

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



3/11-75

С17
ИС-696

P11 - 8306

356/2-75

Е.П.Жидков, А.Б.Швачка

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ
ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН
С ЗАРЯЖЕННЫМИ СГУСТКАМИ
В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ.

I.Программа табулирования цилиндрических функций
и их производных (STORE).

Программа табулирования
подынтегральных выражений (PRODUCT)

1974

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ
ТЕХНИКИ И АВТОМАТИЗАЦИИ

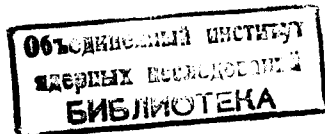
P11 - 8306

Е.П.Жидков, А.Б.Швачка

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ
ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН
С ЗАРЯЖЕННЫМИ СГУСТКАМИ
В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ.

1. Программа табулирования цилиндрических функций
и их производных (**STØRE**).

Программа табулирования
подынтегральных выражений (**PRØDUCT**)



S U M M A R Y

A set of programs is described intended for numerical simulation of the electromagnetic wave interaction with the charged clusters in a cylindrical wave guide.

The program STORE is intended for tabulation of cylindrical functions of the first type and their derivatives up to the second order inclusively. The program PRODUCT forms the Bessel function products and their derivatives for given values of indices. The results of the program PRODUCT are used in the scattering integral calculation.

I. В в е д е н и е

Как показано в /1/, задача о рассеянии электромагнитных волн на заряженном ступке в цилиндрическом волноводе сводится к системе линейных дифференциальных уравнений для амплитуд полей волн. Коэффициенты системы являются функциями независимой переменной z и интегралов рассеяния /2/. Для эффективного моделирования взаимодействия электромагнитных волн с заряженными ступками необходимо вычислять достаточно большое число интегралов рассеяния (число их определяется количеством волн электрического и магнитного типов, участвующих в рассмотрении).

Численное интегрирование системы уравнений для амплитуд позволяет найти распределение поля в волноводе при наличии в нем заряженного ступка. В настоящей работе описан комплекс программ, предназначенных для вычисления интегралов рассеяния и последующего интегрирования системы линейных дифференциальных уравнений для амплитуд.

В I-ой части работы описаны программы STORE и PRODUCT, предназначенные для табулирования подынтегральных выражений интегралов рассеяния. Программа STORE служит для табулирования цилиндрических функций первого рода (функций Бесселя) и их производных до второго порядка включительно. Результаты работы программы STORE записываются на магнитную ленту. Программа PRODUCT, используя результаты работы программы STORE, формирует комбинации функций Бесселя и их производных при различных значениях индексов и аргумента. Следует отметить, что непосредственное вычисление этих произведений требует больших затрат машинного времени. Ре-

зультаты работы программы PRDUCT записываются на магнитную ленту и используются программой MAIN для вычисления интегралов рассеяния.

Часть 2-ая содержит описание программ MAIN и PARAMP, предназначенных для вычисления интегралов рассеяния и численного интегрирования системы уравнений для амплитуд соответственно. Программа MAIN вычисляет интегралы от произведений цилиндрических функций и их производных на некоторую весовую функцию, которая определяется конфигурацией сгустка. В программе интегралы вычисляются групповым методом. Исходными данными служат выходные записи программы PRDUCT. Процедура интегрирования сводится к последовательному считыванию записей программы PRDUCT для текущих значений аргумента. Такой подход исключает повторное вычисление значений подынтегральных выражений при изменении индексов функций Бесселя, что существенно сокращает время счета и позволяет исследовать поведение интегралов рассеяния в довольно широком диапазоне изменения азимутальных (номер функции Бесселя) и радиальных (номер корня функции Бесселя или ее производной) индексов.

Программа PARAMP предназначена для численного интегрирования системы дифференциальных уравнений для амплитуд. Система уравнений для производных от амплитуд решается на каждом шаге по независимой переменной итерационным методом с последующим интегрированием системы методом Рунге-Кутты.

Перечисленные выше программы написаны по модульному принципу, что существенно ускорило их написание и отладку. Во всех программах значения некоторых величин задаются с пульта телеайпа ЭВМ СДС I604-A. Кроме того, предусмотрена возможность оперативного вмеша-

тельства в работу программ с телетайпа с целью изменения значений параметров и управления работой программ.

