объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

P11-85-365

Н.М.Никитюк

НОВЫЙ СПОСОБ ПОСТРОЕНИЯ УНИВЕРСАЛЬНОГО ЛОГИЧЕСКОГО МОДУЛЯ

Направлено в "ПТЭ" и на XII Международный
симпозиум по ядерной электронике,
Дубна, 1985 г.

1985

ВВЕДЕНИЕ

Логические схемы и блоки, применяемые в ядерной электронике, базируются на булевой алгебре, в которой функция $F(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ определяется как переключательная, если она так же, как и ее аргументы, может принимать только два значения: 0 и 1. Для описания более сложных схем используется метод суперпозиции элементарных логических функций, при котором в функции вместо ее аргументов выполняется подстановка других функций [1]. Как известно, число всевозможных переключательных функций m аргументов равно 2^{2^m}. Известные методы булевых функций большого числа переменных ($m > 4$) имеют ряд ограничений формального характера.

Техника современного эксперимента требует совершенствования логических схем отбора как по быстродействию, так и по числу каналов регистрации. Весьма актуальной является также задача создания таких логических устройств, в которых имелась бы возможность быстрого перепрограммирования на выполнение различного рода задач, возникающих в процессе эксперимента. В последнее время как в теоретическом, так и в практическом аспекте очень интенсивно ведутся исследования по разработке универсальных динамически программируемых логических модулей /УДПЛМ/ [2,3]. На рис.1. приведена блок-схема УДПЛМ. Она содержит два входа для переменных A и B и два входа C и D, на которые подаются коэффициенты настройки. Меняя эти коэффициенты, можно быстро изменять тип выполняемой булевой функции F. На рис.2а изображена принципиальная схема такого модуля. Функции, выполняемые модулем, приведены на рис.2б. Основная проблема заключается в том, чтобы, используя минимальное число входов настройки, создать модуль, выполняющий максимальное число логических операций при минимальном числе используемых логических элементов. В ядерной электронике вопросам создания УДПЛМ уделяется серьезное внимание. В [4] описан управляемый логический

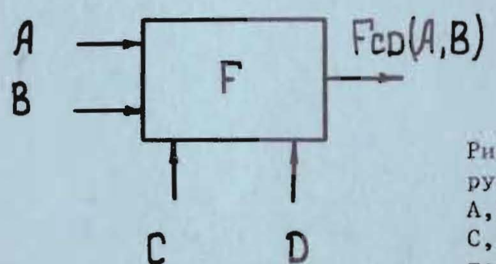
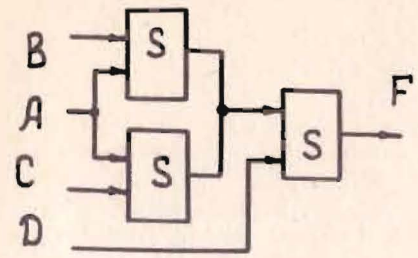


Рис.1. Блок-схема программируемого логического модуля. A,B - входы для переменных, C, D - входы для коэффициентов настройки.



а/

б/

C	D	F
0	0	$A \vee B$
0	1	$A \vee B$
1	0	AB
1	1	AB
A(B)	0	$A \oplus B$
A(B)	1	$A \ominus B$

Рис.2. Принципиальная схема модуля /а/ и его таблица истинности /б/, + - сумма по модулю два, = - логическая равнозначность.

модуль, с помощью которого можно получать минтермы 4 переменных. Модуль состоит из 16 элементов "И", каждый из которых имеет 6 входов: 4 используются для подачи сигналов, соответствующих четырем переменным, на остальные подаются управляющий сигнал и сигнал-строб соответственно. Выходы всех элементов "И" объединяются с помощью элемента "ИЛИ". Коэффициенты настройки могут подаваться как от тумблерного регистра вручную, так и от триггерного регистра. Очевидно, что такой модуль имеет ограниченные функциональные возможности.

