

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

P11-84-592

Е.Г.Алексов\*, С.Т.Иванов, А.Б.Швачка

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ  
ДИСПЕРСИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН  
В ВОЛНОВОДЕ,  
ЗАПОЛНЕННОМ ПОЛУПРОВОДИКОВОЙ ПЛАЗМОЙ  
Незамагниченная и замагниченная плазма

---

\* Софийский университет, НРБ

1984



## ВВЕДЕНИЕ

В последние годы значительно возрос интерес к возможности использования волноводных структур с полупроводниковой плазмой /S-плазмой/ для усиления и генерации мощных микроволн миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов. Этот интерес связан с характерными особенностями полупроводниковой плазмы, благодаря которым она обладает рядом преимуществ перед газоразрядной плазмой /G-плазмой/. Имеются в виду резкие и устойчивые границы, стабильность S-плазмы, высокая плазменная частота, а отсюда - высокочастотные собственные моды систем с S-плазмой, наличие остаточной диэлектрической проницаемости и связанные с ней медленные волны.

Существует ряд работ, в которых не только доказана возможность использования S-плазмы для усиления и генерации микроволн, но и найдены оценки амплитуды и потока мощности возбуждаемых волн в структурах с такой плазмой /см., напр., <sup>1-3</sup>/ . Достигновения плазменной электроники <sup>4</sup> показывают, что для успешных экспериментов по усилению и генерации мощных волн с помощью волноводов, заполненных S-плазмой, нужна детальная картина дисперсии и пространственной структуры волн, возбуждаемых в этих волноводах.

В настоящее время дисперсия электромагнитных волн в неограниченной плазме исследована весьма подробно /см., напр., <sup>5-7</sup>/ . Что касается волноводных структур, заполненных полупроводниковой плазмой, то, насколько нам известно, детальных исследований не проводилось /отметим, что интенсивно исследуются поверхностные волны на границе S-плазмы <sup>8</sup>/ .

Целью настоящей работы является численный анализ спектра электромагнитных волн в однородном волноводе, заполненном как немагнитной, так и магнитной плазмой.

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим цилиндрический волновод радиуса R, заполненный полупроводниковой плазмой. Ось волновода совпадает с осью z цилиндрической системы координат /r, φ, z/. В направлении оси z наложено постоянное магнитное поле H<sub>0</sub>. Анализируются два случая:

а/ Немагнитная плазма /изотропный волновод/, когда  $\Omega_e \ll \omega_{pe} (H_0 \rightarrow 0)$ . Здесь  $\omega_{pe} = (4\pi e^2 n / m^*)^{1/2}$  и  $\Omega_e = eH_0 / cm^*$  - со-





ответственно плазменная и ларморовская частоты легких носителей с концентрацией  $n$  и массой  $m^*$ .

б/ Замагниченная плазма /анизотропный одноосный волновод/, когда  $\Omega_i \gg \omega_{pi}$  ( $H_0 \rightarrow \infty$ ). Здесь  $\omega_{pi}$  и  $\Omega_i$  - плазменная и ларморовская частоты тяжелых носителей соответственно.

В обоих случаях тензор диэлектрической проницаемости является диагональным с компонентами  $\epsilon_1 \equiv \epsilon_{\perp}$  и  $\epsilon_3 \equiv \epsilon_{\parallel}$ , явный вид которых уточняется ниже для каждого конкретного случая.

Линеаризуя уравнения Максвелла для величин вида

$$f(r, t) = f(r) \exp[-i(\omega t - k_z z - \ell \phi)],$$

с учетом граничных условий непрерывности тангенциальных компонент при  $r=R$  легко получить дисперсионное уравнение, которое в случае рассматриваемого диагонального тензора распадается на два независимых уравнения /9/:

$$\frac{\epsilon_3}{\epsilon_1} k^2 \equiv \frac{\epsilon_3}{\epsilon_1} \left( \epsilon \frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2 \right) = \frac{\mu_{\ell n}^2}{R^2}, \quad /1.1/$$

описывающего Е-волны ( $\ell=0$ ) и ТМ-волны ( $\ell \neq 0$ );

$$k^2 \equiv \epsilon_1 \frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2 = \frac{\mu_{\ell n}^2}{R^2}, \quad /1.2/$$

описывающего Н-волны ( $\ell=0$ ) и ТЕ-волны ( $\ell \neq 0$ ).

Здесь  $\mu_{\ell n}$  - корни функции Бесселя ( $J_{\ell}(\mu_{\ell n})=0$ ) и  $\mu'_{\ell n}$  - корни ее производной ( $J'_{\ell}(\mu'_{\ell n})=0$ ).

В случае изотропного волновода существует еще одно решение, описывающее ТМ-волны с дисперсией

$$\epsilon_1 = 0, \quad /1.3/$$

для которых  $\Delta_{\perp} E_z + k^2 E_z \neq 0$ . Подробный анализ такого типа решений проведен в /10/.

## 2. ВЫСОКОЧАСТОТНЫЕ ВОЛНЫ

Ниже будем считать плазму холодной. При этом тепловая скорость частиц пренебрежимо мала по сравнению с фазовой скоростью волн ( $\sqrt{kT/m} \ll \omega/k_z$ ). Используя уравнения магнитной гидродинамики и Максвелла и пренебрегая движением тяжелых носителей, легко получаем для компонент диэлектрической проницаемости /6/:

$$\epsilon_1 = \epsilon_3 = \epsilon_p \equiv \epsilon_L - \omega_p^2 / \omega^2 \quad /2.1/$$

для немагнитической плазмы и

$$\epsilon_1 = \epsilon_L, \quad \epsilon_3 = \epsilon_p \quad /2.2/$$

- для замагниченной.

### а/ Высокочастотные волны в изотропном волноводе

Подставляя компоненты диэлектрической проницаемости /2.1/ в уравнения /1.1/ и /1.2/ соответственно, получаем для дисперсии собственных волн системы:

$$\omega^2 = \frac{1}{\epsilon_L} (k_z^2 c^2 + \omega_p^2 + \mu_{\ell n}^2 c^2 / R^2) \quad /2.3/$$

для Е- и ТМ-волн и

$$\omega^2 = \frac{1}{\epsilon_L} (k_z^2 c^2 + \omega_p^2 + \mu'_{\ell n}^2 c^2 / R^2) \quad /2.4/$$

для Н- и ТЕ-волн.

