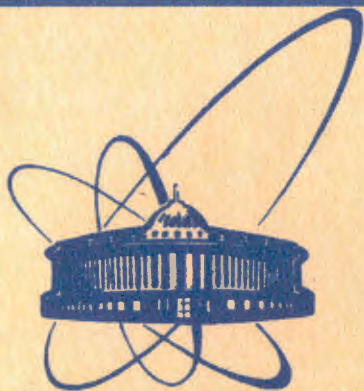


85-52



сообщения  
объединенного  
института  
ядерных  
исследований  
дубна

СЗ48а

2526/85

P11-85-52

Е.П.Шабалин

ВЛИЯНИЕ  
МОЩНОСТНОГО ЭФФЕКТА РЕАКТИВНОСТИ  
НА ФЛУКТУАЦИИ МОЩНОСТИ  
В ИМПУЛЬСНОМ РЕАКТОРЕ.

Периодические возмущения реактивности,  
линейное приближение

1985

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Известно, что энергия импульсов мощности в импульсном реакторе периодического действия /и.р.п.д./ очень чувствительна к введенной реактивности <sup>1/</sup>. При небольшом возмущении реактивности  $\epsilon$  в одном импульсе мощности относительное изменение энергии этого импульса выражается соотношением

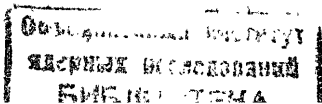
$$\Delta Q/Q = x = \epsilon / \beta_{и} = \rho, \quad /1/$$

где  $\beta_{и}$  - импульсная доля запаздывающих нейтронов; для ИБР-2, в частности,  $\beta_{и} = 1,6 \cdot 10^{-4}$ . Следовательно, при  $\Delta \epsilon = 10^{-5}$  /такую реактивность, например, вносит смещение ротора подвижного отражателя на 0,02 мм/ отклонение энергии импульса мощности составит 6%. Поэтому при нормальной работе и.р.п.д. в критическом состоянии энергия импульсов всегда испытывает флуктуации из-за колебаний реактивности. На малом уровне мощности, когда нагрев ядерного топлива во время импульса мощности мал, колебания реактивности в импульсе суть колебания так называемой "внешней" реактивности, т.е. реактивности, вносимой возмущениями в геометрии или составе реактора за счет внешних, не связанных с мощностью реактора, факторов. На больших уровнях мощности из-за значительного нагрева ядерного топлива за импульс /или других макроскопических эффектов деления ядер/ колебания мощности будут вызывать дополнительные колебания реактивности, если температурный коэффициент реактивности  $k_T \neq 0$  - эффект "обратной связи" /о.с./. Возникает вопрос - каковы будут флуктуации мощности в этом случае при заданных флуктуациях внешней реактивности?

В данной работе выводится общее решение для произвольного вида периодического возмущения внешней реактивности и дается решение в явном виде для нескольких частных случаев.

При решении задачи были использованы следующие приближения и допущения, которые позволили свести ее к задаче линейной алгебры:

1.1. Возмущения внешней реактивности или отклонения реактивности в импульсе от равновесного критического значения <sup>1/</sup> заданы периодической бесконечной последовательностью чисел  $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \dots, \rho_N, \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_N, \dots$  с периодом  $N = 2, 3, 4$  и т.д. Очевидно, временной период последовательности  $\tau = N/f_p$ , где  $f_p$  - частота повторения импульсов мощности и.р.п.д., причем считается, что  $\tau \ll \tau_3$ , где  $\tau_3$  - среднее время жизни предшественников запаздывающих нейтронов.



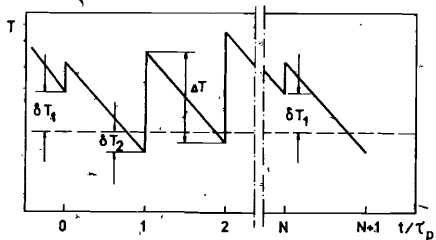


Рис.1. График, иллюстрирующий периодическое изменение температуры ядерного топлива при периодической пульсации внешней реактивности с периодом  $N \cdot \tau_p$ ;  $\tau_p$  - время между соседними импульсами мощности реактора.

1.2. Реактивность обратной связи пропорциональна отклонению температуры ядерного топлива в момент развития импульса от среднего значения этой температуры /см. рис.1/:

$$\rho_{o.c.n} = k_T \cdot \delta T_n \quad /2/$$

1.3. Отклонение суммарной реактивности в импульсе от равновесной импульсной надкритичности мало,

$$\rho_{\Sigma n} = \rho_n + \rho_{o.c.n} \ll 1 \quad /3/$$

1.4. Изменение температуры за время между последовательными импульсами мощности постоянно и равно  $\Delta T = -\bar{Q}/c$ , где  $c$  - теплоемкость активной зоны.