В [5] приведена схема программируемого логического модуля, созданного на основе 8-входного мультиплексора. Переменные A, B и C подаются на три адресных входа, а восемь информационных входов служат для подачи коэффициентов настройки K_1–K_8. Здесь мы имеем пример применения микросхем средней степени интеграции для создания программно-управляемых модулей. Один такой модуль обеспечивает реализацию 256 различных переключательных функций при минимальной задержке 5 нс. Используя две такие схемы, можно построить модуль на 5 входов.

Широко известны также работы, в которых для реализации переключательных функций используются модули ПЛМ, ОЗУ или ППЗУ [6]. В таких случаях входные переменные N подаются на адресные входы памяти, на выходе которой можно получить 2^N комбинаций от N входных переменных.

В [7] описаны программно-управляемые блоки наносекундной электроники: блоки задержки, усилители, схемы совпадения и проч. Однако в этой системе блоков управлению подлежат такие параметры, как задержка, порог формирователя, число входов систем совпадений, задержка совпадений и проч.

2. ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ ГАЛУА

Булева алгебра хорошо описывает устройства, в которых реализуется двоичная логика. В этом смысле она является функционально полной. В настоящее время большой интерес как с теоретической, так и практической точек зрения представляет развитие многоуровневой N-значной логики m-переменных. Эта логика базируется на двух наиболее изученных типах многозначных алгебр: пост алгебры и модулярной алгебры /8/. В нашей работе мы пользуемся результатами и методами модулярной алгебры. В свою очередь, в модулярной алгебре известны два способа представления N-значной переключательной функции m переменных: в канонической форме Рида-Маллера /8/ и в виде полинома 2^m-1 степени /9/. Как переменные, так и коэффициенты при них в полиномиальном представлении функции являются элементами поля $GF(2^m)$. Такие переключательные функции мы будем называть "Галуа-переключательными функциями" /ГПФ/.

В работе /10/ показаны те преимущества, которые дает применение теории ГПФ для синтеза и построения логических схем. Одним из них является то, что представление переключательных функций элементами поля Галуа позволяет выполнять над ними алгебраические операции, что упрощает расчет таких функций с помощью ЭВМ, а также упрощает проблему минимизации и ее формального представления. С целью упрощения в дальнейшем мы будем оперировать с двузначными функциями четырех переменных.

Как известно, поле, состоящее из двух элементов "1" и "0", является основным полем Галуа, и обозначается как $GF(2)$, причем операция сложения "+" выполняется по модулю два, а операция умножения совпадает с операцией конъюнкции, применяемой в булевой алгебре. Расширенное поле Галуа $GF(2^m)$ создается путем добавления элемента A к полю $GF(2)$ /11,12/ причем элемент A является корнем неприводимого полинома m-й степени. Так, поле $GF(2^4)$ образуется над полиномом $P(x) = 1 + x + x^4$, а его корнем является элемент $a' = 0100$, так что выполняется соотношение $1 + a' + a^4 = 0$. В свою очередь, любой элемент поля Галуа $GF(2^4)$ также можно представить в виде:

$$X = x_1 a^0 + x_2 a^1 + x_3 a^2 + x_4 a^3 \ ,$$

где $a^0 \div a^3$ - базисные элементы /$a^0=1000$, $a^1=0100$, $a^2=0010$ и $a^3=0001$/, $x_1 \div x_4$ - коэффициенты, которые в зависимости от элемента X могут принимать значения 1 или 0. В табл.1 даны 16 элеметов поля Галуа $GF(2^4)$, включая нулевой. Элементы поля образуют циклическую группу, поэтому в результате любых операций над элементами в пределах допустимых в этом поле, получается элемент из этого же поля. Важно также, что элемент поля можно рассматривать как минтерм m переменных /см. табл.1/.