Кроме этих решений, описывающих волноводные моды, здесь возможны и волны, являющиеся аналогом плазменных колебаний в неограниченной среде:

$$\omega^2 = \omega_p^2 / \epsilon_L. \quad /2.5/$$

Дисперсионные кривые показаны на рис.1. Видно, что моды чередуются как и в случае вакуумного цилиндрического волновода. Влияние параметров  $\omega_p$  и  $\epsilon_L$  полупроводника определяется отношением  $\omega_p / \sqrt{\epsilon_L}$ . Частоты всех мод лежат выше  $\omega_p / \sqrt{\epsilon_L}$  /плазма непрозрачна для частот  $\omega < \omega_p / \sqrt{\epsilon_L}$ /. Отметим, что с уменьшением отношения  $\omega_p / \sqrt{\epsilon_L}$  относительное разделение мод по частоте улучшается. Сравним дисперсию волновода, заполненного S-плазмой, с дисперсией диэлектрического, вакуумного и заполненного G-плазмой волноводов. На рис.2 показаны дисперсионные кривые основной  $TE_{11}$  моды для всех этих волноводов. Из-за большого частотного разделения графики на рис.2а построены в логарифмическом масштабе, а на рис.2б показано качественное поведение дисперсии.

Особый интерес представляет область медленных волн ( $\omega / k_z < c$ ). Такая область существует и в диэлектрическом волноводе, но там частоты основных мод довольно низки. Волновод, заполненный S-плазмой, сочетает в себе достоинства диэлектрического /замедляет волны/ и заполненного G-плазмой волноводов. Действительно, высокая концентрация и малая эффективная масса носителей делают собственные частоты этих волноводов очень высокими.



**6/ Высокочастотные волны  
в анизотропном одноосном волноводе**

Подставляя в дисперсионные уравнения /1.1/ и /1.2/ компоненты диэлектрической проницаемости /2.2/, получим дисперсию собственных мод в виде:

$$\omega_{1,2} = \frac{1}{2\epsilon_L} \left[ k_z^2 c^2 + \omega_p^2 + \mu_{\text{ан}}^2 c^2 / R^2 \pm \sqrt{(k_z^2 c^2 + \omega_p^2 + \mu_{\text{ан}}^2 c^2 / R^2)^2 - 4k_z^2 c^2 \omega_p^2} \right] \quad /2.6/$$

для E- и TM-волн и

$$\omega^2 = \frac{1}{\epsilon_L} (k_z^2 c^2 + \mu_{\text{ан}}^2 c^2 / R^2) \quad /2.7/$$

для H- и TE-волн.

Соотношение /2.6/ описывает два типа волн:  $\omega_1 > \omega_p / \sqrt{\epsilon_L}$  - высоко- частотные волноводные моды и  $\omega_2 < \omega_p / \sqrt{\epsilon_L}$  - низкочастотные плаз- менные моды. Зависимость /2.7/ совпадает с дисперсией H- и TE - волн в однородном диэлектрическом волноводе с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_L$ . Сильное магнитное поле ( $H_0 \rightarrow \infty$ ) запрещает движение носителей полупроводника в поперечном направлении и поэ- тому диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_1$  в этом направлении частот- но-независима,  $\epsilon_1 = \epsilon_L$ . Так как у H- и TE-волн нет продольной компоненты электрического поля, то для них среда является вообще частотно-независимой. Поэтому для этих волн дисперсионное соот- ношение совпадает с тем же соотношением для диэлектрического волновода.

Как и в изотропном волноводе, аксиально-симметричные моды являются E- и H-волнами, а аксиально-несимметричные - TM- и TE-волнами. Численные результаты представлены на рис.3. Вид- но, что TM-волны /в частности, E-волны/ и TE-волны /в част- ности, H-волны/ сильно разделены по частоте. TE-волны на два порядка ниже по частоте. В сравнении с изотропным волноводом здесь получаем новый тип волн - низкочастотные плазменные моды. Они являются медленными волнами,  $v_{\text{ph}} < c / \sqrt{\epsilon_L}$ , и при больших  $k_z$  их частота асимптотически стремится к  $\omega / \sqrt{\epsilon_L}$ .

Оказывается, что критические частоты TM-волн для немаг- ниченной и сильнозамагниченной плазмы одинаковы. Различие в за- коне дисперсии возникает при  $k_z \neq 0$ , когда фазовая скорость волн в замагниченном волноводе больше.

Влияние параметров полупроводника определяется снова отно- шением  $\omega_p / \sqrt{\epsilon_L}$  для E- и TM-волн, в то время как H- и TE- волны зависят лишь от  $\epsilon_L$ . Чем больше  $\epsilon_L$ , тем они более низко- частотны. Для всех волн минимальная фазовая скорость опреде- ляется остаточной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_L$  ( $v_{\text{ph}} > c / \sqrt{\epsilon_L}$ ).

Характерные особенности дисперсии волновода с замагниченной S-плазмой отчетливо видны при сравнении с дисперсией такой

