8410

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

P11-8410

Н.З.Акопов, Г.А.Ососков

РАСЧЕТ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ТОНКОМ МОНОКРИСТАЛЛЕ АЛМАЗА ПО МЕТОДУ МОНТЕ-КАРЛО

1974

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ И АВТОМАТИЗАЦИИ

P11-8410

Н.З.Акопов, Г.А.Ососков

РАСЧЕТ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ТОНКОМ МОНОКРИСТАЛЛЕ АЛМАЗА ПО МЕТОДУ МОНТЕ-КАРЛО

Акопов Н.З., Ососков Г.А. P11-8410

Расчет энергетического спектра тормозного излучения на тонком монокристалле алмаза по методу Монте-Карло

В работе описана схема вычисления по методу Монте-Карло спектра тормозного излучения от монокристалла алмаза с учетом коллимации излученных γ-квантов и угловой расходимости электронного пучка. Приведены хорошо согласующиеся между собой расчетная кривая и экспериментальные точки.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований
Дубна, 1974

P11-8410

Akopov N.Z., Ososkov G.A.

Calculation of the Bremsstrahlung Energy Spectrum from the Thin Diamond Single Crystal by the Monte-Carlo Method

The mode of calculation of the bremsstrahlung spectrum from the diamond single crystal is described. The calculation is performed by the Monte-Carlo method allowing for the radiated γ-quanta collimation and the angular divergences of the electron beam. The presented calculation curve and the experimental points are in good agreement.

Communications of the Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1974

Одним из способов получения поляризованного пучка γ-квантов является когерентное тормозное излучение на тонком монокристалле /I-3/. При этом необходимо иметь вид энергетического спектра, поведение которого и определяет поляризацию. Напомним вкратце теорию этого явления.

Кинематически разрешенная область импульсов отдачи ядру заключена в пределах тонкого диска, перпендикулярного к направлению движения первоначального электрона и расположенного на расстоянии δ от начала взаимодействия, где δ – минимальный импульс отдачи ядру ($\delta = \frac{1}{2E_0} \cdot \frac{x}{1-x}$), E_0 – начальная энергия электрона; $x = \frac{K}{E_0}$, где K – энергия излученного γ-кванта. Толщина диска также имеет порядок δ.

В случае, когда продольные размеры области взаимодействия электронов с монокристаллом сравнимы с периодом пространственной решетки, возникают условия для эффективной интерференции импульсов отдачи в процессе тормозного излучения. Математически эти условия выражаются законом Лауэ-Брегга:

$$\vec{g} = \vec{q}\,, \qquad (I)$$

где $\vec{q}$ – импульс отдачи, $\vec{g}$ – вектор обратной решетки.

Таким образом, сечение интерференционного взаимодействия отлично от нуля, если только выполняется условие (I).

Выражения для интенсивности и поляризации когерентного тормозного излучения получены в первом борновском приближении в работах /I-3/. Сечение взаимодействия электронов с монокристаллом может быть представлено в следующем виде:

$$I(\theta,\alpha,x)=\frac{d\sigma}{dx}=\frac{N\bar{\sigma}}{x}\left\{\left[1+(1-x)^2\right]\cdot\left(\psi_1^a+\psi_1^k\right)-\frac{2}{3}(1-x)\left(\psi_2^a+\psi_2^k\right)\right\}. \qquad (2)$$

ψ_1^a и ψ_2^a – функции, учитывающие взаимодействие с аморфной мишенью, они слабо зависят от x и с хорошей точностью равны соответственно I8,2 и I7,4 на всем интервале $(0<x<1)$.

ψ_1^k и ψ_2^k – функции, описывающие когерентную часть взаимодействия

$$\psi_1^k=\frac{1}{2}\cdot\frac{(2\pi)^2}{a^3}\cdot\delta\sum_{N_2=\ell_1}^{\ell_2}\sum_{N_3=m_1}^{m_2}F\cdot\frac{\exp\left[-A\left(N_2^2G_2^2+N_3^2G_3^2\right)\right]}{\left(N_2^2G_2^2+N_3^2G_3^2+\beta^{-2}\right)^2}\times$$

$$\times\frac{N_2^2G_2^2+N_3^2G_3^2}{\left(N_2G_2\cos\alpha+N_3G_3\sin\alpha\right)^2\theta^2}, \qquad (3)$$

$$\psi_2^k=3\cdot\frac{(2\pi)^2}{a^3}\cdot\delta^2\sum_{N_2=\ell_1}^{\ell_2}\sum_{N_3=m_1}^{m_2}F\,\frac{\exp\left[-A\left(N_2^2G_2^2+N_3^2G_3^2\right)\right]}{\left(N_2^2G_2^2+N_3^2G_3^2+\beta^{-2}\right)^2}\times$$

$$\times\frac{\left(N_2^2G_2^2+N_3^2G_3^2\right)\left[\left(N_2G_2\cos\alpha+N_3G_3\sin\alpha\right)\theta-\delta\right]}{\left(N_2G_2\cos\alpha+N_3G_3\sin\alpha\right)^4\cdot\theta^4}. \qquad (4)$$

