9/IV-84

сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

1686/84

P11-83-914

А.Ю.Жарков, А.Б.Швачка

ИССЛЕДОВАНИЕ ИНТЕГРИРУЕМОСТИ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭВОЛЮЦИОННЫХ УРАВНЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СИСТЕМЫ АНАЛИТИЧЕСКИХ ВЫЧИСЛЕНИЙ REDUCE-2

1983

I. Введение

В настоящей работе описана программа на языке системы аналитических вычислений REDUCE , предназначенная для исследования формальной интегрируемости нелинейных эволюционных уравнений вида

$$u_t = F(u,u_1,\dots,u_n), \qquad n \geqslant 2$$
$$u \equiv u(x,t); \quad u_i \equiv \frac{d^i u}{dx^i}. \tag{I}$$

Систематическое изложение вопросов, связанных с формальной интегрируемостью, существованием нетривиальной алгебры Ли-Беклунда и бесконечной серии законов сохранения, можно найти в /I/. Здесь мы приведем только основные определения и необходимые формулы.

2. Основные понятия теории формально интегрируемых систем и алгоритм аналитических вычислений

Уравнение вида (I) называется формально интегрируемым, если существует формальный ряд

$$L = \sum_{i=-\infty}^{1} a_i D^i,$$

$$a_i = a_i(u,u_1,\dots,u_{k_i}): \quad D \stackrel{def}{=} \frac{d}{dx}.$$

удовлетворяющий на решениях (I) следующему операторному соотношению:

$$L_t - [F_*, L] = 0, \tag{2}$$

где $F_* \stackrel{def}{=} \sum_{i=0}^{n} \frac{\partial F}{\partial u_i} D^i$; $\quad L_t \stackrel{def}{=} \left[\frac{d}{dt}, L\right]$.

Алгеброй Ли-Беклунда $A(F)$ уравнения (I) называется множество функций $H(u,u_1,\dots,u_m)$, таких, что

$$H_*(F) - F_*(H) = 0. \tag{3}$$

Говорят, что алгебра Ли-Беклунда нетривиальна, если в ней содержатся элементы, отличные от u_1 и F .

Законом сохранения для уравнения (I) называется соотношение

$$\frac{d}{dt}p(u,u_1,\ldots,u_k) = \frac{d}{dx}q(u,u_1,\ldots,u_{k+n}), \qquad (4)$$

выполняющееся на решениях (I). Порядком закона сохранения называется число, равное

$$\frac{1}{2}\,\mathrm{ord}\,\frac{\delta p}{\delta u} \quad ,$$

где

$$\mathrm{ord}\, f \overset{\mathrm{def}}{=} n \quad , \text{ такое, что } \frac{\partial f}{\partial u_n} \neq 0, \quad \frac{\partial f}{\partial u_m} = 0, \quad m > n;$$

$$\frac{\delta}{\delta u} \overset{\mathrm{def}}{=} \sum_{i=0}^{k} (-1)^i D^i \frac{\partial}{\partial u_i} \qquad \text{– вариационная производная.}$$

Если $p \in \mathrm{Im}\, D$ (т.е. p является полной производной по x), то $\frac{\delta p}{\delta u}=0$, и закон сохранения называется тривиальным.

Перечислим основные результаты теории формально интегрируемых уравнений/I-3/.

Теорема I. Если уравнение (I) обладает бесконечной алгеброй Ли-Беклунда, то оно формально интегрируемо/I/.

Теорема 2. Если уравнение (I) обладает бесконечной серией законов сохранения вида (4), то оно формально интегрируемо/2/.

Теорема 3. Уравнение (I) формально интегрируемо тогда и только тогда, когда оно обладает бесконечной серией законов сохранения/3/ следующего вида:

$$(\mathrm{Res}\, L^{-1})_t \in \mathrm{Im}\, D, \qquad (5а)$$

$$\mathrm{Res}(L^{-1} L_t) \in \mathrm{Im}\, D, \qquad (5б)$$

$$(\mathrm{Res}\, L^m)_t \in \mathrm{Im}\, D, \qquad m = 1,2,\ \ldots \quad , \qquad (5в)$$

где $\mathrm{Res} \sum b_i D^i \overset{\mathrm{def}}{=} b_{-1}$.

