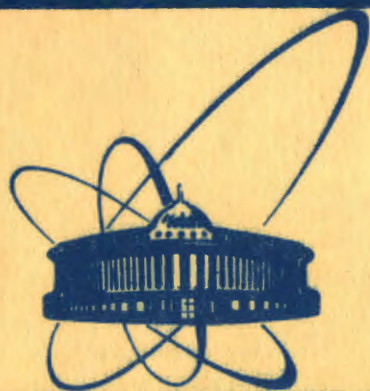


12/III-84



сообщения  
объединенного  
института  
ядерных  
исследований  
дубна

P11-83-870

1288/84

В.Г.Маханьков, Е.Ю.Панова, А.Б.Швачка

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ  
СОЛИТОПОДОБНЫХ ОБЪЕКТОВ  
В РАМКАХ НЕЛИНЕЙНОГО  
УРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА

1983

## 1. Введение

Нелинейное уравнение Шредингера (НУШ) возникает во многих задачах физики конденсированного состояния, нелинейной оптики и физики плазмы<sup>1-3/</sup>. Интегрируемым вариантом слабо неидеального бозе-газа с  $n$  внутренними ("цветовыми") степенями свободы в одном измерении может служить  $U(n)$  нелинейное уравнение Шредингера с потенциалом отталкивающего типа<sup>4/</sup>. Оно возникает также при описании многоцепочечных антиферромагнитных спиновых систем со слабой связью между цепочками в длинноволновом приближении<sup>12/</sup>.

Нелинейное уравнение Шредингера с некомпактной изотопической группой  $U(1,1)$  описывает систему с двумя взаимодействующими бозе-газами - гравитирующим и антигравитирующим<sup>4/</sup>.

Одномерное нелинейное уравнение Шредингера с изотопической группой  $U(p,q)$ <sup>15/</sup> имеет вид:

$$i\psi_t^{(\alpha)} + \psi_{xx}^{(\alpha)} + 2[(\bar{\psi}\psi) + \mu_\alpha]\psi^{(\alpha)} = 0, \quad (1)$$

где

$$(\bar{\psi}\psi) = \sum_{\alpha=1}^p |\psi^{(\alpha)}|^2 - \sum_{\alpha=p+1}^n |\psi^{(\alpha)}|^2, \quad p+q=n. \quad (2)$$

В настоящей работе приведены результаты численного моделирования столкновений солитоноподобных объектов в рамках НУШ с изотопическими группами  $U(0,1)$  и  $U(1,1)$ .

## 2. Численный алгоритм

Для решения (1) применяется разностный метод; при этом функции  $\psi$  непрерывных аргументов  $x, t$  ставится в соответствие сеточная функция (сетки по  $x$  и  $t$  - равномерные, с шагами  $h$  и  $\tau$  соответственно)

$$\psi_k^j = \psi(j\tau, kh).$$

Линейная часть уравнений аппроксимируется разностной схемой с коэф-

$$\Psi^{(1)} = a^{(1)} \left( \operatorname{th} \chi \xi + i \frac{\nu}{2\chi} \right),$$

$$\Psi^{(2)} = a^{(2)} \left( \operatorname{th} \chi \xi + i \frac{\nu}{2\chi} \right) \exp \{ 2i(\mu_2 - \mu_1)t \}, \quad (11)$$

где  $\chi^2 = |a^{(2)}|^2 - |a^{(1)}|^2$ ,  $\xi = x - x_0 - \nu t$ .

Эти решения представляют собой двухполюсовый аналог (4).

Исследована эволюция начального состояния

$$\Psi_{00}^{(j)} = a_j \left( \operatorname{th} \chi(x + x_0) - \operatorname{th} \chi(x - x_0) - 1 \right) + \frac{a_j \nu}{2\chi}, \quad j=1,2 \quad (12)$$

при следующих значениях параметров разностной схемы  $h=0,05$ ,  $\tau=0,025$ ,  $\sigma=1$ .