Таблица 1

Элементы поля Галуа GF (2^4)

Элементы	Представление в виде многочлена	Двоичные эквиваленты	Минтермы
0	0	0000	$\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4$
a^0	1	1000	$x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4$
a^1	a^1	0100	$\bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4$
a^2	a^2	0010	$\bar{x}_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4$
a^3	a^3	0001	$\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4$
a^4	$1 + a^1$	1100	$x_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4$
a^5	$a^1 \quad a^2$	0110	$\bar{x}_1x_2x_3\bar{x}_4$
a^6	$a^2 + a^3$	0011	$\bar{x}_1\bar{x}_2x_3x_4$
a^7	$1 + a^1 + a^3$	1101	$x_1x_2\bar{x}_3x_4$
a^8	$1 + a^2$	1010	$x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4$
a^9	$a^1 + a^3$	0101	$\bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4$
a^{10}	$1 + a^1 + a^2$	1110	$x_1x_2x_3\bar{x}_4$
a^{11}	$a^1 + a^2 + a^3$	0111	$\bar{x}_1x_2x_3x_4$
a^{12}	$1 + a^1 + a^2 + a^3$	1111	$x_1x_2x_3x_4$
a^{13}	$1 + a^2 + a^3$	1011	$\bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4$
a^{14}	$1 + a^3$	1001	$x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4$
a^{15}	1	1000	$x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4$

Таким образом, ГПФ четырех переменных x_1, x_2, x_3, x_4 можно представить в виде полинома 15-й степени:

$$F(X) = F(x_1, x_2, x_3, x_4) = C(0) + B(1)X^1 + B(2)X^2 + B(3)(X^3) + \ldots$$
$$B(14)X^{14} + B(15)X^{15}, \qquad /1/$$

где $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ - входные переменные, $C(0)$ - значение функции в нулевой точке: B/1/, B/2/...B/15/ - коэффициенты настройки.

Рассмотрим следствия, вытекающие из равенства /1/:

- тип реализуемой ГПФ определяется значениями коэффициентов B/1/ ÷ B/15/,
- для построения схемы, которая вычисляла бы полином в равенстве /1/, необходимы схемы для выполнения операций умножения, возведения в степень и сложения элементов поля Галуа. Как показано в /11/, такие операции могут быть реализованы на стандартных микросхемах средней и большой степени интеграции. Для выполнения этих операций можно составить таблицы.

Поскольку элементы поля при фиксированном m образуют циклическую группу, то к табличным методам решения можно свести и вычисление более сложных выражений, например, одновременное умножение нескольких сомножителей, одновременное умножение с возведением в степень и проч.

Таблица 2

Табличные значания выражения BA^4

$A \to$	a^0	a^1	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6	a^7	a^8	a^9	a^{10}	a^{11}	a^{12}	a^{13}	a^{14}
$A^4 \to$	a^0	a^4	a^8	a^{12}	a^1	a^5	a^9	a^{13}	a^2	a^6	a^{10}	a^{14}	a^3	a^7	a^{11}
a^0	a^0	a^4	a^8	a^{12}	a^1	a^5	a^9	a^{13}	a^2	a^6	a^{10}	a^{14}	a^3	a^7	a^{11}
a^1	a^1	a^5	a^9	a^{13}	a^2	a^6	a^{10}	a^{14}	a^3	a^7	a^{11}	a^0	a^4	a^8	a^{12}
a^2	a^2	a^6	a^{10}	a^{14}	a^3	a^7	a^{11}	a^0	a^4	a^8	a^{12}	a^1	a^5	a^9	a^{13}
a^3	a^3	a^7	a^{11}	a^0	a^4	a^8	a^{12}	a^1	a^5	a^9	a^{13}	a^2	a^6	a^{10}	a^{14}
a^4	a^4	a^8	a^{12}	a^1	a^5	a^9	a^{13}	a^2	a^6	a^{10}	a^{14}	a^3	a^7	a^{11}	a^0
a^5	a^5	a^9	a^{13}	a^2	a^6	a^{10}	a^{14}	a^3	a^7	a^{11}	a^0	a^4	a^8	a^{12}	a^1
a^6	a^6	a^{10}	a^{14}	a^3	a^7	a^{11}	a^0	a^4	a^8	a^{12}	a^1	a^5	a^9	a^{13}	a^2
a^7	a^7	a^{11}	a^0	a^4	a^8	a^{12}	a^1	a^5	a^9	a^{13}	a^2	a^6	a^{10}	a^{14}	a^3
a^8	a^8	a^{12}	a^1	a^5	a^9	a^{13}	a^2	a^6	a^{10}	a^{14}	a^3	a^7	a^{11}	a^0	a^4
a^9	a^9	a^{13}	a^2	a^6	a^{10}	a^{14}	a^3	a^7	a^{11}	a^0	a^4	a^8	a^{12}	a^1	a^5
a^{10}	a^{10}	a^{14}	a^3	a^7	a^{11}	a^0	a^4	a^8	a^{12}	a^1	a^5	a^9	a^{13}	a^2	a^6
a^{11}	a^{11}	a^0	a^4	a^8	a^{12}	a^1	a^5	a^9	a^{13}	a^2	a^6	a^{10}	a^{14}	a^3	a^7
a^{12}	a^{12}	a^1	a^5	a^9	a^{13}	a^2	a^6	a^{10}	a^{14}	a^3	a^7	a^{11}	a^0	a^4	a^8
a^{13}	a^{13}	a^2	a^6	a^{10}	a^{14}	a^3	a^7	a^{11}	a^0	a^4	a^8	a^{12}	a^1	a^5	a^9
a^{14}	a^{14}	a^3	a^7	a^{11}	a^0	a^4	a^8	12	a^1	a^5	a^9	a^{13}	a^2	a^6	a^{10}

