

С 17

ЖС - 696

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



3/II-75

P11 - 8307

357/2-75

Е.П.Жидков, А.Б.Швачка

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ
ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН
С ЗАРЯЖЕННЫМИ СГУСТКАМИ
В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ

II. Программа вычисления интегралов рассеяния (MAIN),
Программа численного интегрирования
системы линейных дифференциальных уравнений
для амплитуд (PARAMP)

1974

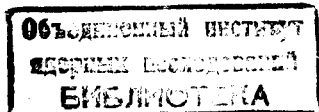
ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ
ТЕХНИКИ И АВТОМАТИЗАЦИИ

P11 - 8307

Е.П.Жидков, А.Б.Швачка

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ
ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН
С ЗАРЯЖЕННЫМИ СГУСТКАМИ
В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ**

II. Программа вычисления интегралов рассеяния (**MAIN**).
Программа численного интегрирования
системы линейных дифференциальных уравнений
для амплитуд (**PARAMP**)



S U M M A R Y

A set of programs is described intended for numerical simulation of the electromagnetic wave interaction with the charged clusters in a cylindrical wave guide.

The program MAIN calculates the integrals from the product of cylindrical functions and their derivatives on some weight function.

The program PARAMP is intended for numerical integrating the system of linear differential equations for amplitudes.

I. В в е д е н и е

Как показано в /1/, описание стационарного процесса рассеяния электромагнитных волн на изотропном ограниченном сгустке сводится к решению системы линейных дифференциальных уравнений для амплитуд полей волн.

Коэффициенты системы линейных дифференциальных уравнений для амплитуд волн являются функциями электрических свойств сгустка, его симметрии, а также волновых векторов падающего и рассеянного полей.

В I-ой части работы описаны программы STORE и PRODUCT, предназначенные для подготовки исходных данных для программы MAIN, вычисляющей интегралы рассеяния.

Ниже описаны программы MAIN и PARAMP. Программа MAIN вычисляет интегралы от произведений цилиндрических функций и их производных на некоторую весовую функцию, вид которой определяется конфигурацией сгустка. В программе MAIN процедура интегрирования сводится к последовательному считыванию записей программы PRODUCT для текущих значений аргумента. При этом исключается вычисление значений подынтегральных выражений на каждом шаге интегрирования при различных значениях индексов функций Бесселя. Это позволяет при сравнительно небольших затратах машинного времени исследовать поведение интегралов рассеяния при различных значениях азимутальных и радиальных индексов функций Бесселя.

Программа PARAMP предназначена для численного интегрирования системы дифференциальных уравнений для амплитуд. Система уравнений для производных от амплитуд решается на каждом шаге по

независимой переменной итерационным методом с последующим интегрированием методом Рунге-Кутты.

В программе PARAMP, позволяющей непосредственно моделировать рассеяние электромагнитных волн на заряженных ступках с заданным типом симметрии, но с различной локализацией относительно оси волновода, предусмотрена возможность варьирования параметров ступки. Управление работой программы осуществляется с помощью телетайпа ЭВМ СДС I604-A.

2. Программа вычисления интегралов рассеяния (MAIN)

Программа MAIN предназначена для вычисления интегралов от произведений цилиндрических функций первого рода и их производных на некоторую весовую функцию. Эти интегралы с некоторыми коэффициентами назовем интегралами рассеяния.

Исходными данными для программы MAIN служат результаты работы программы PRODUCT, записанные на магнитную ленту. В программе MAIN процедура интегрирования сводится к последовательному считыванию значений подынтегральных выражений с входной магнитной ленты для заданных значений аргумента, что существенно сокращает время счета и позволяет проанализировать поведение интегралов рассеяния в широком диапазоне изменения радиальных и азимутальных индексов функций Бесселя (ф.Б.).