Аналитическая формула для подсчета фактора F, приведенная в /4/, значительно усложняет алгоритм вычисления функций ψ_1^k и ψ_2^k. Поэтому, исходя из конкретных условий эксперимента, фактор F был задан в следующем виде:

$$F=\begin{cases}0, & \text{если } N_2 \text{ и } N_3 \text{ разной четности},\\ 32, & \text{если } N_2 \text{ и } N_3 \text{ оба нечетны},\\ 64, & \text{если } N_2 \text{ и } N_3 \text{ четны и } N_2 \text{ кратно 4},\\ 0, & \text{если } N_2 \text{ и } N_3 \text{ четны, но } N_2 \text{ не кратно 4}.\end{cases}$$

Такое представление F обусловлено тем, что в случае алмаза основной вклад в ψ_1^k и ψ_2^k дают точки с $N_2=0$, $N_3=2$ и $N_2=4$, $N_3=0$. Это позволяет экономно выбрать индексы суммирования ℓ_1, ℓ_2, m_1, m_2. В нашей работе эти индексы равны соответственно: $\ell_1=-7$, $\ell_2=7$, $m_1=-10$, $m_2=10$.

Существенное влияние на интенсивность и поляризацию когерентного тормозного излучения от монокристалла оказывают следующие экспериментальные факторы: наличие угловой расходимости электронного пучка (УРП), многократного рассеяния электронов в мишени, а также коллимации излученных фотонов. Математически учет этих факторов сводится к тройному интегрированию по угловой расходимости, углу вылета фотона, а также по азимутальному углу влета электрона в кристалл ввиду наличия азимутальной симметрии в рассматриваемом процессе. Таким образом, мы получаем следующее выражение для усредненного энергетического спектра:

$$\overline{I(\bar{\theta},\bar{\alpha},x)}=\int_0^{2\pi}d\varphi\int_{\bar{\theta}-\alpha_k}^{\theta+\alpha_k}d\gamma\int_{\bar{\theta}-3\theta_p}^{\theta+3\theta_p}d\theta\cdot e^{-\frac{(\theta-\bar{\theta})^2}{2\theta_p^2}}\cdot I(QE_1,\alpha,x)\cdot e^{-\frac{(\gamma-\theta)^2}{2\theta_\gamma^2}}, \qquad (5)$$

где $\alpha=f_1(\bar{\alpha},\theta_p,\bar{\theta})$, $QE_1=f_2(\bar{\theta},\theta_p,\varphi)$.

Здесь θ_γ – наивероятный угол вылета фотона в тормозном излучении, равный $\frac{mc^2}{E_0}$ (m – масса электрона), а θ_p есть УРП в единицах $\frac{mc^2}{E_0}$.

Функции f_1 и f_2 учитывают связь, к которой приводит наличие УРП, коллимации и азимутальной симметрии, между полярным и азимутальным углами влета электрона в кристалл и вышеназванными экспериментальными факторами. Выражения для функций f_1 и f_2 даны в Приложении.

Ввиду того, что расчет интенсивности даже без учета экспериментальных факторов является довольно трудоемким, в данной работе в целях ускорения счета вычисление интеграла (5) было выполнено по схеме Монте-Карло. Помимо ускорения счета, такой подход позволяет довольно просто получать различные угловые распределения, в частности распределение по углу излученных фотонов. В предыдущих работах по вычислению интенсивности, например в работе /4/, на основе нестрогих физических рассуждений делаются определенные упрощения относительно влияния коллимации на вид спектра. В нашей работе схема расчета по методу Монте-Карло позволяет обойтись без предварительных упрощений и предположений, так как на основе хорошо изученного механизма тормозного излучения мы, в сущности, моделируем интересующий нас процесс на всех этапах его развития.

Предварительно была написана программа, по которой вычислялся энергетический спектр без учета экспериментальных факторов (2). Эта программа „CROSS" составила ядро будущей полной программы „LINA".

Для фиксированных значений $\bar{\theta}$, $\bar{\lambda}$, x, где $\bar{\theta}$ – полярный угол влета электрона в кристалл, α – азимутальный угол и $x = \frac{K}{E_0}$, подпрограмма „CROSS" вычислнет величину интенсивности I ($\bar{\theta}$, $\bar{\lambda}$, x). Более подробное описание этой программы будет дано в следующей публикации.