$B \uparrow$

В табл.2 в качестве примера приведены всевозможные значения выражения BA^4. В верхней строке приведены элементы А, в следующей - эти элементы в 4-й степени, в крайнем слева столбце даны элементы В /элементы А и В принадлежат полю Галуа $GF(2^4)$/. Например, выражение BA^4 при $A=a^7$ и $B=a^{12}$ равно элементу a^{10}. В самом деле, $a^{12} \cdot (a^7)^4 = a^{12} \cdot a^{28} = a^{40} = a^{15} \cdot a^{15} \cdot a^{10} = a^{10}$.

Аналогично можно составить еще 14 таких таблиц.

На рис.3 приведена блок-схема УДПЛМ, которая построена в соответствии с равенством /1/. Схема имеет 4 входа для переменных, 15 входов для подачи коэффициентов настройки, и 4 выхода. Для практической реализации такого устройства необходимо иметь 15 схем для одновременного умножения и возведения в степень двух элементов в поле Галуа $GF(2^m)$. Если для этих целей использовать быстродействующее ППЗУ типа К500РЕ149, то такие схемы получаются однотипными и довольно простыми. Разница только заключается в содержимом ППЗУ. На рис.4 приведена такая схема. Она состоит из 4-разрядного регистра 1, на котором хранится значение коэффициента настройки и микросхемы 2 типа К500РЕ149.

На рис.5 приведена схема для выполнения операции сложения по модулю два на 16 входов. Здесь используются микросхемы К500ИЕ160 /12 входов/ /1,2/ и микросхема 3 - К500ЛП107. Для построения модуля на переменные требуется 4 таких схемы. Наибольший вклад в задержку модуля вносит ППЗУ /20 нс/. На выполнение операции сложения необходимо не более 7 нс. Изменяя коэф-