2.1. Общее описание программы MAIN

В начале работы программа MAIN вызывает подпрограмму STDATA для занесения в память ЭВМ исходных значений параметров и подготовки программы для счета. В программе MAIN также предусмотрена возможность задания исходных данных для программы с помощью телетайпа.

После установки в требуемое положение входной и выходной магнитных лент (подпрограммы LOADIN и LOADOP) вызывается подпрограмма ENTEX для задания исходных данных для программы (дата счета, пределы интегрирования, шаг интегрирования).

Подпрограмма INDEX служит для вычисления текущих значений индексов ф.Б. и номера нуля. Подпрограмма SEARCHER осуществляет поиск на входной магнитной ленте записи, соответствующей заданному набору индексов.

Для осуществления процедуры интегрирования вызывается подпрограмма GSIMPS, вычисляющая значения интегралов групповым способом (число одновременно вычисляемых интегралов не должно превышать 100). Так как значения подынтегральных выражений для заданного набора индексов уже записаны на входной магнитной ленте, то достаточно найти соответствующую запись на входной магнитной ленте для заданного значения аргумента. Для этого служит подпрограмма MANAGER. Последовательно вызывая подпрограмму READER, подпрограмма MANAGER устанавливает входную магнитную ленту в требуемое положение.

Для формирования подынтегральных выражений служит подпрограмма - функция EF, которая для текущего значения аргумента с помощью подпрограммы MANAGER считывает значения подынтегральных функций для заданного набора индексов с входной ленты программы и умножает их на заданную весовую функцию. Подпрограмма - функция EF имеет несколько входов для различных комбинаций ф.Б. и их производных.

Область интегрирования, как и в программе STORE, разби-

вается на отрезки, кратные произведению $20 \times \text{STEP}$, где STEP - шаг по независимой переменной. На каждом отрезке интегрирования вызывается подпрограмма STOPER для занесения в память записей с входной магнитной ленты, соответствующих данному отрезку изменения независимой переменной и текущему набору индексов.

Подпрограмма GSIMPS последовательно вызывается для вычисления интегралов от различных сочетаний ф.Б. и их производных. Так как соответствующие значения подынтегральных выражений хранятся в памяти для всех значений аргумента на заданном отрезке интегрирования, то процедура интегрирования выполняется достаточно быстро.

Выполнив интегрирование на текущем отрезке изменения аргумента, программа переходит к следующему отрезку. Когда верхний предел достигнут, вызывается подпрограмма COEFF для вычисления коэффициентов при интегралах. Подпрограмма BUFFER служит для формирования выходной записи программы MAIN . Подпрограмма LASTIN вызывает подпрограмму WRITER для записи массива интегралов на выходную ленту и подпрограмму TABLE для выдачи на широкую печать значений интегралов рассеяния в виде таблицы.

В качестве примера в Приложении I приведена таблица с результатами работы программы MAIN .

Для контроля точности численного интегрирования вычислены нормировочные интегралы от функций Бесселя, которые удовлетворяют условию ортогональности /3/

$$\int_0^1 J_p(\alpha_p^i x) \cdot J_p(\alpha_p^k x) x dx = \begin{cases} 0 & , \text{ если } i \neq k \\ \frac{1}{2} [J_p'(\alpha_p^i)]^2 = \frac{1}{2} [J_{p+1}(\alpha_p^i)]^2 & , \text{ если } i = k. \end{cases}$$

Здесь α_p^i и α_p^k - два нуля функции Бесселя с индексом p . Проверка показала, что условие ортогональности выполняется с высокой степенью точности.

3. Программа численного интегрирования системы линейных дифференциальных уравнений для амплитуд (PARAMP)

Программа PARAMP предназначена для численного интегрирования системы линейных дифференциальных уравнений для амплитуд. Система уравнений для производных от амплитуд решается на каждом шаге по независимой переменной методом итераций с последующим интегрированием системы дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты.