Схема вычисления спектра с учетом УРП и коллимации выглядит следующим образом.

I. Разыгрывается полярный угол отклонения от оси пучка QE, обусловленный УРП. Наиболее естественно предположить, что УРП имеет форму нормального распределения с дисперсией $\sigma_2 = \theta_p$. Точное значение величины УРП можно оценить сравнением с экспериментом, что авторы предлагают сделать на следующем этапе работы.

Порядок дисперсии σ_2 равен величине угла, набираемого электроном при многократных упругих столкновениях в мишени. Этот угол обозначен в программе символом σ_1 и может быть найден по приближенной формуле, дающей для тонкой мишени и высокой энергии налетающих электронов удовлетворительную точность:

$$\sigma_1 = \frac{21.}{E_0(\text{МэВ})}\sqrt{T/2},$$

где T – толщина кристалла, данная в радиационных длинах.

Розыгрыш происходит по нормальному распределению с дисперсией, равной $\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$.

П. Разыгрывается азимутальный угол φ в плоскости, перпендикулярной оси пучка (см. Приложение), по равномерному распределению в интервале $[0, 2\pi]$.

По формулам, данным в Приложении, вычисляются полярный и азимутальный углы влета электрона в кристалл, они обозначены соответственно QE_1 и α.

Ш. Разыгрывается угол γ – вылета фотона по нормальному распределению с дисперсией, равной наивероятному углу испускания в тормозном излучении $\sigma_3 = \frac{mc^2}{E_0}$. Центром этого распределения является направление влета электрона в кристалл или угол QE_1.

IУ. Проверяется условие попадания фотона в коллиматор, который выбран в виде отверстия, расположенного по оси пучка рис.I.

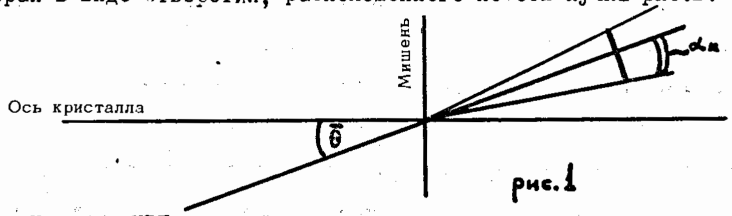

рис.1

Наличие УРП и тот факт, что мишень имеет конечные размеры, приводит к необходимости введения параметра эффективной коллимации. Эта необходимость вызвана неопределенностью точки взаимодействия в мишени. В свою очередь, это приводит к тому, что коллимационное отверстие "плывет" относительно оси пучка, т.е. радиус окошка коллимации не совпадает с геометрическими размерами этого же окошка в реальном эксперименте. Таким образом появляется еще один параметр, который так же, как и УРП, можно оценить путем сравнения с экспериментальными данными.

В случае попадания вызывается подпрограмма „CROSS" , которая вычислит спектр по X от 0,0I до 0,99 для разыгранных углов QE_1, α . Если попадания нет, возвращаемся к пункту I.

Схема розыгрыша повторяется N раз, и происходит непрерывное сложение спектров со статвесами, равными вероятностям появления комбинаций углов QE_1 и α .

Суммарный спектр представляет собой величину интеграла (5) в условных единицах, т.е. спектр тормозного излучения с учетом экспериментальных факторов.

В соответствии с принятой в методе Монте-Карло /5/ оценкой точности при N =100 мы будем иметь ошибку каждого из значений интеграла (5) порядка 10 %.

На рис.2 приведены расчетная кривая и точки, полученные в эксперименте, выполненном на АРУС /6/, они обнаруживают хорошее согласие.