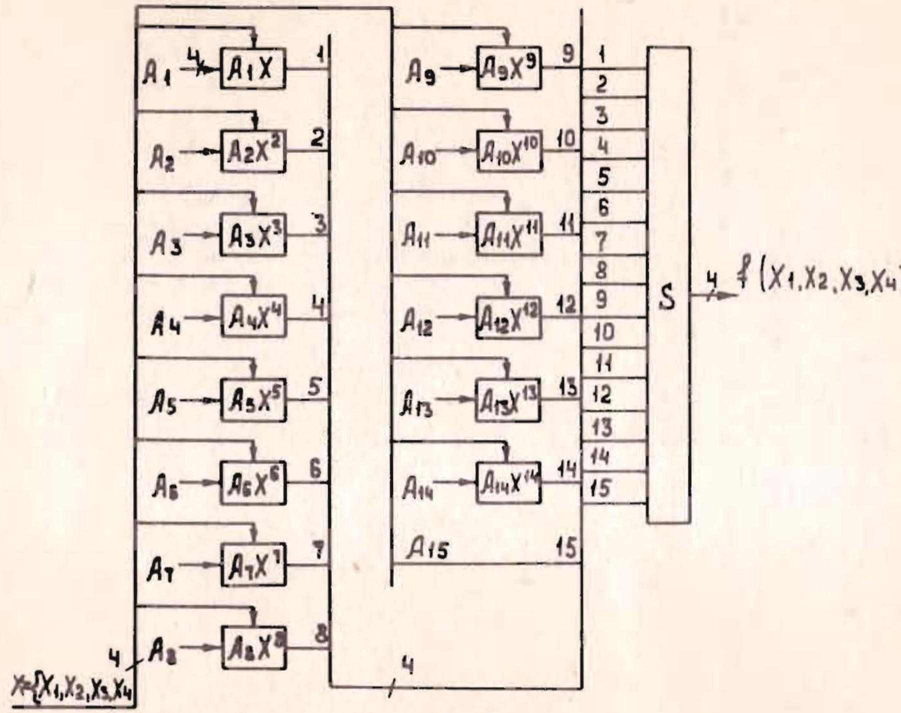


Рис.3. Структурная схема универсального динамически программируемого модуля. S - группа сумматоров по модулю два.

фициенты В/К/, К=1,2,3,...15, вручную или с помощью ЭВМ можно быстро перестраивать такой модуль на выполнение различных функций, число которых равно 65536. Рассмотрим примеры, которые иллюстрируются с помощью таблицы 3. В первой колонке слева приведены элементы поля Галуа $GF(2^4)$ и их двоичные эквиваленты. Сигналы, соответствующие этим кодам, подаются на 4 входа модуля. В следующих колонках приведены соответствующие им значения на выходах модуля и вычисленные на ЭВМ коэффициенты В/К/. Методика вычисления таких коэффициентов приведена в /9,10/. Полагаем,

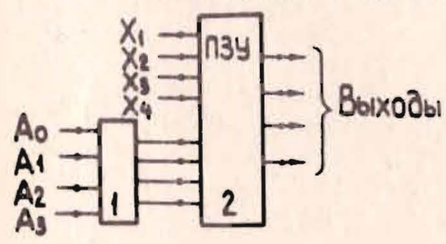


Рис.4. Принципиальная схема, реализующая возведение в степень элемента с одновременным умножением.

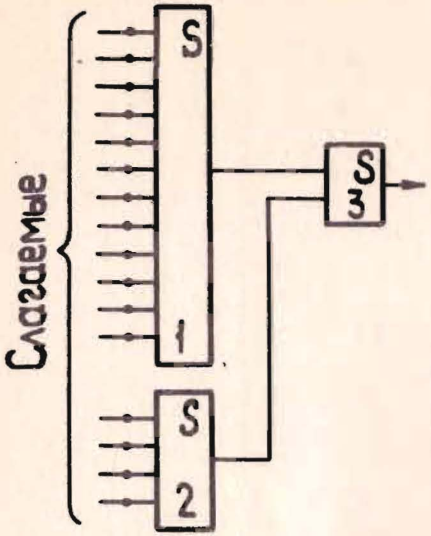


Рис.5. Принципиальная схема сумматора по модулю два на 16 входов, 1,2 – микросхемы К500ИЕ160, 3 - микросхемы К500ЛП107.