Условия (5а) и (5б) соответственно записываются в терминах F – правой части (I):

$$\left[(\partial F/\partial u_n)^{-1/n}\right]_t \in \mathrm{Im}\, D, \qquad (6а)$$

$$\left(\frac{\partial F/\ u_{n-1}}{\partial F/\ u_n}\right)_t \in \mathrm{Im}\, D. \qquad (6б)$$

Для нахождения явного вида коэффициентов ряда L и плотностей $\mathrm{Res}\, L^m$ предлагается следующий алгоритм. Как следует из (2), коэффициенты ряда $L^m = \sum_{i=-\infty}^{m} b_i D^i$ должны удовлетворять соотношениям:

$$b_m = F_n^{m/n},$$

$$b_i = \frac{F_n^{i/n}}{n} \int dx \left\{ F^{-\frac{(i+n)}{n}} \left[c_{n+i-1}\Big|_{b_i=0} + \partial_t\, b_{n+i-1} \right] \right\} , \qquad (7)$$

$$i = m-1, m-2, \ldots\ :$$

$$m = 1,2,\ \ldots\ ,$$

где c_j – коэффициенты при D^j в коммутаторе $[L^m, F_*]$, $b_j \equiv 0$ при $j > m$. Константы интегрирования в (7) полагаются равными нулю.

Поскольку выражения c_{n+i-1} зависят от b_j с индексами $j \leqslant i$, соотношение (7) дает возможность рекуррентно определить любое число коэффициентов b_i , в частности, при $i = -1$ найти явный вид $\mathrm{Res}\, L^m$.

Описанный алгоритм позволяет решать следующие задачи:

а) Проверка условий формальной интегрируемости

Для конкретного уравнения вида (I) прежде всего проверяются условия (6а) и (6б). В случае их выполнения последовательно применяется рекуррентная процедура (7) и вычисляются выражения $\mathrm{Res}\, L^m$ для $m = 1,2,3,\ldots$. Если исходное уравнение формально интегрируемо, то выражения под знаком интеграла в формуле (7) должны быть полными производными по x . Таким образом, в рекуррентной процедуре неявно содержится проверка условий (5в): если при $m=1$ на i -ом шаге под знаком интеграла в (7) появилось "неинтегрируемое" выражение, то это означает, что условие (5в) с номером $1-n-i$ не выполняется.

б) Уточнение вида уравнения исходя из требования формальной интегрируемости

Если описанный алгоритм применять к уравнениям, содержащим произвольные константы, то последние, вообще говоря, будут появляться в левых частях (6а), (6б) и под знаком интеграла в (7), то есть в выражениях, которые для формально интегрируемых уравнений должны быть полными производными. Приравнивая нулю вариационную производную от этих выражений и решая полученные соотношения на произвольные константы, можно уточнить вид исходного уравнения. Те же самые результаты можно получить гораздо проще, выделяя в интеграле (7) "неинтегрируемую" часть и приравнивая ее нулю.

в) Нахождение плотностей законов сохранения

Для конкретных уравнений вида (I) описанный алгоритм приводит к явному нахождению выражений $\mathrm{Res}\, L^m$, $m = 1,2,3,\ldots$, которые являются плотностями законов сохранения.

г) Нахождение элементов алгебры Ли-Беклунда

Вычисление по формуле (7) коэффициентов b_m, b_{m-1}, ..., b_0 ряда L^m дает исходную информацию для поиска у конкретного уравнения (I) элемента алгебры Ли-Беклунда m -го порядка. Соответствующий алгоритм подробно описан в работе [3]. Он позволяет либо находить элемент алгебры заданного порядка, либо доказывать, что такого элемента не существует.

3. Описание программы

Практическое использование алгоритмов, обсуждающихся выше, связано с очень громоздкими вычислениями. Для их автоматизации разработана программа на языке системы REDUCE-2 [4]. Программа включает три основные процедуры - COEFFS , SYMMTR , CONDS и несколько вспомогательных.

Процедура COEFFS предназначена для вычисления заданного числа коэффициентов ряда $L^m = \sum_{i=-\infty}^{m} b_i D^i$ ($m = 1,2,3,...$) для конкретного уравнения вида (I). Работа процедуры основана на рекуррентной формуле (7). При этом для вычисления коммутатора $[L^m, F_*]$ вызывается процедура умножения операторных рядов SETPROD , а интегрирование по переменной x осуществляется с помощью процедуры INTX .