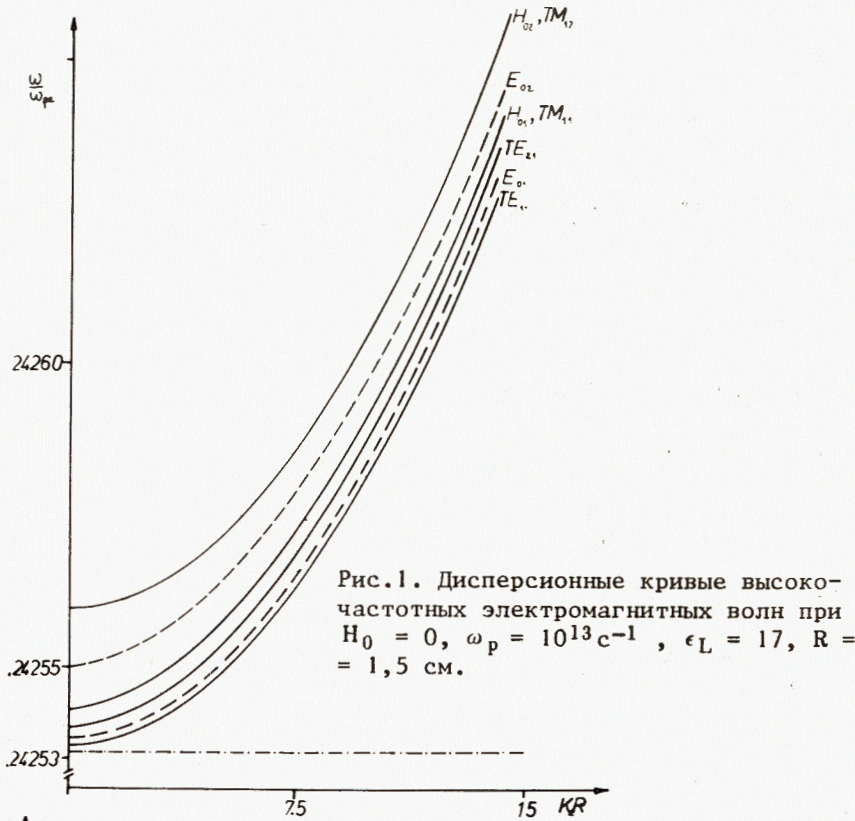


Рис.1. Дисперсионные кривые высоко- частотных электромагнитных волн при  $H_0 = 0$ ,  $\omega_p = 10^{13} \text{ c}^{-1}$ ,  $\epsilon_L = 17$ ,  $R = 1,5 \text{ см}$ .

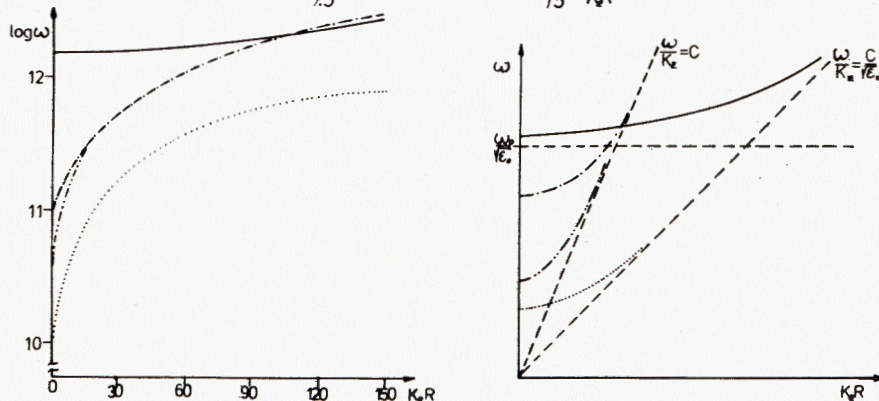


Рис.2. Дисперсионные кривые моды  $E_{01}$  в волноводах, заполненных S-плазмой /—,  $\omega_p = 10^{13} \text{ c}^{-1}$ ,  $\epsilon_L = 17$ , C-плазмой /---,  $\omega_p = 10^{11} \text{ c}^{-1}$ , диэлектриком /....,  $\epsilon_L = 17$  и в вакуумном вол- новоде /-·-·-·/ при  $H_0 = 0$ . Слева - дисперсионные кривые в полулогарифмическом масштабе, справа - качественное поведение дисперсионных кривых.



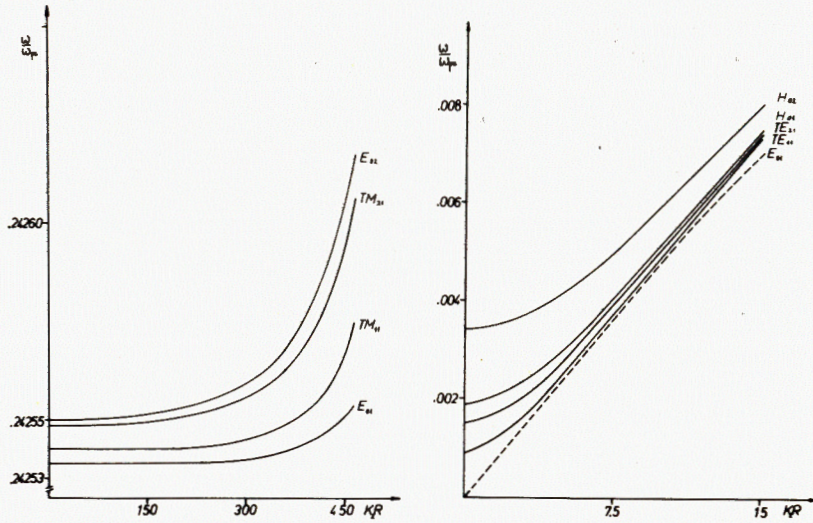


Рис.3. Дисперсионные кривые электромагнитных волн при  $\omega_p = 10^{13} \text{ c}^{-1}$ ,  $H_0 \rightarrow \infty$ ,  $\epsilon_L = 17$ ,  $R = 1,5 \text{ см}$ . Слева - высокочастотные ТМ- и Е-волны, справа - высокочастотные ТЕ-и Н-волны и низкочастотная плазменная  $E_{01}$  мода.