что функция на выходах имеет истинное значение /в случае реализации булевых функций/, если она равна единичному элементу $a^0=1000$. Вычисленные на ЭВМ коэффициенты для первого случая равны $B/1/=a^3$; $B/2/=a^6$; $B/3/=a^9$ и т.д. $B/14/=a^{12}$; $B/15/=a^0$. Подставляя их в выражение /1/, получим:

$$F(X)=a^3X+a^1X^2+a^9X^3+a^{12}X^4+a^0X^5+ \\ +a^3X^6+a^6X^7+a^9X^8+a^{12}X^9+a^0X^{10}+ \\ +a^3X^{11}+a^6X^{12}+a^9X^{13}+a^{12}X^{14}+a^0X^{15}. \qquad /2/$$

Таблица 3

Представление логических функций элементами поля Галуа $GF(2^4)$

Функция Входы	Совпадение		Повтор		Инверсия		Антисовпадение	
$X=x_1x_2x_3x_4$	$F=x_1x_2x_3x_4$	B(K)	F=X	B(K)	$F=\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4$	B(K)	$F=x_1x_2x_3\bar{x}_4$	B(K)
$a^1=0100$	0000	a^3	0100	a^0	1011	a^0	0000	a^5
$a^2=0010$	0000	a^6	0010	0	1101	0	0000	a^{11}
$a^3=0001$	0000	a^9	0001	0	1110	0	0000	a^0
$a^4=1100$	0000	a^{12}	1100	0	0011	0	0000	a^5
$a^5=0110$	0000	a^0	0110	0	1001	0	0000	a^{11}
$a^6=0011$	0000	a^3	0011	0	1100	0	0000	a^0
$a^7=1101$	0000	a^6	1101	0	0010	0	0000	a^5
$a^8=1010$	0000	a^9	1010	0	0101	0	0000	a^{11}
$a^9=0101$	0000	a^{12}	0101	0	10101	0	0000	a^0
$a^{10}=1110$	0000	a^0	1110	0	0001	0	1000	a^5
$a^{11}=0111$	0000	a^3	0111	0	1000	0	0000	a^{11}
$a^{12}=1111$	1000	a^6	1111	0	0000	0	0000	a^0
$a^{13}=1011$	0000	a^9	1011	0	0100	0	0000	a^5
$a^{14}=1001$	0000	a^{12}	1001	0	0110	0	0000	a^{11}
$a^{15}=a^0=1000$	0000	a^0	1000	0	0000	a^{12}	0000	a^0
0=0000	0000		0000		0000		0000	

Тот факт, что с помощью выражения /2/ описывается работа схемы совпадения на 4 входа, можно проверить двумя способами:

1/ Подставим значение $X=a^{12}$ и после вычисления /например, $a^3\cdot a^{12}=a^{15}=a^0$, $a^6\cdot(a^{12})^2=a^{30}=a^{15}\cdot a^{15}=a^0$ и т.д./ получим 15 слагаемых, каждый из которых равен a^0. При суммировании таких членов по модулю 2 получим окончательно: $F(X)=a^0$.

При подстановке вместо X остальных элементов в выражении /2/ получается 15 различных элементов a^0-a^{14}. Сумма по модулю 2 всех элементов данного поля /в нашем случае $GF(2^4)$ / равна нулю.

2/ Если выражение /2/ упростить, разложив элементы поля различных степеней по базисным элементам, то после упрощения с помощью ЭВМ на цифропечать выдается следующее выражение:

$F(x)=(x_1x_2x_3x_4)a^0$.

Это значит, что выходы модуля принимают значение a^0, т.е. истинное, если все входы находятся в состоянии логической единицы.

Рассмотрим вторую колонку, с помощью которой иллюстрируется настройка модуля на выполнение "пассивной" операции, когда значения на входах и выходах одинаковы /повторение логических сигналов/. В этом случае только один коэффициент при X равен a^0. Имеем:

$$F(X)=a^0X=a^0(a^0X+a^1X_2+a^2X_3+a^3X_4)=a^0X_1+a^1X_2+a^2X_3+a^3X_4=X.$$

Если в равенство /1/ подставить соответствующие коэффициенты a^0 при X и a^{12} при X^{15}, то получим логическое уравнение для инверсии за исключением нулевой точки:

$F(X)=a^0X+a^{12}X^{15}=X+a^{12}$.