Обращение к процедуре:

COEFFS(F,N,M,K) ;

Смысл формальных параметров:

F - правая часть уравнения (I) в терминах функции u и ее производных по x , для которых в программе приняты следующие обозначения: $u \leftrightarrow$ U(Ø) ; $u_i \leftrightarrow$ U(I) ; I = 1,2,... ; N = ord F - порядок уравнения; M - целое положительное число, равное показателю степени m в выражении L^m ; K - целое число, равное индексу последнего из коэффициентов b_i , которые необходимо вычислить.

В результате работы процедуры COEFFS переменным B(I,Ø) и I = K,...,M присваиваются значения коэффициентов b_i , выраженных через u_j . Эти значения выводятся на печать и передаются на верхний уровень программы. Если при вычислении очередного коэффициента B(I,Ø) предпринимается попытка проинтегрировать выражение, не являющееся полной производной, то работа процедуры COEFFS прекращается и на печать выдается сообщение:

INTEGRATION FOR B(<номер> , Ø) FAILED

BAD PART OF INTEGRAND: <выражение> ,

где

<выражение> - "неинтегрируемая" часть подынтегрального выражения (приравнивая ее нулю, можно получить соотношения на произвольные параметры, если они присутствуют).

Процедура SYMMTR предназначена для поиска у конкретного уравнения вида (I) элемента алгебры Ли-Беклунда ("симметрии") заданного порядка.

Обращение к процедуре:

SYMMTR(F,M);

Смысл формальных параметров: F - правая часть уравнения (I) в терминах функций U(I) , I=0,1,2,....

M=ord H($u,u_1,...,u_m$) - порядок искомого элемента алгебры. В начале работы процедура SYMMTR вызывает процедуру COEFFS(F,N,M,Ø), а затем процедуру SYM1 , которая по найденным значениям B(I,Ø), I=0,1,...,M осуществляет поиск элемента алгебры порядка M ; в противном случае работа процедуры прекращается. Если искомый элемент алгебры найден, то он возвращается в качестве значения процедуры, в противном случае возвращается значение Ø и печатается сообщение:

NO SYMMETRY OF ORDER<M>

Пример обращения к процедуре SYMMTR приводится в Приложении 2.

Процедура CONDS предназначена для одновременного решения всех перечисленных выше задач: для проверки конкретного уравнения (I) на формальную интегрируемость по условиям (6а), (6б) и заданному числу условий (5в); для нахождения соответствующего числа плотностей законов сохранения $\mathrm{Res} L^m$ и элементов алгебры Ли-Беклунда порядка m ($m = 1,2,3,....$) .

Обращение к процедуре:

CONDS (F,M,P) ;

Смысл формальных параметров: F - правая часть уравнения (I) в терминах функций U(I) , M - целое число $\geqslant -1$. При M=-1 производится проверка выполнения условия (5а); при M=0 - условий (5а) и (5б); при M > 0 вычисляется M выражений L^k , k=1,2,...,M.

P - параметр, управляющий процессором поиска элементов алгебры; он может иметь целые положительные значения $\leqslant$ M или скалярные значения NO/YES . При P=NO поиск элементов алгебры вообще не происходит, при P=YES элемент алгебры ищется в каждом порядке k=1,2,...,M ; наконец, если P - целое положительное число $\leqslant$ M , то ищется только элемент алгебры порядка P . Работа процедуры CONDS начинается с проверки условий (6а), (6б); в случае их выполнения последовательно вызывается процедура COEFFS(F,N,K,-1) для k=1,2,...,M . Если P≠NO , вызывается также процедура SYM1 для поиска элементов алгебры.

В результате работы процедуры CONDS вычисленные значения $\mathrm{Res} L^k$, k=1,2,3,..., M , присваиваются переменным RES(K). Эти значения передаются на верхний уровень программы и выводятся на печать. Кроме того, если в режиме P≠NO найден элемент алгебры порядка K , то его значение присваивается переменной H(K) и выводится на печать. В противном случае присваивается ноль и печатается сообщение:

NO SYMMETRY OF ORDER <K>.

В случае невыполнения какого-либо из условий (6а), (6б) и условий (5в) с номерами K ≤ M - 1, кроме указанных выше сообщений процедуры COEFFS, печатается сообщение:

EQUATION IS NOT FORMALLY INTEGRABLE:
CONDITION NUMBER <K> FALSE ,

где <K> означает номер невыполненного условия (для условия (5а) он считается равным -I, а для (5б) равным 0). Пример обращения к процедуре CONDS приводится в Приложении I.