Как и в случае изотопической группы  $U(0,1)$ , сначала наблюдается сближение "двойных пузырей", а затем их расталкивание. Картина взаимодействия изображена на рис.2. Амплитуда излучаемых волн составляет примерно 0,3% от амплитуды объектов для случая  $\Delta=2x_0=6$  и скорости  $\nu=0,1$ . Для системы с  $U(0,1)$ -симметрией с таким же  $\Delta$ . Эта величина значительно меньше и составляет 0,05%.

В отличие от системы с изогруппой  $U(0,1)$ , наблюдается большее перекрытие "двойных пузырей": в случае  $U(1,1)$ -симметрии их максимумы практически совпадают; в случае  $U(0,1)$ -симметрии минимальное расстояние между ними равно  $\delta \sim 3,2$ , причем время взаимодействия в последнем случае больше. При  $\Delta=6$  и  $\nu=0,1$  в случае  $U(1,1)$ -симметрии расталкивание начинается в момент  $t=5,5$ ; в случае  $U(0,1)$ -симметрии - в момент  $t=11,5$ .

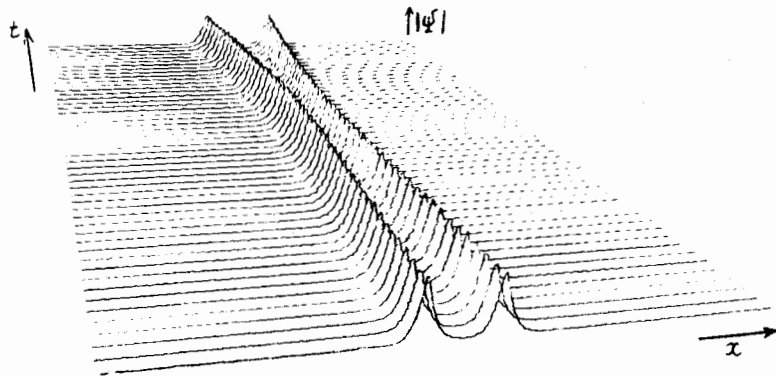


Рис.1. Столкновение кинка и антикинка;  $\Delta=6$ ,  $\nu=0,3$ .

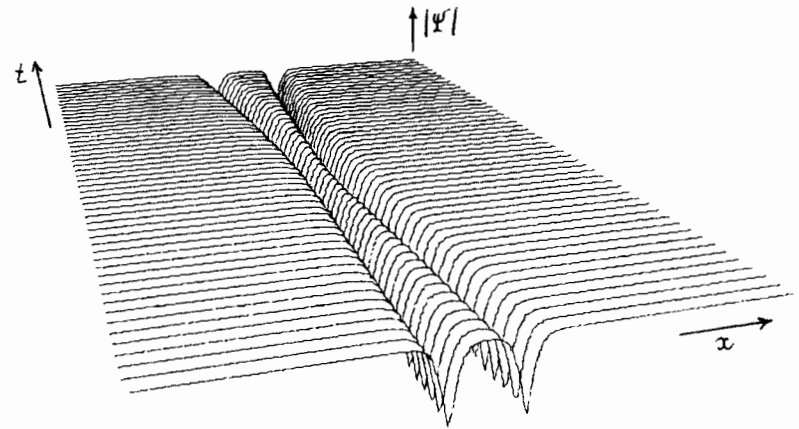


Рис.2. Столкновение "двойных пузырей";  $\Delta=6$ ,  $\nu=0,3$ .

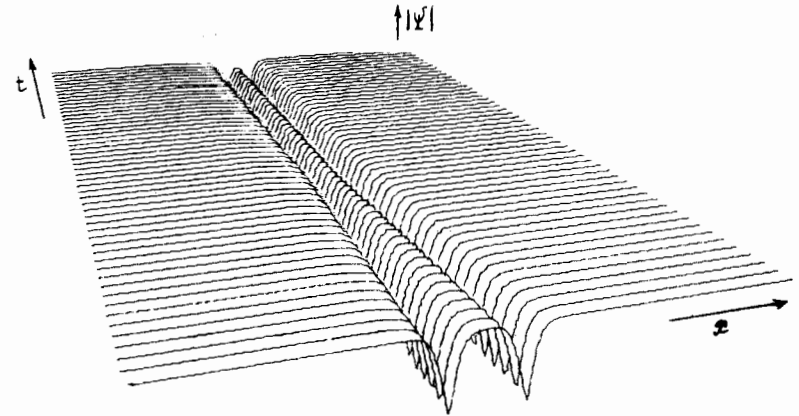


Рис.3. Столкновение солитонных объектов типа "капля в пузыре";  $\Delta=6$ ,  $\nu=0,3$ .