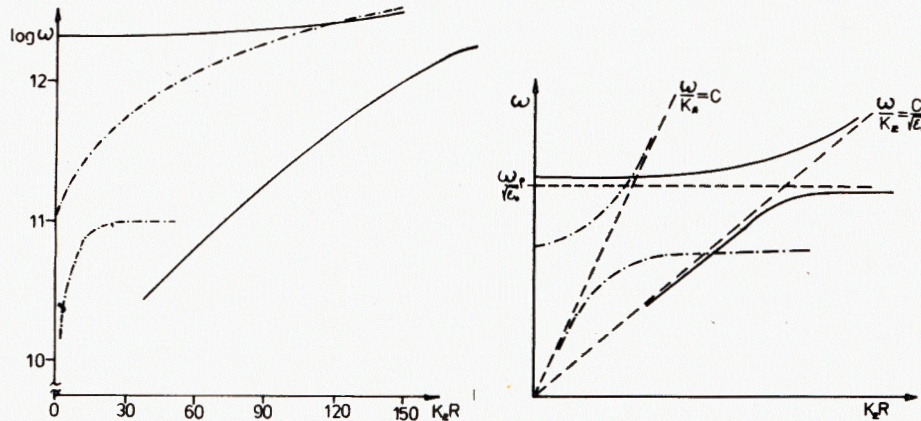


Рис.4. Дисперсия моды  $E_{01}$  в волноводах, заполненных S-плазмой /—,  $\omega_p = 10^{13} \text{ c}^{-1}$ ,  $\epsilon_L = 17$ / и G-плазмой /---,  $\omega_p = 10^{11} \text{ c}^{-1}$  / при  $H_0 \rightarrow \infty$ . Слева - дисперсионные кривые в полулогарифмическом масштабе, справа - качественное поведение дисперсионных кривых.

же системы с G-плазмой /рис.4/. Здесь показаны дисперсионные кривые волноводной и плазменной  $E_{01}$ -мод для S- и G-плазмы. Отметим, что дисперсионные кривые диэлектрической и вакуумной

волноводных  $E_{01}$ -мод при  $H_0 \rightarrow \infty$  такие же, как и при  $H_0 \rightarrow 0$  /см.рис.2/, и поэтому их дисперсия не приведена на рис.4. Новым в сравнении с G-плазмой /подробное исследование волновода, заполненного G-плазмой, проведено в<sup>11/</sup>/ является тот факт, что ТМ- и ТЕ-моды сильно разделены и медленные плазменные волны являются значительно более высокочастотными.

### 3. НИЗКОЧАСТОТНЫЕ ВОЛНЫ В НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ S-ПЛАЗМЕ

Теперь учтем влияние теплового движения. Как хорошо известно из кинетической теории, учет небольших /по сравнению с фазовой скоростью/ тепловых скоростей в высокочастотной области приводит к малым поправкам к фазовой скорости, которые практически не меняют дисперсионных кривых. К этому добавим, что учет теплового движения для высоких частот в гидродинамической модели не дает правильных значений поправок к фазовой скорости волн /этот вопрос подробно дискутируется в<sup>12/</sup>/. Поэтому мы рассмотрим здесь низкочастотные волны. Как известно<sup>13/</sup>, для таких волн магнитогидродинамическое описание корректно в случае изотропной плазмы или в случае немагнитных легких носителей ( $\omega_{pe} \ll \Omega_e$ ) и замагниченных тяжелых ( $\omega_{pi} \gg \Omega_i$ ).

Требования немагнитности легких и замагниченности тяжелых носителей накладывают на магнитное поле условия  $H_0 \gg \text{const} \sqrt{m_e}$  и  $H_0 \ll \text{const} \sqrt{m_i}$ . Поскольку в реальных полупроводниках массы носителей отличаются всего на один-два порядка, то практически невозможно одновременно удовлетворить этим требованиям. Поэтому ниже мы этого случая не рассматриваем.

Рассматривая неизотермическую плазму  $T_e \gg T_i$  ( $T_e$  и  $T_i$  - температура легких и тяжелых носителей соответственно), из уравнений гидродинамики и Максвелла получаем для диэлектрической проницаемости немагнитной плазмы

$$\epsilon_1 = \epsilon_3 = \epsilon_L - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - k_z^2 \beta \frac{kT_e}{m_e}} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} \quad /3.1/$$

Подставляя /3.1/ в /1.1/, получаем для низкочастотных потенциальных волн следующий закон дисперсии:

$$\omega^2 = \frac{1}{2\epsilon_L} [k_z^2 c^2 + \omega_p^2 + k_z^2 \epsilon_L \beta \frac{kT_e}{R^2} - \sqrt{(k_z^2 c^2 + \omega_p^2 + k_z^2 \epsilon_L \beta \frac{kT_e}{m_e} + \frac{\mu_{in}^2 c^2}{R^2}) - 4\epsilon_L k_z^2 \beta \frac{kT_e}{m_e} (\omega_{pi}^2 + k_z^2 c^2 + \frac{\mu_{in}^2 c^2}{R^2})}] \quad /3.2/$$

Здесь  $\beta$  - показатель политропы.



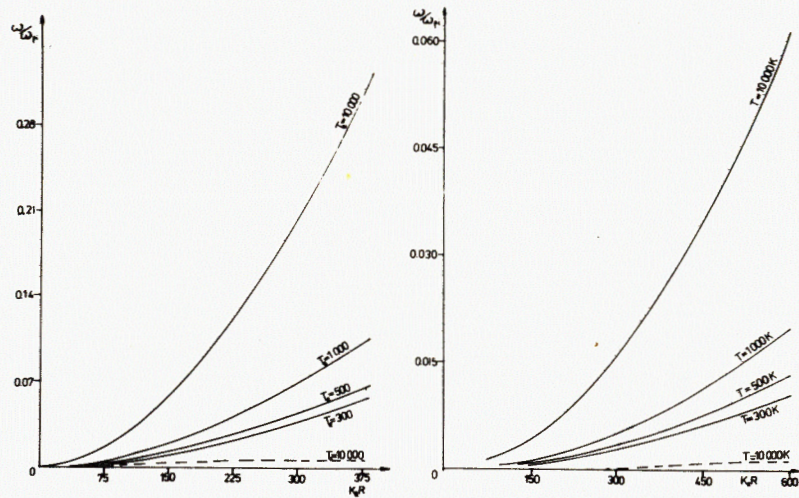


Рис.5. Дисперсионные кривые низкочастотных электромагнитных волн при  $H_0 = 0$  и  $R = 1,5$  см. — — — волноводные плазменные моды; - - - чисто плазменные моды. Слева — для  $\text{InSb} / \omega_{pe} = 10^{13} \text{ c}^{-1}$ ,  $\epsilon_L = 17/$ , справа —  $\text{PbTe} / \omega_{pe} = 1,7 \cdot 10^{14} \text{ c}^{-1}$ ,  $\epsilon_L = 100/$ .