Приведем краткое описание вспомогательных процедур пакета.

Процедура SYM1(F,N,M) для уравнения с правой частью F порядка N осуществляет поиск элемента алгебры порядка M по предварительно найденным значениям переменных B(I,Ø), I=Ø,1,...,M . Если элемент алгебры найден, то он возвращается в качестве значения процедуры, в противном случае возвращается значение, равное Ø.

Процедура SETPROD перемножает операторные ряды

$$S_1 = \sum_{i=-\infty}^{N_1} f_{1i}D^i \quad , \quad S_2 = \sum_{i=-\infty}^{N_2} f_{2i}D^i \qquad (D \overset{def}{=} \frac{d}{dx})$$

и вычисляет конечную сумму $S_3 = \sum_{i=p}^{N_1+N_2} c_i D^i = S_1S_2 + O(D^{p-1})$,

в которой коэффициенты c_i полиномиально выражаются через f_{1j} , f_{2j} и их производные по x .

Обращение к процедуре:

SETPROD(F1,N1,F2,N2,P) ;

Смысл формальных параметров:

F1 - имя функции F1(J,K) , обозначающей $\frac{d^k}{dx^k} f_{1j}$, k=0,1,2,...;
N1 - максимальная степень D в S_1 ;
F2,N2 имеют тот же смысл для ряда S_2 ;
P - минимальная степень D в S_3 .

Процедура SETPROD возвращает в качестве значения выражение S_3 , в котором D^i представлены как D(I) , а коэффициенты при D^i выражены в терминах функций F1(J,K), F2(J,K).

Пример:

SETPROD(A,1,A,1,-1):

D(2)*A(1,Ø)^2+D(1)*A(1,Ø)*(A(1,1)+2*A(Ø,Ø))

+D(Ø)*(A(Ø,1)*A(1,Ø)+2*A(1,Ø)*A((-1),Ø)+A(Ø,Ø)^2)

+D((-1))*(A((-1),1)*A(1,Ø)-A(1,1)*A((-1),Ø)

+2*A(1,Ø)*A((-2),Ø)+2*A(Ø,Ø)*A((-1),Ø))

Процедура INVD реализует действие оператора D^{-1} (интегрирование по x) на выражение $S = \sum_{i=m}^{n} a_i D^i$ (m, n - целые числа). Процедура вычисляет заданное число членов ряда

$$D^{-1}S = \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i-1} \cdot \frac{d^{i-1}S}{dx^{i-1}} \cdot D^{-i} \tag{8}$$

и разлагает результат по степеням D .

Обращение к процедуре:

INVD(S,N);

Смысл формальных параметров:

S - выражение, на которое действует оператор D^{-1} ;
N - число членов ряда (8), которое требуется вычислить.

Процедура INVD возвращает в качестве значения сумму

$$\sum_{i=1}^{N} (-1)^{i-1} \frac{d^{i-1}S}{dx^{i-1}} D^{-i} ,$$

разложенную по степеням D .

Пример: S:=A(1,Ø)*D(1)+A(Ø,Ø)*D(Ø)¤

INVD(S,3) ;

D(Ø)*A(1,Ø) + D((-1))*(-A(1,1)

+A(Ø,Ø))+D((-2))*(-A(Ø,1)

+ A(1,2)) + D((-3))*A(Ø,2)

Процедура INTX вычисляет интеграл по переменной x от выражений вида $S(u,u_1,\ldots,u_k)$.

Обращение к процедуре:

INTX(S);

Смысл формальных параметров:

S - подынтегральное выражение, записанное в терминах функций U(I) . Если S является полной производной, то процедура INTX возвращает значение, равное $\int S dx$, например:

```
INTX(U(1)*U(2)) ;
     U(1)^2/2.
```

В противном случае в выражении S с точностью до полной производной по x выделяется часть, от которой не может быть вычислен интеграл, и присваивается переменной с именем BADPART , а в качестве значения процедуры возвращается свободная переменная NONINT .

Пример:

```
S:=A*U(2)*U(3)+B*U(1)*U(3)¤
INTX(S);
NONINT
BADPART;
-B*U(2)**2
```

Процедура INTU вычисляет интеграл от выражений вида $S(u,u_1,\dots,u_k)$ по некоторой функции u_k, рассматриваемой в качестве простой переменной.