2. Программа табулирования цилиндрических функций и их производных (STORE)

Программа STORE предназначена для вычисления значений функций Бесселя (ф. Б.) и их производных до второго порядка. Аргумент ф.Б. представляет собой произведение корня ф.Б. на независимую переменную. Индекс ф.Б. является целым и меняется в заданных пределах. Пределы изменения независимой переменной и номера ф.Б. задаются пользователем.

В начале работы программы на выходную магнитную ленту заносится служебная запись ("паспорт МЛ"), которая содержит исходные данные для программы. Результаты работы программы формируются в таблицу и записываются на магнитную ленту для текущего значения независимой переменной и заданного набора радиальных и азимутальных индексов. По окончании работы программы на выходную магнитную ленту записывается "паспорт МЛ" с указанием текущих значений параметров задачи. Наличие паспортной записи обеспечивает контроль идентификатора ленты и упрощает процедуру прерывания счета и его продолжения.

2.1. Общее описание программы STORE

В начале работы программа STORE вызывает подпрограмму STDATA для занесения в память ЭВМ исходных значений параметров. Если на выходной магнитной ленте отсутствуют записи, то вызывается подпрограмма PASPT для занесения "паспорта МЛ" на ленту. При этом пользователю предоставляется возможность задать с

помощью пультового телетайпа (ТТ) необходимые значения параметров (пределы изменения независимой переменной, шаг, пределы изменения радиальных и азимутальных индексов функций Бесселя, дата счета).

В случае продолжения счета по программе с выходной магнитной ленты считывается "паспорт МЛ" и параметрам придаются текущие значения. Как уже отмечалось, аргументами ϕ .Б. являются произведения нулей ϕ .Б. и их производных на независимую переменную. Вслед за записью "паспорт МЛ" на выходную магнитную ленту заносится массив нулей ϕ .Б. и их производных. Значения нулей вычисляются подпрограммой `VZEROS`. Наличие записи с массивом нулей ϕ .Б. на магнитной ленте позволяет не вычислять их значений при продолжении счета по программе. При продолжении счета массив нулей считывается с ленты и заносится в оперативную память ЭВМ. По желанию пользователя нули функций Бесселя и их производных могут быть выведены на широкую печать в виде таблиц.

Промежуток, в котором должны быть протабулированы ϕ .Б. и их производные, разбивается на отрезки, кратные произведению $20 \times \text{STEP}$, где `STEP` - шаг по независимой переменной. Величина постоянного множителя определяется оперативной памятью ЭВМ СДС I604-A и алгоритмом работы последующих программ цепочки. По окончании табулирования функций на текущем отрезке на выходную магнитную ленту заносится запись `EOF`. При продолжении счета подпрограмма `BOFER` осуществляет пропуск записей на ленте в соответствии со значением параметра `NEOF` из "паспорта МЛ".

Рассмотрим работу программы `STORE` для одного отрезка. Независимой переменной придается значение, равное нижнему пределу, теку-

щее значение верхнего предела изменения аргумента определяется, как указано выше.

Подпрограмма `BZIND` вызывается для определения текущих значений индекса ϕ .Б. и номера нуля ϕ .Б. При этом номер строки увеличивается на единицу. Если номер строки достигает максимального значения, то вызывается подпрограмма `TABLE` для выдачи на широкую печать таблицы значений ϕ .Б. и их производных для текущего значения аргумента. В противном случае вызывается подпрограмма `LINE` для вычисления значений ϕ .Б. и их производных первого и второго порядка для заданного значения индекса ϕ .Б. и номера нуля. Подпрограмма `MATRIX` служит для занесения текущей строки в массив, который после заполнения таблицы записывается на выходную магнитную ленту.

Подпрограмма `ARGUM` служит для формирования текущего значения независимой переменной. Если аргумент достиг верхнего предела, то проверяется, исчерпаны ли требуемые значения индексов ϕ .Б. и их нулей. Если они не исчерпаны, то программа продолжает выполнять табулирование ϕ .Б. и их производных для последующих значений индексов ϕ .Б. и их нулей в описанной выше последовательности. По окончании счета на выходную магнитную ленту записывается "паспорт МЛ", содержащий текущие значения параметров. В Приложении I в качестве примера приведена таблица с результатами работы программы `STORE`.