Отметим еще решение  $\epsilon_1 = 0$ , описывающее волны, дисперсия которых совпадает с дисперсией дырочного звука в неограниченной среде:

$$\omega^2 = \frac{1}{2\epsilon_L} \left[ \omega_p^2 + k_z^2 \beta \frac{kT_e}{m_e} - \sqrt{(\omega_p^2 + k_z^2 \beta \frac{kT_e}{m_e})^2 - 4\epsilon_L \omega_{pi}^2 \beta \frac{kT_e}{m_e}} \right]. \quad /3.3/$$

Решения /3.2/ описывают дырочный звук в волноводе. При малых  $k_z$  эти волны совпадают с обычным звуком /3.3/:  $v_{ph} = \omega/k_z = \sqrt{\beta kT_e/m_i}$ . При больших  $k_z$  частота звуковых волн растет неограниченно с увеличением  $k_z$ :  $\omega^2 \xrightarrow{k_z \rightarrow \infty} 2\epsilon_L c^2 \beta \frac{kT_e}{m_e} k_z^2 / (\epsilon_L \beta \frac{kT_e}{m_e} + c^2)$ . Зависи-

мость дисперсионных кривых от температуры легких носителей показана на рис.5 для двух кристаллов  $\text{InSb}$  и  $\text{PbTe}$ . На рисунке приведены кривые для моды  $E_{0L}$ . Дисперсия остальных мод отличается от приведенной на рисунке незначительно и порядок этих мод такой же, как и в высокочастотном случае.

Отметим, что проанализированные низкочастотные волны существуют лишь в плазменной среде и они низкочастотны лишь по сравнению с высокочастотными волноводными модами. В спектре электромагнитных волн они не являются низкочастотными. Характерная частота в случае  $\omega_{pi}/\sqrt{\epsilon}$  есть величина порядка  $10^{12} \text{ c}^{-1}$ . Низко-

частотные моды в волноводе с S-плазмой чаще всего обладают большей частотой, чем волноводные моды в G-плазме.

#### 4. ВОЛНЫ В ВОЛНОВОДЕ С ТОКОМ

Рассмотрим круглый волновод, заполненный полупроводниковой плазмой с внешним продольным электрическим полем  $E_0$ . Под действием этого поля электрические носители полупроводника движутся с постоянной дрейфовой скоростью, которая сначала растет линейно по закону  $u = \mu E_0$ , а затем достигает области насыщения, где ее максимальная величина для полупроводников различных типов изменяется в пределах  $u_{max} = 10^5 \div 10^6$  м/с. Здесь и ниже  $\mu$ -подвижность легких носителей.

В такой системе заряженных частиц при определенных условиях возникает неустойчивость Бунемана. Она связана с резонансным взаимодействием обеих компонент плазмы, обладающих весьма различными собственными частотами. Собственные колебания  $\omega_{pe}/\sqrt{\epsilon_L}$  объемного заряда тока в лабораторной координатной системе в силу эффекта Доплера испытывают "красное смещение" частоты на величину  $k_z u$ , и условие резонанса принимает следующий вид:

$$k_z u - \frac{\omega_{pe}}{\sqrt{\epsilon_L}} = \frac{\omega_{pi}}{\sqrt{\epsilon_L}}. \quad /4.1/$$

Так как для реальных систем  $\omega_{pi} \ll \omega_{pe}$ , то приближенно  $k_z u \approx \omega_{pe}/\sqrt{\epsilon_L}$ . В силу небольшой максимальной скорости дрейфа резонансное взаимодействие реализуется лишь в случае очень медленных волн, которые являются потенциальными.

Пренебрегая движением тяжелой компоненты и считая скорость дрейфа легкой, равной  $u$ , для диэлектрической проницаемости S-плазмы получаем:

$$\epsilon_1 = \epsilon_L - \omega_p^2 / \omega^2; \quad \epsilon_3 = \epsilon_L - \frac{\omega_{pe}^2}{(\omega - k_z u)^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} \quad /4.2/$$

в случае немагнитной плазмы и

$$\epsilon_1 = \epsilon_L; \quad \epsilon_3 = \epsilon_L - \frac{\omega_{pe}^2}{(\omega - k_z u)^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} \quad /4.3/$$

в случае замагниченной плазмы

Видно, что по сравнению с системой без тока наблюдается изменение лишь в компоненте  $\epsilon_3$ . Поэтому ток окажет влияние лишь на дисперсию E- и TM-волн /из /1.2/ видно, что  $\epsilon_3$  не влияет на дисперсию H- и TE-волн/.



а/ Изотропный волновод с током

Дисперсионное уравнение получим из /1.1/, подставляя компоненты тензора /4.2/. Тогда дисперсия Е- и ТМ-волн будет описываться следующим выражением:

$$\epsilon_L - \frac{\omega_{pe}^2}{(\omega - k_z u)^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} = \frac{\mu_{fn}^2}{R^2} \frac{\epsilon_1}{(k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_1)}. \quad /4.4/$$

Как было указано выше, неустойчивость развивается при условии резонанса /4.1/ на частоте, близкой к  $\omega_{pi}/\sqrt{\epsilon_L}$ . С учетом этого мы пренебрегаем в правой части /4.4/ членами  $\propto \epsilon_L \omega^2 \approx \omega_{pi}^2 \ll \omega_{pe}^2$ . Тогда уравнение /4.4/ переходит в следующее:

$$D(\omega, k_z) \equiv \epsilon_L - \frac{\omega_{pe}^2}{(\omega - k_z u)^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} + \frac{\mu_{fn}^2}{R^2} \frac{c^2 \omega_{pe}^2}{\omega^2 (k_z^2 c^2 + \omega_{pe}^2)} = 0. \quad /4.5/$$

Это - уравнение 4-й степени относительно  $\omega$ . Его решение следует искать графоаналитическим методом, изложенным в /14/.

При этом может оказаться, что все четыре корня уравнения вещественны и система устойчива. Когда два из корней вещественны, а другие два комплексно сопряжены, система неустойчива. Граница перехода от первого ко второму случаю определяет порог неустойчивости.