Обращение к процедуре

INTU(S,I);

Смысл формальных параметров:

S – подынтегральное выражение, зависящее от функций U(J);

I – неотрицательное целое число, равное индексу функции u_i, по которой выполняется интегрирование.

Процедура INTU возвращает значение, равное $\int S d(u_i)$.

Пример:

```
INTU(U(Ø)/U(1),1);
 U(Ø) * LOG(U(1))
```

Замечание. Поскольку проблема интегрирования в элементарных функциях до конца не решена /5/, процедура INTU не является универсальной и, в принципе, сужает класс уравнений (I), которые можно исследовать с помощью описанной REDUCE -программы. В процедуре INTU запрограммировано аналитическое интегрирование выражений, содержащих полиномы, экспоненты, а также рациональные и алгебраические функции простого вида. Однако следует отметить, что практически все известные в настоящее время формально интегрируемые эволюционные уравнения с точностью до преобразований вида $u=\varphi(v)$ приводят к необходимости вычисления интегралов только указанного типа.

Если интеграл не может быть вычислен, то процедура INTU возвращает в качестве своего значения свободную переменную NONINT и выводит на печать сообщение:

INTEGRATION OF < выражение > WRT U (< номер >) FAILED
TRY TO USE INTEGRATOR ,

где < выражение > – фактическое значение параметра S процедуры INTU .

В этом случае можно попытаться использовать интегратор – встроенную в систему REDUCE-2 программу аналитического интегрирования /5/. Для этого необходимо перед обращением к основным процедурам включить в программу новое определение процедуры INTU :

```
PROCEDURE INTU(S,I)¤
 BEGIN SCALAR S1;
    U(I):=V;
    S1:=S;
     CLEAR U(I);
    RETURN SUB(V=U(I),INT(S1,V));
   END INTU ¤
```

Процедура DT реализует операцию дифференцирования по времени в силу уравнения (I):

$$\partial_t S(u,u_1,\dots,u_k) \overset{\text{def}}{=} \sum_{i=0}^{k} \frac{d^i F}{dx^i}\cdot\frac{\partial S}{\partial u_i} .$$

Обращение к процедуре:

DT(S.F):

Смысл формальных параметров:

S – выражение, зависящее от функций U(I) ;

F – правая часть (I).

Значение процедуры DT равно производной от S по времени в силу уравнения $u_t=F$.

Процедура ORD находит число, равное $\operatorname{ord} S(u,u_1,\dots,u_k)$.

Обращение к процедуре:

ORD(S);

Смысл формальных параметров:

S – выражение, зависящее от функций U(I) .

Процедура возвращает значение ord S .

4. Пример использования программы

При исследовании формально интегрируемых уравнений вида

$$u_t=u_5+f(u,u_1,u_2,u_3)$$

было получено уравнение (С.И.Свинолупов, В.В.Соколов):

$$
\begin{aligned}
u_t = u_5 &+ 5(u_2 - u_1^2 + \alpha e^{2u} + \beta e^{-4u})u_3 - 5u_1u_2^2 + \\
&+ 15(\alpha e^{2u} - 4\beta e^{-4u})u_1u_2 + u_1^5 + 90\beta e^{-4u}u_1^3 + \\
&+ 5(\alpha e^{2u} + \beta e^{-4u})^2 u_1 \quad , \qquad \alpha, \beta \in C \, .
\end{aligned}
\tag{9}
$$

При помощи созданной программы нам удалось найти для этого уравнения нетривиальный элемент алгебры Ли-Беклунда, который имеет вид:

$$
\begin{aligned}
H = u_7 &+ 7(u_2 - u_1^2)u_5 + 14(u_3 - 2u_1u_2)u_4 - 21u_1u_3^2 - \\
&- 14(2u_2^2 + u_1^2u_2 - u_1^4)u_3 - \frac{28}{3}u_1u_2^3 + 28u_1^3u_2^2 - \frac{4}{3}u_1^7 + \\
&+ 7(\alpha e^{2u} + \beta e^{-4u})u_5 + 7(5\alpha e^{2u} - 16\beta e^{-4u})u_1u_4 + \\
&+ 14(5\alpha e^{2u} - 13\beta e^{-4u})u_2u_3 + 28(2\alpha e^{2u} + 29\beta e^{-4u})u_1^2u_3 + \\
&+ \frac{14}{25}(5\alpha e^{2u} + 5\beta e^{-4u})^2 u_3 + 112(\alpha e^{2u} + 10\beta e^{-4u})u_1u_2^2 + \\
&+ 42(\alpha e^{2u} - 76\beta e^{-4u})u_1^3u_2 + 14(7\alpha^2 e^{4u} - 13\alpha\beta e^{-2u} - 20\beta^2 e^{-8u})u_1u_2 + \\
&+ 1260\beta e^{-4u}u_1^5 + 70(\alpha^2 e^{4u} + 2\alpha\beta e^{-2u} + 10\beta^2 e^{-8u})u_1^3 + \\
&+ \frac{28}{3}(\alpha e^{2u} + \beta e^{-4u})^3 u_1 \quad .
\end{aligned}
$$

Вычисление элемента H потребовало около I часа машинного времени и IOOOКбайт оперативной памяти ЭВМ ЕС-I060.

Авторы выражают глубокую благодарность профессору А.Б.Шабату за предложенную тематику исследования и С.И.Свинолупову за стимулирующие дискуссии и консультации.

Приложение I.

Нахождение плотностей законов сохранения (5с) для уравнения КдФ

$$u_t = u_3 + 3uu_1$$

```
F: = U(3)+3*U(Ø)*U(1)¤
CONDS(F,5,NO)¤
   RES(1) = U(Ø)
   RES(2) = U(1)
   RES(3) = (3*U(Ø)^2 + 2*U(2))/2
   RES(4) = 4*U(Ø)*U(1) + U(3)
   RES(5) = 5*U(Ø)^3+10*U(Ø)*U(2)+5*U(1)^2+2*U(4))/2
```


Приложение 2.

Нахождение элемента алгебры Ли-Беклунда седьмого порядка для модифицированного уравнения КдФ

$$u_t = u_3 + 3u^2u_1 \quad .$$

```
F:=U(3)+3*U(Ø)**2*U(1)¤
SYMMTR(F,7);
(2*U(7)+21Ø*U(1)^3*U(Ø)^2+ 126*U(1)^2*U(3)+35*U(1)*U(Ø)^6+
+28Ø*U(1)*U(Ø)^3*U(2) +84*U(1)*U(Ø)*U(4)+182*U(1)*U(2)^2+
+35*U(Ø)^4*U(3) + 14*U(Ø)^2*U(5)+14Ø*U(Ø)*U(3)*U(2))/2 .
```

Литература

I. Ибрагимов Н.Х., Шабат А.Б.Функц.анализ, I980, т.I4, №4,с.79-80.
2. Свинолупов С.И., Соколов В.В. Сб.Интегрируемые системы, Уфа, I982, с.7I-88.
3. Соколов В.В., Шабат А.Б. РТП БФАН СССР, П00I68, Уфа, I982.
4. Hearn A.C. REDUCE User's Manual. Second edition, Univ. of Utah. 1973.
5. Norman A., Davenport J. Lecture Notes in Computer Science, v. 72, pp. 398-407, 1979.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 декабря I983 года.

ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

Жарков А.Ю., Швачка А.Б. P11-83-914

Исследование интегрируемости нелинейных эволюционных уравнений с использованием системы аналитических вычислений REDUCE-2

Создана программа на языке системы аналитических вычислений REDUCE-2, предназначенная для исследования формальной интегрируемости нелинейных эволюционных уравнений. Программа позволяет для заданного уравнения проверять необходимые условия формальной интегрируемости, выписывать плотности законов сохранения и находить нетривиальные элементы алгебры Ли-Беклунда. С помощью программы удалось установить, что уравнение /9/ обладает нетривиальной алгеброй.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1983

Zharkov A.Yu., Shvachka A.B. P11-83-914

REDUCE-2 Program for Investigating Integrability of Nonlinear Evolution Equations

The program is created in the language of computer algebra system REDUCE-2 intended for studying the formal integrability of nonlinear evolution equations. For a given equation the program allows one to check necessary conditions of formal integrability, to compute conservation law densities and to find non-trivial elements of the Lie-Bäcklund algebra. Using the program the existence of non-trivial algebra for equation (9) is proved.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1983

Перевод О.С.Виноградовой