1.5. Энергия импульсов мощности изменяется с периодом, равным периоду последовательности внешней реактивности, т.е.  $G_n = G_{n+N}$ .

В настоящей работе находится связь между внешней реактивностью и относительным отклонением энергии  $n$ -го импульса мощности от среднего значения  $\bar{G}$ :  $x_n = \Delta G_n / \bar{G}$ .

## 2. ВЫВОД УРАВНЕНИЙ

Энергия импульса мощности в общем случае есть

$$G_n = S_n \mathcal{M}(\rho_{mn}) \quad /4/$$

где  $S_n$  - интенсивность источника запаздывающих нейтронов во время развития  $n$ -го импульса мощности,  $\mathcal{M}(\rho_{mn})$  - фактор умножения нейтронов в импульсе, зависящий от максимальной реактивности в импульсе  $\rho_{mn}$ .

Условие 1.1 означает, что  $S_n = \bar{Q} \beta f_p = \text{const}$ . Условия 1.2 и 1.3 приводят к следующему соотношению  $\mathcal{M}(\rho_m) = \mathcal{M}(\rho_{m0})(1 + \rho_{\Sigma})^{1/2}$ , где  $\rho_{m0}$  - равновесная импульсная надкритичность при частоте  $f_p$ .

$\rho_{\Sigma}$  - отклонение реактивности от  $\rho_{m0}$  /в долях  $\beta$ /. Теперь вместо /4/ имеем

$$G_n = \bar{Q} \beta f_p \mathcal{M}(\rho_{m0})(1 + \rho_{\Sigma n}) \quad /4'/$$

Суммируя по  $n$  в пределах периода последовательности и сокращая  $G$ , получим  $1 = \beta f_p \mathcal{M}(\rho_{m0})(1 + \bar{\rho}_{\Sigma})$ .

Так как  $\mathcal{M}(\rho_{m0}) = 1/\beta f_p$  /критическое условие/, то

$$\bar{\rho}_{\Sigma} = \bar{\rho}_n + \bar{\rho}_{o.c.} = 0 \quad /5/$$

Условие /5/ должно соблюдаться при любой мощности реактора, в том числе и при нулевой; значит,  $\bar{\rho}_n = 0$  и  $\bar{\rho}_{o.c.} = 0$ .

Из /4'/ получим

$$\Delta G_n / \bar{G} = x_n = \rho_{\Sigma n} = \rho_n + \rho_{o.c.n} \quad /6/$$

Отклонение реактивности за счет о.с. ( $\rho_{o.c.}$ ) определено условием 1.2. Теперь достаточно найти связь между  $\delta T_n$  и  $x_n$ . Из соображений баланса тепла нетрудно убедиться, что эта связь определяется следующей системой линейных уравнений:

$$\begin{cases} -\delta T_1 + \delta T_2 = Q_1/c - \bar{Q}/c = x_1 \bar{Q}/c, \\ -\delta T_2 + \delta T_3 = x_2 \cdot \bar{Q}/c, \\ \dots \dots \dots \\ -\delta T_{N-1} + \delta T_N = x_{N-1} \cdot \bar{Q}/c, \\ \delta T_1 + \delta T_2 + \dots + \delta T_N = 0. \end{cases} \quad /7/$$

Таким образом, уравнения /7/, /6/ и /2/ составляют замкнутую систему из  $2N$  уравнений с  $N$  неизвестными  $\delta T_n$  и  $N$  неизвестными  $x_n$ . Исключив из системы уравнений неизвестные  $\delta T_N$  и  $x_N$ , получим ее в виде, симметричном относительно неизвестных  $x_n$ . В матричной форме система уравнений запишется так:

$$\begin{cases} \alpha \vec{\delta T} = (\bar{Q}/c) \vec{x}, \\ \vec{x} = \vec{\rho} + k_T \vec{\delta T}, \end{cases} \quad /8/$$

где векторы  $\vec{x}$ ,  $\vec{\rho}$  и  $\vec{\delta T}$  имеют  $(N-1)$  проекций. Исключив вектор  $\vec{\delta T}$  из системы /8/, получим

$$\alpha (\vec{x} - \vec{\rho}) = (k_T \bar{Q}/c) \vec{x}, \quad \text{или} \quad \alpha (\vec{x} - \vec{\rho}) = \gamma \vec{x} \quad /9/$$

Здесь  $\alpha$  - квадратная матрица (N-1)-го порядка,

$$\alpha = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & \dots & -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$\gamma = k_T C / c$  - безразмерный комплекс величин, характеризующий степень обратной связи в реакторе; например, если  $\gamma = -1$ , то в результате импульса с энергией, равной среднему значению, мощностной эффект вносит  $-1\beta_n$  реактивности. При  $\gamma > 0$  обратная связь положительна, при  $\gamma < 0$  - отрицательна.