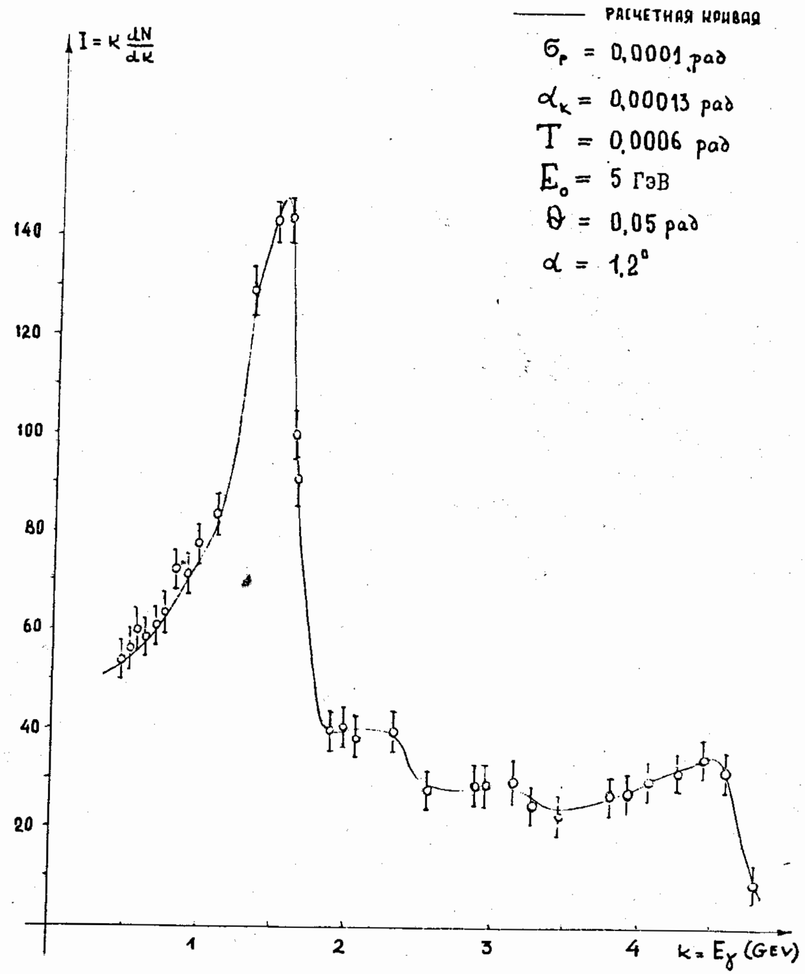

Рис. 2

Нормировка расчетной кривой для сравнения с экспериментом была сделана по хвосту спектра. При выбранных значениях σ_2 и $\alpha_к$ было получено значение $\chi^2 = 68$ для 40 степеней свободы, причем результат может быть явно улучшен, если учесть функцию разрешения парного спектрометра /7/, регистрирующего энергии γ - квантов.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Определение функций f_1 и f_2

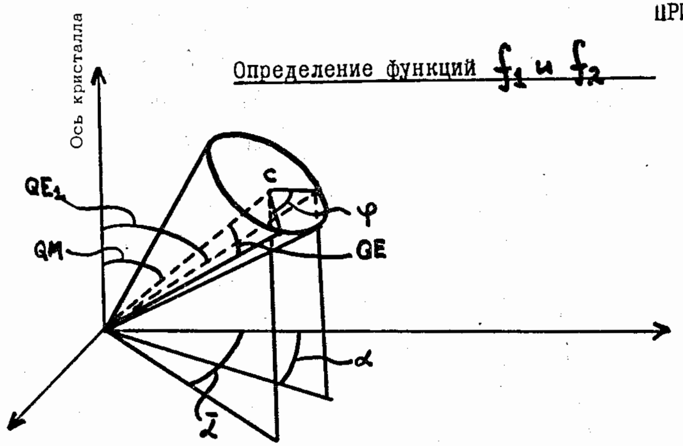

Рис.3

Наличие коллимации УРП, а также азимутальной симметрии по углу вылета фотона приводит к определенной связи полярного и азимутального углов влета электрона в кристалл и вышеназванных экспериментальных факторов.

Как видно из рис. 3, QM и $\bar{\alpha}$ - полярные и азимутальные углы оси пучка. Раствор конуса обусловлен УРП. Всякое случайное направление влета электрона в кристалл QE_1 задается углами φ и QE.

Несложно вывести зависимость (в пределах малости углов QM, QE) между углами QE_1, QM, α и φ, которая имеет следующий вид:

$$f_2(QM, QE, \varphi) = QE_1 = \sqrt{QM^2 + QE^2 + 2QM\,QE\cos\varphi}\,, \qquad (I)$$

$$f_1(\bar{\alpha}, QE, QM) = \alpha = \bar{\alpha} + \operatorname{arctg}\frac{QE\sin\varphi}{QM + QE\cos\varphi}\,, \qquad (2)$$

отсчет α выбран общепринятым образом: при $\varphi = 0$ $\alpha = \bar{\alpha}$.

ЛИТЕРАТУРА

I. М.П.Тер-Микаэлян. ЖЭТФ, 25, 289, 296 (1953).
2. H.Uberall. Phys.Rew., 103, 1055(1956).
3. G.Diambrini.Rev.Mod.Phys.,40,611(1968).
4. U.Timm.Preprint DESY 69/14.
5. Н.П.Бусленко, Ю.А.Шрейдер. Метод статистических испытаний и его реализация на ЦВМ. М., Физматгиз, 1961.
6. Р.О.Авакян и др. Труды Международной конференции по аппаратуре в физике высоких энергий. Дубна, 1970;
ОИЯИ, Д-5805, Дубна, 1971.
7. H.D.Schulz.Preprint DESY 66/16.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 ноября 1974 г.