5. Столкновение солитоноподобных объектов типа "капля в пузыре" для НУШ с изотопической группой  $U(1,1)$

Нелинейному уравнению Шредингера с граничными условиями вида

$$\Psi^{(1)}(\pm\infty) = 0, \quad (I3)$$

$$\Psi^{(2)}(x, \tau) = \begin{cases} a_0^{(2)}, & x \rightarrow \infty, \\ a_0^{(2)} e^{i\delta_2}, & x \rightarrow -\infty. \end{cases}$$

соответствует солитонное решение /5/

$$\Psi^{(1)} = a^{(1)} \exp\left(i \frac{\sqrt{x}}{2}\right) \operatorname{sech} x \xi, \quad (I4)$$

$$\Psi^{(2)} = a^{(2)} \left( \operatorname{th} x \xi + i \frac{\sqrt{x}}{2\xi} \right),$$

где

$$x^2 = |a^{(1)}|^2 - |a^{(2)}|^2.$$

Исследована эволюция начального состояния

$$\Psi_{00}^{(1)} = a^{(1)} \left\{ \exp\left(i \frac{\sqrt{x}}{2}\right) \operatorname{sech} x(x+x_0) - \exp\left(-i \frac{\sqrt{x}}{2}\right) \operatorname{sech} x(x-x_0) \right\}$$

$$\Psi_{00}^{(2)} = a^{(2)} \left( \operatorname{th} x(x+x_0) - \operatorname{th} x(x-x_0) - 1 \right) + i a^{(2)} \frac{\sqrt{x}}{2\xi}.$$

Параметры разностной схемы:  $h = 0.1$ ,  $\tau = 0.001$ ,  $\sigma = 1$ .

Как и в рассмотренных выше случаях, имеет место упругое взаимодействие квазисолитонов. Картина взаимодействия изображена на рис.3. За счет наличия в каждом "пузыре" притягивающихся "капель" время жизни "слившегося состояния" (максимумы квазисолитонов практически совпадают) значительно больше, чем в случае столкновения "двойных пузырей". Так, в первом случае время жизни при  $\Delta = 6$  и  $\nu = 0,3$  равно  $\Delta t \approx 2$ ; для "двойных пузырей" при тех же  $\Delta$  и  $\nu$  величина  $\Delta t = 0,5$ .

Литература

1. Захаров В.Е., Шабат А.Б. ЖЭТФ, 1973, 67, с.1627.
2. Kundu A., Makhankov V.G., Pashaev O.K. JINR, E11-82-667, Dubna, 1982.
3. Makhankov V.G., Pashaev O.K. JINR. E2-81-70, Dubna, 1981.
4. Makhankov V.G., Phys. Lett., 1981, vol. 81A, No.2, p.3.
5. Makhankov V.G., Pashaev O.K. JINR, E2-81-264, 1981; JINR, E2-81-540, 1981.
6. Taha T.R., Ablowitz M.J. Clarkson College of Technology, I.F.N.S. preprint No.17, 1982, Potsdam, New York.
7. Швачка А.Б., Панова Е.Ю. ОИЯИ, РИ-83- 87I, Дубна, 1983.
8. Самарский А.А. Теория разностных схем. М., Наука, 1977.