### 3. РЕШЕНИЕ ДЛЯ СЛУЧАЯ N = 2, Т.Е. ДЛЯ ЗНАКОПЕРЕМЕННОЙ ПУЛЬСАЦИИ РЕАКТИВНОСТИ

Система /9/ сводится к равенству

$$-2(x_1 - \rho_1) = \gamma x_1, \quad x_1 = \rho_1 / (1 + \gamma/2). \quad /10/$$

Очевидно,  $\rho_2 = -\rho_1, x_2 = -x_1$ .

Уравнение /10/ показывает, что флуктуации мощности  $x_1$  при наличии о.с. ( $\gamma \neq 0$ ) растут с увеличением о.с., если о.с. отрицательна ( $\gamma < 0$ ), и уменьшаются, если о.с. положительна. При  $\gamma \rightarrow -2, x_1 \rightarrow \infty$ , т.е. колебания мощности не ограничены. Можно сказать, что и.р.п.д. при некотором значении отрицательной о.с. неустойчив по отношению к колебаниям реактивности с частотой,  $f = f_p/2$ . Например, для реактора ИБР-2  $\gamma = -2$  при значении средней мощности  $P = 10$  МВт и частоте 5 Гц; при частоте 2 Гц  $\gamma = -2$ , если  $P = 4$  МВт. Условие  $\gamma = -2$  дает предел для энергии импульсов мощности и.р.п.д.

### 4. РЕШЕНИЕ ДЛЯ СЛУЧАЯ N = 3

Случай периодических возмущений реактивности с периодом в три импульса интересен тем, что такие колебания имеют место в реакторе ИБР-2. Там основная доля колебаний внешней реактивности приходится на частоту  $f = f_p/3$  (точнее,  $f = f_p(k \pm 1/3)$ , где  $k = 0, 1, 2, \dots$ , но для всех  $k$  частота проявляется как  $f_p/3$ ).

Решение уравнения /9/ при  $N = 3$  имеет вид

$$x_1 = \frac{(\gamma+3)\rho_1 - \gamma\rho_2}{\gamma^2 + 3\gamma + 3}, \quad x_2 = \frac{(2\gamma+3)\rho_2 + \gamma\rho_1}{\gamma^2 + 3\gamma + 3}, \quad x_3 = -x_1 - x_2 = -\frac{(2\gamma+3)\rho_1 + (\gamma+3)\rho_2}{\gamma^2 + 3\gamma + 3}$$

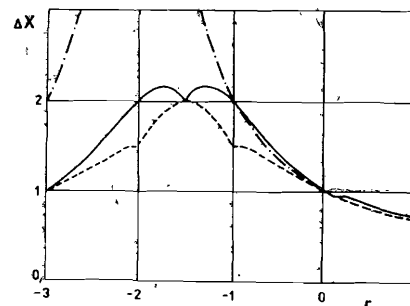


Рис.2. Зависимость размаха колебаний энергии импульсов мощности  $\Delta X$  - относительное значение / от мощностного эффекта реактивности, характеризуемого параметром  $\gamma$  / обозначения в тексте; сплошная и пунктирная линии - случай гармонических колебаний реактивности с периодом  $f_p/3$  при фазах  $\phi_0 = 30$  и  $0^\circ$  соответственно /см. ф-лу /12/7; штрихпунктирная линия - случай знакопеременной пульсации /10/.

В отличие от случая  $N = 2$ , функции  $x_n(\gamma)$  не имеют особенностей при вещественных значениях  $\gamma$ ; значит, для периодических возмущений реактивности с периодом  $3/f_p$  реактор устойчив при любом значении о.с. Однако, как и в случае  $N = 2$ , отрицательная о.с. увеличивает колебания мощности, а положительная - уменьшает. На рис.2 приведены результаты расчета размаха относительных колебаний мощности /т.е. наибольшего значения величины  $|x_n - x_k|$  / для случая гармонических колебаний внешней реактивности по закону

$$\rho(t) = \rho_a \sin(2\pi t \cdot f_p/3 + \phi_0), \quad /12/$$

иллюстрирующие этот эффект. Значения  $\rho_n$  вычислялись по формуле

$$\rho_n = \rho_a \sin[2\pi(n-1)/3 + \phi_0] - \rho_a/3 [\sin \phi_0 + \sin(2\pi/3 + \phi_0) + \sin(4\pi/3 + \phi_0)];$$

размах колебаний приведен относительно размаха колебаний при  $\gamma = 0$ , который при любых фазах  $\phi_0$  равен  $1,72 \rho_a$ .