2.2. Метод вычисления значений функций Бесселя и их производных

Значения функций Бесселя $J_n(\alpha_n^i \cdot x)$ и $J_n(\beta_n^i \cdot x)$ вычислялись с помощью стандартной программы `BESJN`. Здесь α_n^i и β_n^i - нули функции Бесселя и ее производной соответственно. В силу того, что нами рассматривались лишь ϕ .Б. целого индекса, функции $J_n(x)$ доопределены в точке $x=0$.

Для цилиндрических функций, являющихся решением уравнения

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - n^2)y = 0, \quad (1)$$

справедлива следующая рекуррентная формула:

$$J_{n-1}(x) + J_{n+1}(x) = \frac{2n}{x} J_n(x). \quad (2)$$

Соответствующие формулы для производных первого и второго порядка имеют вид

$$J'_n(x) = \frac{1}{2}(J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)), \quad (3)$$

$$J''_n(x) = \frac{1}{4}(J_{n-2}(x) - 2J_n(x) + J_{n+2}(x)). \quad (4)$$

Значения производных второго порядка от функций Бесселя можно получить и непосредственно из уравнения (1) для всех значений x , кроме $x=0$. Вторые производные, найденные из соотношений (1) и (3) независимо, можно сравнивать с целью определения точности вычислений, что и реализовано в подпрограмме LINE. Следует отметить, что программа STORE легко может быть приспособлена для табулирования цилиндрических функций второго рода $N_n(x)$. При этом необходимо внести изменения лишь в подпрограмму LINE.

Для контроля точности значений нулей ф.Б. и их производных использовались значения нулей, приведенные в /3/. Для контроля точности значений функций Бесселя и их производных, вычисленных программой STORE, результаты работы программы сравнивались со значениями ф.Б., приведенными в /3,4/. Сравнение показало, что результаты совпадают с точностью до восьми значащих цифр.

2.3. Управление работой программы с помощью пультового терминала

С помощью пультового терминала пользователь может вмешаться в

работу программы с целью изменения исходных данных или повторения процедуры счета для других значений параметров. Кроме того, пользователю предоставлена возможность вмешиваться в работу программы во время счета для управления работой программы.

3. Программа табулирования подынтегральных выражений (PRDUCT)

Программа PRDUCT предназначена для табулирования произведений цилиндрических функций и их производных до второго порядка включительно при различных значениях индексов.

При подготовке программы к работе пользователю необходимо указать, для каких значений радиальных и азимутальных индексов должно быть выполнено табулирование, а также указать в массиве NLSTEP (подпрограмма STDATA) значения сдвига по азимутальному индексу ф.Б.

В начале работы программы с входной магнитной ленты (лента с результатами работы программы STORE) считывается запись "паспорт МЛ". Если по ошибке установлена другая магнитная лента, то последует сообщение программы с просьбой сменить входную ленту. Затем на выходную магнитную ленту записывается "паспорт МЛ", если на ней отсутствуют записи. В противном случае считывается паспортная запись, после чего программа готова к работе. Программа PRDUCT, используя результаты работы программы STORE, организует произведения функций Бесселя и их производных по методу умножения квадратной матрицы на строку этой же матрицы. Результаты работы программы PRDUCT записываются на выходную магнитную ленту программы. По окончании работы программы на выходную магнитную

ленту записывается "паспорт МЛ" с указанием текущих значений параметров задачи. Пользователю при этом предоставляется возможность либо прервать счет, либо продолжить его, задав исходные данные для программы с помощью пультового телетайпа.

3.(1.). Общее описание программы PRDUCT

В начале работы программа PRDUCT вызывает подпрограмму STDATA для занесения исходных значений параметров в массив NCARD .

Следует отметить, что значения всех элементов массива NCARD могут быть изменены с помощью пультового ТТ ЭМ СДС I604-A. Для установки в требуемую точку входной и выходной магнитных лент вызываются последовательно подпрограммы LOADIN и LOADOP . После этого программа предоставляет пользователю возможность задать исходные данные (номер строки матрицы, дата счета). В случае продолжения счета по программе параметрам придаются текущие значения, хранящиеся в "паспорте МЛ".