Пороговая частота  $\omega_{th}$  легко получается из условия  $\frac{\partial D(\omega, k_z)}{\partial \omega} = 0$

$$\omega_{th} = \frac{k_z u}{1 + \left[ \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{pi}^2 - \frac{\mu_{fn}^2 c^2 \omega_{pe}^2}{R^2 (k_z^2 c^2 + \omega_{pe}^2)}} \right]^{1/3}}. \quad /4.6/$$

Подставляя  $\omega_{th}$  в уравнение /4.5/, получим пороговую концентрацию, начиная с которой в системе развивается неустойчивость. Зная ее, легко найти пороговую плотность тока  $j_{th}$ :

$$j_{th} = en_{th} u = \epsilon_0 \frac{m_e}{e} \frac{\epsilon_L k_z^2 u^3}{\left\{ 1 + \left[ \frac{m_e}{m_i} - \frac{\mu_{fn}^2 c^2}{R^2 (k_z^2 c^2 + \omega_{pe}^2)} \right]^{1/3} \right\}^6}. \quad /4.7/$$

Здесь  $\epsilon_0$  - диэлектрическая проницаемость вакуума.

Найдем теперь максимальный инкремент неустойчивости и соответствующую ему частоту. Для этой цели запишем уравнение /4.4/ в движущейся со скоростью легких носителей  $u$  координатной системе:

$$\epsilon_L - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega'^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{(\omega' - k_z u)^2} + \frac{\mu_{fn}^2}{R^2} \frac{c^2 \omega_{pe}^2}{(\omega' - k_z u)^2 (k_z^2 c^2 + \omega_{pe}^2)} = 0. /4.8/$$

Здесь  $\omega' = \omega - k_z u$ .

В области резонанса его решение ищем в виде:

$$\omega' = k_z u + \delta, \quad |\delta| \ll k_z u. \quad /4.9/$$

После несложных преобразований приходим к уравнению для  $\delta$ :

$$\frac{2\omega_{pe}^2}{(k_z u)^3} \delta^3 + \left[ \epsilon_L - \frac{\omega_{pe}^2}{(k_z u)^2} - \frac{\mu_{fn}^2 c^2 \epsilon_L}{R^2 (k_z^2 c^2 + \omega_{pe}^2)} \right] \delta^2 - \omega_{pi}^2 + \frac{\mu_{fn}^2 c^2 \omega_{pe}^2}{R^2 (\omega_{pe}^2 + k_z^2 c^2)} = 0. \quad /4.10/$$

Из выражения для  $\omega'$  и /4.9/ очевидно, что частота неустойчивости определяется  $\omega = \text{Re} \delta$ , а ее инкремент  $\gamma = \text{Im} \delta$ .

Проанализируем влияние параметров полупроводниковой плазмы на неустойчивость рассматриваемой системы. Для этого сравним частоты и инкременты неустойчивости в случае G-плазмы и двух типов полупроводниковых кристаллов, отношение масс легких носителей которых к массам тяжелых соответственно равно 1/1836; 0,01; 0,1. При анализе влияния этого параметра ( $m_e/m_i$ ) положим во всех случаях  $\epsilon_L = 1$ .

Численные результаты решения уравнения /4.10/ показаны на рис.6, где приведены зависимости частоты  $\omega/\omega_{pe}$  и инкремента  $\gamma/\omega_{pe}$  от переменной  $\omega_{pe}^2/(k_z u)^2$  для трех значений параметра  $m_e/m_i$ . С увеличением отношения  $m_e/m_i$  максимум инкремента увеличивается и смещается влево. Неустойчивость с максимальным инкрементом в G-плазме имеет место при  $\omega_{pe}^2 \approx (k_z u)^2$ , причем это почти точное соотношение в силу малости параметра  $m_e/m_i$  и пренебрежения  $\omega_{pi}$  в сравнении с  $\omega_{pe}$ . С увеличением этого параметра влияние тяжелой компоненты усиливается, в результате чего и происходит смещение максимального инкремента влево. Увеличение же абсолютного значения инкремента естественно в силу того, что  $\gamma \propto (m_e/m_i)^{1/3}$ .

Наряду со смещением максимального инкремента наблюдается смещение пороговой точки, с которой начинает развиваться неустойчивость и которая, как было указано выше, определяет пороговый ток. Проблема влияния параметров полупроводниковой плазмы на величину  $j_{th}$  интересна с точки зрения проведения реального эксперимента. Увеличение отношения  $m_e/m_i$  в полупроводниках связано с увеличением эффективной массы легких носителей /как правило,  $m_i = m$ , а  $m_e = /0,01 \div 0,1/ m$ , где  $m$  - масса электрона/. Поэтому, согласно рис.6, можно утверждать, что пороговый ток уменьшается с увеличением эффективной массы легких носителей.

Влияние остаточной диэлектрической проницаемости на неустойчивость показано на рис.7, где приведены зависимости частоты и инкремента неустойчивости от  $\omega_{pe}^2/(k_z u)^2$  для двух полупроводников с различными  $\epsilon_L$ . Видно, что с увеличением  $\epsilon_L$  уменьшаются



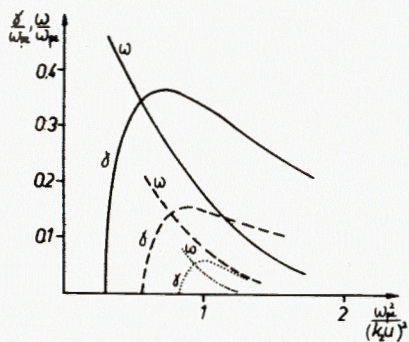


Рис.6. Зависимость частоты  $\omega/\omega_{pe}$  и инкремента  $\gamma/\omega_{pe}$  от  $\omega_{pe}^2/(k_z u)^2$  при различных  $m_e/m_i$ : 0,1 /—/; 0,01/- - -/ и 1/1836 /..../.