### 5. РЕШЕНИЕ ДЛЯ СЛУЧАЯ N=4

Решение уравнения /9/ приведем только для  $x_1$ :

$$x_1 = \rho_1 \frac{\gamma^2 + 3\gamma + 4}{(\gamma+2)(\gamma^2 + 2\gamma + 2)} - \rho_2 \frac{\gamma}{\gamma^2 + 2\gamma + 2} - \rho_3 \frac{\gamma}{(\gamma+2)(\gamma^2 + 2\gamma + 2)}. \quad /13/$$

Видно, что при  $\gamma = -2$  в колебаниях мощности, как и в случае  $N = 2$ , имеется своя особенность. Однако в некоторых частных случаях колебаний реактивности, например, если две из четырех

величин  $\rho_n$  равны 0, эта особенность исчезает; так, решение для случая  $\rho_1 = \rho$ ,  $\rho_3 = -\rho$ ,  $\rho_2 = \rho_4 = 0$  есть

$$x_1 = \rho \frac{\gamma + 2}{\gamma^2 + 2\gamma + 2}, \quad x_2 = -\rho \frac{\gamma}{\gamma^2 + 2\gamma + 2}, \quad x_3 = -x_1, \quad x_4 = -x_2. \quad /14/$$

Но по-прежнему при  $-1 < \gamma < 0$  происходит усиление колебаний из-за о.с., а при  $\gamma > 0$  - ослабление их, что нетрудно проверить по формулам /14/.

## 6. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Главный качественный результат, полученный в работе, состоит в следующем: в некотором диапазоне значений средней мощности реактора  $P$  ( $0 < P < P_0$ ) отрицательная обратная связь "мощность-реактивность" увеличивает флуктуации энергии импульсов, вызванные периодическими колебаниями внешней реактивности с периодом, в 2-4 раза превышающим период следования импульсов мощности, а положительная обратная связь уменьшает флуктуации при любом значении средней мощности. Этот парадоксальный вывод, тем не менее, нетрудно сделать заранее. Ведь при небольшом значении  $N$  вероятность того, что внешняя реактивность в следующем импульсе будет противоположна по знаку изменению предыдущего импульса, больше 1/2. Так, при  $N = 2$  эта вероятность равна 1, при  $N = 3 - 2/3$ , при  $N = 4 - 1/2$  или 1, в зависимости от закона изменения  $\rho$ . Поэтому в большинстве импульсов отрицательная о.с. вызывает в энергии последующего импульса отклонения, противоположные по знаку отклонениям в предыдущем импульсе и совпадающие по знаку с отклонениями за счет внешней реактивности. Таким образом, разброс энергии импульсов в среднем увеличивается. При  $N > 4$  результат будет зависеть, даже качественно, от вида последовательности  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_N$ . Если изменение знака соседних членов последовательности встречается  $N/2$  раз или реже, то, по-видимому, отрицательная о.с. будет уменьшать флуктуации, а положительная - увеличивать. В противном случае картина будет качественно та же, что и для  $N < 5$ .

Было бы интересно проанализировать решения уравнения /9/ для  $N \geq 5$  при разных законах изменения внешней реактивности. Другой важный вывод, который следует из полученных решений, таков: при некотором значении средней мощности и.р.п.д. /таким, что  $\gamma = k_T Q / c = 1/2$ /, реактор может находиться в критическом равновесном состоянии с двумя чередующимися значениями энергий импульсов. Обычно же считается, что критическое состояние в отсутствие флуктуаций реактивности характеризуется постоянством энергии импульсов. Действительно, если в уравнении /9/ положить  $\rho = 0$ , то полученное однородное уравнение относительно  $x$  имеет отличное от нуля решение при  $\gamma = \lambda$ , где  $\lambda$  - собственное

значение матрицы  $\alpha$ . Можно показать, что  $\lambda$  вещественно для  $N$  четных и равно -1. Для нечетных  $N$   $\lambda$  не имеет вещественных значений. Собственный вектор  $x$  в этом случае есть  $x_0, -x_0, x_0, -x_0, \dots$ , где  $x_0$  - произвольная величина. Это и означает, что реактор может быть в критическом состоянии с чередующимися значениями энергии импульсов, равными  $(1 \pm x_0)(-2c/k_T)$ . Заметим, что в соответствии с приближением  $\sqrt{3}/x_0 \ll 1$ . Но, так как качественное обоснование полученных выводов не связано с этим ограничением, можно предположить, что  $x_0$  может иметь значения и близкие к 1, при других значениях  $\gamma \neq -2$ . По-видимому, энергии импульсов и.р.п.д. могут чередоваться даже в последовательности  $2Q, 0, 2Q, 0, \dots$ , т.е. реактор самопроизвольно может перейти на вдвое меньшую частоту  $^{1/2}$ . Однако это утверждение требует доказательства.