Рукопись поступила в издательский отдел 21 декабря 1983 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

|               |   |             |
|---------------|---|-------------|
|               | Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1978 /2 тома/   | 7 р. 40 к.  |
|               | Труды VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1980 /2 тома/  | 8 р. 00 к.  |
| D11-80-13     | Труды рабочего совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике, Дубна, 1973                  | 3 р. 50 к.  |
| D4-80-271     | Труды Международной конференции по проблемам нескольких тел в ядерной физике. Дубна, 1979.  | 3 р. 00 к.  |
| D4-80-385     | Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1980.  | 5 р. 00 к.  |
| D2-81-543     | Труды VI Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1981  | 2 р. 50 к.  |
| D10,11-81-622 | Труды Международного совещания по проблемам математического моделирования в ядерно-физических исследованиях. Дубна, 1980                            | 2 р. 50 к.  |
| D1,2-81-728   | Труды VI Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1981.  | 3 р. 60 к.  |
| D17-81-758    | Труды II Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1981.   | 5 р. 40 к.  |
| D1,2-82-27    | Труды Международного симпозиума по поляризационным явлениям в физике высоких энергий. Дубна, 1981.  | 3 р. 20 к.  |
| P18-82-117    | Труды IV совещания по использованию новых лабораторных физических методов для решения научно-технических и народнохозяйственных задач. Дубна, 1981. | 3 р. 80 к.  |
| D2-82-568     | Труды совещания по исследованиям в области релятивистской ядерной физики. Дубна, 1982.  | 1 р. 75 к.  |
| D9-82-664     | Труды совещания по коллективным методам ускорения. Дубна, 1982.   | 3 р. 30 к.  |
| D3,4-82-704   | Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.   | 5 р. 00 к.  |
| D2,4-83-179   | Труды XV Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий. Дубна, 1982.   | 4 р. 80 к.  |
|               | Труды УШ Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Протвино, 1982 /2 тома/  | 11 р. 40 к. |
| D11-83-511    | Труды совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1982.                          | 2 р. 50 к.  |
| D7-83-644     | Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.   | 6 р. 55 к.  |
| D2,13-83-689  | Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.  | 2 р. 00 к.  |

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу: 101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79  
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований



**ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ  
ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ**

| Индекс | Тематика   |
|--------|--|
| 1.     | Экспериментальная физика высоких энергий   |
| 2.     | Теоретическая физика высоких энергий   |
| 3.     | Экспериментальная нейтронная физика  |
| 4.     | Теоретическая физика низких энергий  |
| 5.     | Математика   |
| 6.     | Ядерная спектроскопия и радиохимия   |
| 7.     | Физика тяжелых ионов   |
| 8.     | Криогеника   |
| 9.     | Ускорители   |
| 10.    | Автоматизация обработки экспериментальных данных   |
| 11.    | Вычислительная математика и техника  |
| 12.    | Химия  |
| 13.    | Техника физического эксперимента   |
| 14.    | Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами   |
| 15.    | Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях   |
| 16.    | Дозиметрия и физика защиты   |
| 17.    | Теория конденсированного состояния   |
| 18.    | Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники |
| 19.    | Биофизика  |

Маханьков В.Г., Панова Е.Ю., Швачка А.Б.

P11-83-870

Исследование взаимодействий солитоноподобных объектов в рамках нелинейного уравнения Шредингера

Исследовано взаимодействие солитоноподобных объектов в рамках нелинейного уравнения Шредингера /НУШ/ с изотопическими группами  $U(0,1)$  и  $U(1,1)$ . Для численного решения НУШ использован разностный метод с аппроксимацией нелинейного члена явным выражением. В рамках интегрируемых систем исследованы упругие столкновения солитоноподобных объектов - кинка и антикинка в случае изогруппы  $U(0,1)$  и объектов типа "двойной пузырь" и "капля в пузыре" - в случае изогруппы  $U(1,1)$ .

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1983

Makhankov V.G., Panova E.Yu., Shvachka A.B.

P11-83-870

Interactions of the Soliton-Like Objects in the Framework of the Nonlinear Schrödinger Equation

Numerical simulation of the soliton-like objects interactions in the framework of the nonlinear Schrödinger equation (NLS) with  $U(0,1)$  and  $U(1,1)$  isogroup is performed. For the numerical study of the NLS the finite difference method with explicit approximation of the nonlinear part of the differential operator is applied. The elastic interactions in the framework of integrable systems - a kink and antikink for the  $U(0,1)$  isogroup and "double bubble" and "drop in a bubble" in the case of  $U(1,1)$  isogroup are considered.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1983

Перевод О.С.Виноградовой