Коэффициенты системы линейных дифференциальных уравнений (л.д.у.) являются функциями независимой переменной и вычисляются на каждом шаге по независимой переменной. Число уравнений системы определяется количеством волн электрического и магнитного типов, участвующих в рассмотрении.

Подбором физических параметров волны (длина волны) и волновода (радиус волновода) можно уменьшить число уравнений, входящих в систему. Полученная "усеченная" система уравнений решается численно на ЭВМ программой PARAMP , и ее решение дает распределение поля в волноводе при наличии в нем заряженного сгустка.

С другой стороны, решения "усеченной" системы л.д.у. качественно должны совпадать при различном числе уравнений. Этот критерий использовался авторами для контроля соответствия решения "усеченной" системы решению исходной системы уравнений.

3.1. Подготовка задачи к численному счету

Как показано в [1], система уравнений для амплитуд полей волн, рассеиваемых на сгустке, имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{df_i}{dz} &= -\frac{1}{2W_i} \left[\sum_n (A_{in}^{EE} f_n - A_{in}^{EE} \frac{df_n}{dz}) + i \sum_n (A_{in}^{EM} g_n - A_{in}^{EM} \frac{dg_n}{dz}) \right], \\ \frac{dg_i}{dz} &= -\frac{1}{2W_i} \left[\left(\sum_n A_{in}^{MM} g_n - A_{in}^{MM} \frac{dg_n}{dz} \right) - i \sum_n (A_{in}^{ME} f_n - A_{in}^{ME} \frac{df_n}{dz}) \right]. \end{aligned} \quad (1)$$

Перейдем к безразмерным переменным

$$z' = \frac{z}{\ell}, \quad w' = wa. \quad (2)$$

Амплитуды и коэффициенты системы (1) являются комплексными величинами, в силу этого мы получим систему $4n$ уравнений для амплитуд электрического и магнитного типов, где n - число волн, распространяющихся в волноводе.

Обозначим

$$\begin{aligned} f_i &= P_i + iQ_i, \quad g_i = R_i + iS_i, \\ A_{in} &= B_{in} + iC_{in}, \quad A'_{in} = B'_{in} + iC'_{in}. \end{aligned} \quad (3)$$

В этих обозначениях система (1) запишется в следующем виде:

$$\begin{aligned} \sum_{n \neq i} B_{in}^{EE} \frac{dP_n}{dz'} + (B_{ii}^{EE} - \frac{2W_i'}{a}) \frac{dP_i}{dz'} + \sum_n (-C_{in}^{EE} \frac{dQ_n}{dz'} - C_{in}^{EM} \frac{dR_n}{dz'} - B_{in}^{EM} \frac{dS_n}{dz'}) &= \ell \sum_n (B_{in}^{EE} P_n - C_{in}^{EE} Q_n - C_{in}^{EM} R_n - B_{in}^{EM} S_n), \\ \sum_n C_{in}^{EE} \frac{dP_n}{dz'} + \sum_{n \neq i} B_{in}^{EE} \frac{dQ_n}{dz'} + (B_{ii}^{EE} - \frac{2W_i'}{a}) \frac{dQ_i}{dz'} + \sum_n (B_{in}^{EM} \frac{dR_n}{dz'} - C_{in}^{EM} \frac{dS_n}{dz'}) &= \ell \sum_n (C_{in}^{EE} P_n + B_{in}^{EE} Q_n + B_{in}^{EM} R_n - C_{in}^{EM} S_n), \\ \sum_n (C_{in}^{ME} \frac{dP_n}{dz'} + B_{in}^{ME} \frac{dQ_n}{dz'}) + \sum_{n \neq i} B_{in}^{MM} \frac{dR_n}{dz'} + (B_{ii}^{MM} - \frac{2W_i'}{a}) \frac{dR_i}{dz'} - \sum_n C_{in}^{MM} \frac{dS_n}{dz'} &= \ell \sum_n (C_{in}^{ME} P_n + B_{in}^{ME} Q_n + B_{in}^{MM} R_n - C_{in}^{MM} S_n), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_n (-B_{in}^{ME} \frac{dP_n}{dz'} + C_{in}^{ME} \frac{dQ_n}{dz'} + C_{in}^{MM} \frac{dR_n}{dz'}) + \sum_{n \neq i} B_{in}^{MM} \frac{dS_n}{dz'} + \\ + (B_{ii}^{MM} - \frac{2W_i'}{a}) \frac{dS_i}{dz'} = \ell \sum_n (-B_{in}^{ME} P_n + C_{in}^{ME} Q_n + C_{in}^{MM} R_n + B_{in}^{MM} S_n). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь a - радиус волновода, ℓ - размеры сгустка по z .