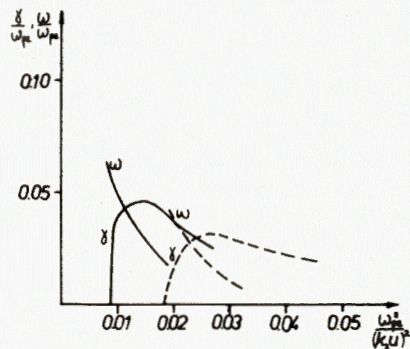


Рис.7. Зависимость частоты  $\omega/\omega_{pe}$  и инкремента  $\gamma/\omega_{pe}$  от  $\omega_{pe}^2/(k_z u)^2$  при различных  $\epsilon_L$ : 17/—/; 32 /- - -/.

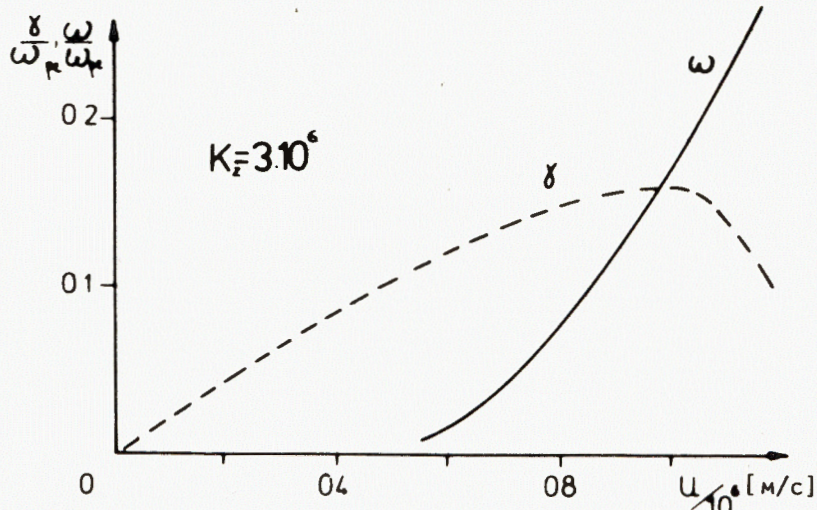


Рис.8. Зависимость частоты  $\omega/\omega_{pe}$  /—/ и инкремента  $\gamma/\omega_{pe}$  от скорости  $u$  легких носителей полупроводника.

как частота возбуждаемой волны, так и величина инкремента. Величина  $j_{th}$  сильно зависит как от  $\omega_{pe}$ , так и от  $k_z u$ . Как видно из уравнения /4.7/, с учетом /4.1/,  $j_{th} \approx 1/\sqrt{\epsilon_L}$  и, следовательно, увеличение  $\epsilon_L$  приводит к уменьшению порогового тока.

В полупроводниковых кристаллах  $\omega_{pe}$ ,  $m_e/m_i$  и  $\epsilon_L$  являются константами для любого заданного образца. Поэтому мы рассмотрим зависимость неустойчивости конкретного полупроводника ( $\omega/\sqrt{\epsilon_L} = \text{const}$ ) от скорости легких носителей /или от плотности тока  $j$

и поля  $E_0$ , имея в виду линейную связь между  $u$  и  $E_0$  /см. рис.8/. Получаем интересную и, на первый взгляд, странную зависимость. С увеличением  $u$  /или соответственно  $j$  и  $E_0$  / сначала наступает аperiodическая неустойчивость ( $\omega < \gamma$ ), которая переходит в периодическую только по достижении определенного значения  $p(j, E_0)$ . При скорости  $u_{th}$ , соответствующей пороговой плотности тока ( $j_{th}$ ), неустойчивость исчезает. Эту зависимость можно объяснить связью между пороговой концентрацией и скоростью  $u$ . Как видно из /4.6/, при заданной скорости существует такая пороговая концентрация  $n_{th}$ , выше которой ( $n > n_{th}$ ) существует неустойчивость. Теперь, рассматривая конкретный полупроводниковый образец, фиксируем  $n$  и начинаем увеличивать скорость  $u$ , т.е.  $j$  и  $E_0$ . При этом  $n_{th}(u)$  растет, и по достижении значения  $n$  неустойчивость исчезает.

Решая уравнение /4.10/ методом Кардано, можно показать, что частота и инкремент в рассматриваемой волноводной структуре мало отличаются от этих величин в неограниченной среде. Это связано с тем, что длина возбуждаемой волны  $\lambda_{\omega}$  в рассматриваемой системе /не в вакууме! / значительно меньше радиуса рассматриваемого волновода.

#### б/ Анизотропный одноосный волновод

Дисперсионное уравнение для этой системы получаем из /1.1/, подставляя компоненты /4.3/ тензора диэлектрической проницаемости

$$\epsilon_L - \frac{\omega_{pe}^2}{(\omega - k_z u)^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} = \frac{\mu_{fn}^2}{R^2} \frac{\epsilon_L}{(\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_L - k_z^2)}. \quad /4.11/$$

Следуя изложенному выше методу, для пороговой плотности тока неустойчивости получаем выражение:

$$j_{th} = \epsilon_0 \frac{m_e}{e} \cdot \frac{\epsilon_L k_z^2 u^3 (1 + \mu_{fn}^2 / R^2 k_z^2)}{[1 + (m_e/m_i)^{1/3}]^6}. \quad /4.12/$$

При этом уравнение для малой добавки  $\delta$  имеет вид:

$$\frac{2\omega_{pe}^2}{(k_z u)^3} \delta^3 + [\epsilon_L (1 + \frac{\mu_{fn}^2}{R^2 k_z^2}) - \frac{\omega_{pe}^2}{(k_z u)^2}] \delta^2 - \omega_{pi}^2 = 0. \quad /4.13/$$

Но как мы установили выше, неустойчивость практически не зависит от грани системы. Следовательно, все решения, полученные в изотропном волноводе, относятся и к анизотропному одноосному волноводу. Таким образом, в волноводе, заполненном полупроводниковой плазмой, токовая неустойчивость Бунемана практически не зависит от напряженности магнитного поля, т.к. плазменная частота очень



высока и неустойчивые волны имеют малую длину волны. Это верно для волноводов, поперечные размеры которых значительно больше длины волны в полупроводнике. При этом условии дисперсия и инкремент отдельных мод также практически не отличаются и поэтому на рис.6-8 показана лишь одна мода.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе проведенного анализа дисперсии электромагнитных волн в однородных волноводах, заполненных полупроводниковой немагнитной и немагнитной плазмой, можно сделать следующие выводы. Волноводные моды являются более высокочастотными по сравнению с аналогичными модами в плазменном волноводе и качественно отличаются от них - они являются медленными волнами, что связано с остаточной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_L$  полупроводника. Дисперсия низкочастотных волн в неизотермической плазме сильно зависит от геометрии системы при больших  $k_z$ , в области которых она качественно отличается от дисперсии соответствующих звуковых волн в неограниченной среде.