Подпрограмма SHIFT служит для определения текущего значения сдвига значений индексов перемножаемых ф.Б. и их производных. Если все значения сдвига исчерпаны, то программа прекращает работу. В противном случае вызывается подпрограмма FORMAR для занесения в оперативную память ЭМ записей, соответствующих одним и тем же значениям индексов ф.Б. и номеров нулей ф.Б. при различных значениях аргумента. Так, для одного отрезка изменения аргумента в оперативной памяти должна храниться 2I запись с входной магнитной ленты (длина записи определяется набором значений, которые пробегают радиальные и азимутальные индексы ф.Б.). Если же набор значений

индексов таков, что их не удастся поместить в программе STORE в одну таблицу, то вызывается подпрограмма LONGR, которая объединяет записи, соответствующие одним и тем же значениям аргумента, и помещает их в соответствующий массив. Полученные массивы (таблицы) заносятся в память ЭМ для последующего перемножения строк таблицы с целью получения необходимых комбинаций ф.Б. и их производных. В настоящей версии программы максимальное число строк скомпонованной таблицы равно 100.

После занесения в память массивов, соответствующих различным значениям независимой переменной для текущего отрезка ее изменения, управление передается подпрограмме MULTPL . Эта подпрограмма организует перемножение строк матрицы последовательно для всех значений аргумента. В зависимости от значений величины сдвига индексов требуемые произведения ф.Б. и их производных организуется либо из элементов одной и той же строки, либо из элементов, принадлежащих различным строкам таблицы.

Для формирования требуемых комбинаций ф.Б. и их производных последовательно вызывается подпрограммы CLINE, STLINE и PRDAR . Подпрограмма CLINE формирует текущий номер строки, содержание строки матрицы заносится в память подпрограммой STLINE . Подпрограмма PRDAR умножает текущую строку на другие, вычисляя необходимые произведения ф.Б. и их производных. Подпрограмма PRMATR вызывается для формирования выходного массива программы. По окончании формирования выходного массива вызывается подпрограмма WRITER для занесения его на выходную магнитную ленту. Цикл работы, описанный выше, повторяется последовательно для всех значений аргумента на текущем отрезке. После

этого подпрограмма MULTPL переходит к следующему срезу изменения аргумента, и цикл работы программы повторяется.

Подпрограмма SHIFT формирует текущее значение сдвига по номерам перемножаемых функций Бесселя. Завершив формирование записей для одного значения сдвига, программа переходит к следующим значениям сдвига по номерам перемножаемых функций.

По окончании работы программы на выходную магнитную ленту записывается "паспорт МЛ" с указанием текущих значений параметров.

Если в процессе работы программы выходная магнитная лента окажется заполненной до конца, программа осуществляет смену магнитной ленты. На пультовом ТТ печатается сообщение с просьбой сменить выходную ленту, после чего цикл работы программы продолжается. В программе PRØDUCT также предусмотрена возможность для пользователя управлять работой программы с помощью пультового телетайпа. В качестве примера в Приложении П приведена таблица с результатами работы программы PRØDUCT.

4. З а к л ю ч е н и е

В описанных выше программах для увеличения их быстродействия все операции обмена с магнитными лентами производятся в буферном режиме. Кроме того, предусмотрена минимальная выдача на печать, позволяющая контролировать работу программы.

Программы написаны на языке FORTRAN-63 и автокоде SUDAP-I для ЭВМ СДС I604-A.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность В.И. Морозу за поддержку и интерес к работе.

Л и т е р а т у р а

1. А.Ш.Иркегулов, Э.И.Уразаков, А.Б.Швачка, О.А.Швачка. ОИЯИ, 9-7903, Дубна, 1974.
2. А.Ш.Иркегулов, Э.И.Уразаков, А.Б.Швачка, О.А.Швачка. ОИЯИ, Р9-7951, Дубна, 1974.
3. Таблицы нулей функций Бесселя. Библиотека математических таблиц, вып. 44. ВЦ АН СССР, М., 1967.
4. Таблицы функций Бесселя целого положительного индекса. Библиотека математических таблиц, вып.12. ВЦ АН СССР, М., 1960.

Рукопись поступила в издательский отдел
7 октября 1974 г.