Решение системы л.д.у. (4) ищется методом Рунге-Кутты. Для нахождения коэффициентов $k_1^{(i)}, \dots, k_4^{(i)}$, входящих в формулу Рунге-Кутты [3]

$$\Delta y_i = \frac{1}{6} (k_1^{(i)} + 2k_2^{(i)} + 2k_3^{(i)} + k_4^{(i)}), \quad (5)$$

во всех промежуточных точках необходимо решать систему (4) при известных правых частях.

3.2. Структура матрицы коэффициентов системы л.д.у. для амплитуд

Отметим, что структура системы уравнений для амплитуд (4) такова, что матрицу коэффициентов системы л.д.у. можно разбить на 16 блоков. Размерность блока определяется количеством волн электрического и магнитного типов, распространяющихся в волноводе. Размерность системы л.д.у. при этом равна $4n$, где n - число распространяющихся волн. Матрица системы л.д.у. обладает некоторой симметрией относительно блоков, в силу этого в ней имеется лишь 8 независимых блоков. Это упрощает вычисление матрицы коэффициентов на каждом шаге интегрирования.

3.3. Общее описание программы PARAMP

В начале работы программа PARAMP вызывает подпрограмму STDATA для засылки исходных данных в массив NSCARD. После

загрузки в требуемую точку входной магнитной ленты на выходную магнитную ленту записывается "паспорт МЛ". После уточнения начальных данных пользователем программа готова к работе.

В качестве исходных данных программа PARAMP использует значения интегралов рассеяния, вычисленных программой MAIN и хранящихся на входной магнитной ленте.

Подпрограмма TVDUMP отыскивает на входной магнитной ленте и заносит в память ЭВМ соответствующую запись с массивом интегралов рассеяния. Затем вызывается подпрограмма PARAMP для вычисления параметров, описывающих систему заряженный ступок-волновод. Волновой вектор падающей волны полагается равным соответствующему нулю ф.Б. или ее производной для заданного номера функции Бесселя. Номер корня определяется количеством волн, распространяющихся в волноводе. Это связано с тем, что все величины, входящие в уравнения системы, приведены к безразмерному виду. Для заданных значений ε , σ и μ , характеризующих электромагнитные свойства ступка, формируются комбинации $\frac{4\mu}{kc} \sigma$, $1-\varepsilon$, $1-\frac{1}{\mu}$, входящие множителями в коэффициенты системы л.д.у. /V/.

Подпрограмма WAVEVW служит для вычисления волновых векторов волн электрического и магнитного типов, участвующих в рассмотрении.

Подпрограмма SCATIN заносит в соответствующие массивы значения интегралов рассеяния в соответствии с набором индексов, для которого эти интегралы вычислены.

Подпрограмма SBEFF вычисляет устойчивые комбинации интегралов рассеяния с соответствующими множителями, которые входят в коэффициенты системы (4) и не являются функциями независимой переменной.

Затем программа приступает к интегрированию системы л.д.у. на заданном отрезке изменения независимой переменной. Так как уравнения приведены к безразмерному виду, то Z меняется в пределах от 0 до 1.