И, наконец, переключательная функция, реализующая совпадение $x_1x_2x_3$ и $\bar{x}_4$, имеет вид:

$$F(X)=a^5X+a^{11}X^2+a^0X^3+a^5X^4+a^{11}X^5+a^0X^6+a^5X^7+a^{11}X^8+a^0X^9+ \\ +a^5X^{10}+a^{11}X^{11}+a^0X^{12}+a^5X^{13}+a^{14}X^{15}. \qquad /3/$$

Можно проверить, что равенство /3/ равно a^0 только при $X=a^{10}$, и нулю в остальных случаях. Следует отметить, что переключение модуля на выполнение различных функций происходит внутри модуля, а задержка сигналов не зависит от типа выполняемой функции.

ВЫВОДЫ

Предложен способ построения универсального логического модуля, схема которого имеет алгебраическую структуру. Используя программу, разработанную[10] для расчета переключательных функций, представляемых в виде элементов типа поля Галуа, можно составить схемы и таблицы для описания модуля на большое число переменных. Для практической реализации модуля можно использовать ППЗУ, ПЛМ и другие большие интегральные схемы.

Использование набора таких однотипных модулей открывает возможность для быстрого перепрограммирования с помощью микропроцессора работы триггерных систем наносекундного диапазона без изменения внешних связей, которые в настоящее время осуществляются в основном механическим способом.

Более эффективно предложенный способ построения УДПЛМ можно было бы использовать, если изготовить набор специализированных интегральных микросхем, с помощью которых можно было бы реализовать функции, начиная от трех переменных и более.

В заключение автор выражает благодарность И.Н.Александрову за помощь в расчете коэффициентов настройки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Синтез схем на пороговых элементах. /под ред.Е.Н.Вавилова/. "Сов.радио", М., 1970.
2. Suarez R.E., Chang.O., Adam V. IEEE Transaction on Computers, 1981, vol.C-30 No.1, p.79.
3. Hurst S.L. IEEE Transaction on Computers, 1981, vol.C-30, No.12, p.986.
4. Schiavuta E., Soso F. Nucl. Instr. and Meth. 1968, vol.60, No.1, p.36.
5. Colla G., Maroni C., Pilastrini R., Volta A. Preprint No. INFN/TC-79/9, Frascati , 1979.
6. Fucci A. et al. Nucl.Instr. and Meth., 1977, vol.147, No.3, p.587.
7. Басиладзе С.Г. "Быстродействующая ядерная электроника."Энергоиздат", М., 1982.
8. Pradhan D.R., Patel A.M. IEEE Transuction on Computers 1975, vol.C-24, No.2, p.206.
9. Menger K.S. IEEE Transaction on Computers, 1969. vol.C-18. No.3. p.241.
10. Александров И.А. и др. ОИЯИ. Р10-84-865. Дубна. 1984.
11. Никитюк Н.М. ОИЯИ. Р11-80-484. Дубна. 1980.
12. Танака Н.. Kasahara M.. Tezuka Y.. Kasahara Y.. Information and Control, 1968, vol.13, No.1, p.75.

Рукопись поступила в издательский отдел
16 мая 1985 года

Никитюк Н.М.
Р11-85-365

Новый способ построения
универсального логического модуля

Приводится краткий обзор существующих способов построения универсальных логических модулей. Описывается новый способ синтеза быстродействующего универсального логического модуля.Метод основан на представлении входных переменных в виде элементов поля Галуа $GF(2^m)$. Такое представление позволяет при большом числе переменных использовать ЭВМ для расчета уравнений, с помощью которых реализуется необходимая логическая схема. В зависимости от коэффициентов настройки, задаваемых вручную или от ЭВМ, один и тот же модуль может выполнять функции схемы совпадений, антисовпадений, смесителя, преобразователя кодов, пассивного проводника сигналов и прочее. Приводится пример построения такого модуля на 4 входа, дается оценка быстродействия и сложности реализации. Использование набора таких однотипных модулей открывает возможность для быстрого перепрограммирования работы триггерных систем наносекундного диапазона без изменения внешних соединений.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод О.С.Виноградовой