В волноводах с током возможно возбуждение электромагнитной волны благодаря развитию неустойчивости Бунемана. При этом из-за остаточной диэлектрической проницаемости и большого отношения масс носителей в сравнении с газоразрядной плазмой пороговый ток существенно меньше, чем в G-плазме. Отметим также, что частоты возбуждаемых волн весьма высоки.

Используя полученные результаты для частоты возбуждаемой волны и порогового тока, можно оценить их значения. Характерная плазменная частота выше  $10^{12} \div 10^{13} \text{ с}^{-1}$ . Отношение масс легких и тяжелых носителей почти для всех полупроводников меняется в пределах  $/0,01 \div 0,1/$  м. Для этих параметров получаем, что плотность порогового тока  $j_{\text{п}}$  - порядка  $1 \div 100 \text{ А/см}^2$ . Частота возбуждаемых волн - порядка  $10^{11} \div 10^{12} \text{ с}^{-1}$ , что соответствует длинам волн в свободном пространстве  $\lambda = 1 \div 0,1 \text{ мм}$ .

Проведенный выше анализ позволяет считать, что полупроводниковые волноводы перспективны для усиления и генерации волн миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Киквидзе Р.Р., Котетешвили В.Г., Рухадзе А.А. ФТТ, 1973, 15, с.22.
2. Рухадзе А.А. и др. Физика сильноточных релятивистских электронных пучков. Атомиздат, М., 1980.
3. Гришин В.К., Иванов С.Т., Каневский М.Ф. ФТТ, 1983, 17, с.1447.
4. Кузелев М.В. и др. ЖЭТФ, 1982, 83, с.4.
5. Стилль Т., Вюраль Б. Взаимодействие волн в плазме твердого тела. Атомиздат, М., 1973.

6. Владимиров В.В., Волков А.Ф., Мейлихов Е.З. Плазма полупроводников. Атомиздат, М., 1979.
7. Пожела Ю.К. Плазма и токовые неустойчивости в полупроводниках. "Наука", М., 1977.
8. Boardman A.D. In: Proc. of the Conf. on Surface Waves in Plasmas. Blagoevgrad'81, Bulgaria.
9. Ivanov S.T., Dolgenko O.V., Rukhadze A.A. J.Phys.A: Math. Gen., 1975, 8, p.585.
10. Иванов С.Т. ЖТФ, 1976, т.156, с.4.
11. Кузелев М.В., Липеровская Е.В., Рухадзе А.А. Физика плазмы, 1978, т.4, с.2.
12. Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. "Наука", М., 1967, с.266.
13. Гинзбург В.Л., Рухадзе А.А. Волны в магнитоактивной плазме. "Наука", М., 1970, с.49.
14. Веденов А.А., Велихов Е.П., Сагдеев Р.З. УФН, 1961, т.73, с.701.

Рукопись поступила в издательский отдел  
22 августа 1984 года.



В Объединенном институте ядерных исследований начал выходить сборник "Краткие сообщения ОИЯИ". В нем будут помещаться статьи, содержащие оригинальные научные, научно-технические, методические и прикладные результаты, требующие срочной публикации. Будучи частью "Сообщений ОИЯИ", статьи, вошедшие в сборник, имеют, как и другие издания ОИЯИ, статус официальных публикаций.

Сборник "Краткие сообщения ОИЯИ" будет выходить регулярно.

The Joint Institute for Nuclear Research begins publishing a collection of papers entitled *JINR Rapid Communications* which is a section of the JINR Communications and is intended for the accelerated publication of important results on the following subjects:

Physics of elementary particles and atomic nuclei.  
Theoretical physics.  
Experimental techniques and methods.  
Accelerators.  
Cryogenics.  
Computing mathematics and methods.  
Solid state physics. Liquids.  
Theory of condensed matter.  
Applied researches.

Being a part of the JINR Communications, the articles of new collection like all other publications of the Joint Institute for Nuclear Research have the status of official publications.

*JINR Rapid Communications* will be issued regularly.



Алексов Е.Г., Иванов С.Т., Швачка А.Б.  
Численный анализ дисперсии электромагнитных волн в волноводе, заполненном полупроводниковой плазмой.  
Незамагниченная и замагниченная плазма

P11-84-592

В приближении магнитной гидродинамики исследована дисперсия электромагнитных волн в однородных волноводах, заполненных полупроводниковой плазмой, как незамагниченной, так и замагниченной. Проанализированы высокочастотные моды для холодной плазмы, низкочастотные звуковые моды в случае неизотермической плазмы и неустойчивость волн Бунемана в таких волноводах с током. Показано влияние параметров полупроводниковой плазмы на частоту возбуждаемых волн. Проведенный анализ указывает на перспективность использования полупроводниковых волноводов для усиления и генерации волн миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод авторов

Aleksov E.G., Ivanov S.T., Shvachka A.B.  
Numerical Analysis of the Dispersion of e.m. Waves  
in the Homogeneous Waveguides Filled with Semiconductor Plasma.  
Unmagnetized and Magnetized Plasma

P11-84-592

The dispersion of e.m. waves in the homogeneous waveguides, filled with semiconductor plasma (unmagnetized and magnetized) is investigated in MHD approximation. The high frequency modes in cold plasma, the low frequency acoustic waves in nonisothermal plasma and the Buneman's instability in such waveguides with a current is analysed. The influence of the semiconductor plasma parameters on the frequency and the growth rate of excited waves is shown. As it follows from numerical analysis, the semiconductor waveguides may be used to amplify and generate the waves with millimeter- and submillimeter wavelength.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984