Подпрограмма ARGUM формирует текущее значение аргумента. Если $Z \geq 1$, то вызывается подпрограмма MDPHS, вычисляющая модули и фазы амплитуд на всем промежутке изменения аргумента. При этом значения мнимой и действительной частей амплитуд, их модули и фазы выводятся на широкую печать для волн электрического и магнитного типов последовательно для всех значений аргумента. Наличие таблиц существенно облегчает последующий анализ результатов.

Для текущих значений Z процедурой интегрирования системы л.д.у. управляет подпрограмма SOLVER. При $Z = 0$ вызывается подпрограмма INCOND для занесения в память начальных данных. Пользователь при этом может задать начальные значения амплитуд с телетайпа.

Подпрограмма SBEFF1 вычисляет коэффициенты системы (4), используя комбинации, вычисленные подпрограммой SBEFF.

Подпрограмма MAJVI служит для формирования матрицы коэффициентов системы (4) из блоков, вычисленных подпрограммами SBEFF и SBEFF1. Кроме того, подпрограмма MAJVI, используя найденные значения коэффициентов и амплитуд, формирует столбец свободных членов системы (4).

Подпрограмма ITER решает полученную алгебраическую систему для производных от амплитуд методом итераций. При этом система (4) приводится подпрограммой ITER к виду, удобному для выполнения итераций /4/.

Подпрограмма SOLVIT вызывается подпрограммой ITER для решения алгебраической системы для амплитуд. Подпрограмма SNEKIT служит для контроля сходимости процесса итераций. Кроме того, подпрограммой ITER проверяется выполнение условий, обеспечивающих сходимость процесса итераций /5/ к точному решению системы (4).

Подпрограмма SOLVER, последовательно вызывая подпрограммы SBEFF, SBEFF1, MAIUVI и ITER, находит решение системы л.д.у. для амплитуд методом Рунге-Кутты для заданного значения аргумента.

Затем программа PARAMP формирует выходную запись и вызывает подпрограмму WRITER для занесения ее на выходную магнитную ленту.

Выше описана последовательность работы программы PARAMP на одном шаге изменения независимой переменной.

По окончании работы программы на выходную магнитную ленту записывается "паспорт МЛ" с указанием текущих значений параметров.

В программе PARAMP также предусмотрена возможность для пользователя управлять работой программы с помощью пультового телеайпа.

В качестве примера в Приложении II приведена таблица с результатами работы программы PARAMP.

4. З а к л ю ч е н и е

Описанные выше программы написаны на языке FORTRAN-63 и автокоде SODAP-1 для ЭВМ СДС I604-A. Математическое обеспечение для численного моделирования взаимодействия электромагнитных волн с

заряженными ступками в настоящее время эксплуатируется в ЛВТА ОИЯИ.

Исследовалось рассеяние волноводных волн на кольцевых ступках частиц конечных размеров по Z для различных локализаций и поперечных размеров ступки. Сравнивались решения, полученные для различного числа распространяющихся волн и для ступков с различными электромагнитными свойствами. Физические результаты численных экспериментов мы обсудим в следующей работе.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность В.И.Морозу за поддержку и постоянный интерес к работе.

Л и т е р а т у р а

1. А.Ш.Иркегулов, Э.И.Уразаков, А.Б.Швачка, О.А.Швачка. ОИЯИ, 9-7903, Дубна, 1974.
2. А.Ш.Иркегулов, Э.И.Уразаков, А.Б.Швачка, О.А.Швачка. ОИЯИ, P9-7951, Дубна, 1974.
3. Г.Корн и Т.Корн. Справочник по математике для научных работников и инженеров. Наука, М., 1973.
4. Н.В.Копченова, И.А.Марон. Вычислительная математика в примерах и задачах, Наука, М., 1972.
5. Дж.Форсайт, К.Молер. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. Мир, М., 1969.

Рукопись поступила в издательский отдел

7 октября 1974 г.