Как может повлиять учет флуктуаций интенсивности запаздывающих нейтронов? Так как влияние запаздывающих нейтронов подобно действию положительной обратной связи, то учет их должен привести к простому сдвигу функций  $x_n(\tau)$  влево по оси  $\tau$ . Есть еще и другие задачи в развитии обсуждаемой проблемы. Следует доказать, что период последовательности  $\{x\}$  равен периоду последовательности  $\{\rho\}$ ; практически важно также получить значения передаточной функции реактора для разных уровней мощности и во всем диапазоне частот от 0 до  $f_p/2$  - ведь результаты данной работы указывают на принципиально отличное ее поведение от поведения передаточной функции стационарного реактора в диапазоне частот  $f_p/4 \div f_p/2$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бондаренко И.И., Стависский Ю.Я. АЭ, 1959, т.7, вып.5, с.417.
2. Шабалин Е.П. Импульсные реакторы на быстрых нейтронах. Атомиздат, М., 1976.
3. а/ В.Л.Ломидзе и др. ОИЯИ, РТЗ-12195, Дубна, 1979; б/ Ананьев В.Д. и др. АЭ, 1984, т.57, вып.4, с.227.

Рукопись поступила в издательский отдел  
24 января 1985 года.

Принимается подписка на препринты и сообщения Объединенного института ядерных исследований.

Установлена следующая стоимость подписки на 12 месяцев на издания ОИЯИ, включая пересылку, по отдельным тематическим категориям:

ИНДЕКС	ТЕМАТИКА	Цена подписки на год
1.	Экспериментальная физика высоких энергий	10 р. 80 коп.
2.	Теоретическая физика высоких энергий	17 р. 80 коп.
3.	Экспериментальная нейтронная физика	4 р. 80 коп.
4.	Теоретическая физика низких энергий	8 р. 80 коп.
5.	Математика	4 р. 80 коп.
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия	4 р. 80 коп.
7.	Физика тяжелых ионов	2 р. 85 коп.
8.	Криогеника	2 р. 85 коп.
9.	Ускорители	7 р. 80 коп.
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных	7 р. 80 коп.
11.	Вычислительная математика и техника	6 р. 80 коп.
12.	Химия	1 р. 70 коп.
13.	Техника физического эксперимента	8 р. 80 коп.
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами	1 р. 70 коп.
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях	1 р. 50 коп.
16.	Дозиметрия и физика защиты	1 р. 90 коп.
17.	Теория конденсированного состояния	6 р. 80 коп.
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники	2 р. 35 коп.
19.	Биофизика	1 р. 20 коп.

Подписка может быть оформлена с любого месяца текущего года.

По всем вопросам оформления подписки следует обращаться в издательский отдел ОИЯИ по адресу: 101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79.

Шабалин Е.П.

P11-85-52

Влияние мощностного эффекта реактивности на флуктуации мощности в импульсном реакторе. Периодические возмущения реактивности, линейное приближение

Выводятся соотношения между колебаниями внешней реактивности в импульсном реакторе и колебаниями мощности с учетом температурного мощностного эффекта. Делается заключение об усилении колебаний мощности отрицательной обратной связью в случае периодических колебаний реактивности с частотой, в 2-4 раза меньшей частоты повторения импульсов мощности реактора. При некотором значении средней мощности реактора усиление малых колебаний бесконечно велико. Положительная обратная связь уменьшает колебания мощности.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод О.С.Виноградовой

Shabalin E.P.

P11-85-52

Influence of the Power Reactivity Effect on the Power Fluctuation in a Pulsed Reactor. Periodical Oscillations of Reactivity, Linear Approximation

The reactivity-power relations in the case of outer reactivity periodic oscillations in a repetitively pulsed reactor are derived with reactor-power feedback taken into consideration. The results show amplification of oscillations by the negative feedback. It occurs when the outer reactivity oscillates at a frequency that is 2-4 times less than the reactor power repetition rate. At some definite level of the mean power the amplitude of power oscillations increases unlimitedly. The positive feedback puts the oscillations down.

The investigation has been performed at the Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1985