

Б-728

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



24/кн-74

P11 - 8261

4934/2-74

Л.В.Бобылева, Б.С.Гетманов, Е.П.Жидков,  
В.Г.Маханьков

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ  
СЛАБОЙ ЛЕНГМЮРОВСКОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

**1974**

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ  
ТЕХНИКИ И АВТОМАТИЗАЦИИ

P11 - 8261

Л.В.Бобылева, Б.С.Гетманов, Е.П.Жидков,  
В.Г.Маханьков

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ  
СЛАБОЙ ЛЕНГМЮРОВСКОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Направлено в "Plasma Physics"

## I. ВВЕДЕНИЕ

В связи с проблемой исследования слабой ленгмювской турбулентности одним из наименее изученных в настоящее время вопросов является вопрос об угловой зависимости спектральной плотности энергии  $W(k, \theta)$ . Обычно в работах по теории слабой турбулентности это распределение полагают изотропным, т.е.  $\partial W(k, \theta) / \partial \theta = 0$  /1/. Однако, как правило, колебания, рождающиеся в результате пучковых или распадных неустойчивостей, являются анизотропными. Основным механизмом, который может приводить к изотропизации ленгмювских колебаний, является их индуцированное рассеяние на комах плазмы. Вместе с тем этот процесс приводит к покраснению спектра колебаний, т.е. уменьшению среднего волнового числа пакета.

В области волновых чисел  $K \lesssim K_* = \frac{1}{3} \frac{\omega_{pe}}{v_e} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}}$  скорость последнего процесса весьма велика, т.к. в одном акте рассеяния энергия плазмона изменяется значительно:  $\Delta K \sim K$  (интегральная перекачка), поэтому колебания, рождающиеся в этой области, должны рассматриваться как анизотропные в течение времени перекачки их энергии от  $K \sim K_*$  до  $K \sim 0$ .

Если же неустойчивость приводит к возникновению достаточно коротковолновых колебаний  $K_* \ll K < K_D = \frac{\omega_{pe}}{v_e}$ , то при их рассея-

ние на ионах процесс изотропизации может конкурировать с процессом "покраснения" спектра.

За время трансформации спектра из области генерации при  $K \sim K_g$  до  $K \sim K_*$  колебания либо успевают изотропизироваться, либо нет. В первом случае спектр можно считать изотропным и для него справедливы вышеупомянутые результаты /1/, во втором случае считать колебания изотропными нельзя.

Уравнения, описывающие эту эволюцию, являются нелинейными интегродифференциальными и многомерными, что значительно усложняет их решение. Даже изотропные задачи представляют значительные трудности для аналитических исследований (их результаты носят качественный характер /2/), поэтому приходится прибегать к численным методам /3/. Тем более это относится к анизотропным задачам. Единственная попытка аналитически оценить скорость изотропизации была предпринята в работе /4/, где утверждалось, что в области  $K \gg K_*$  скорость изотропизации, как правило, значительно превышает скорость перекачки энергии по спектру (подробнее см. ниже).

Многие нелинейные эффекты, такие, как установление стационарных спектров, взаимодействие электромагнитных волн и пучков заряженных частиц с плазмой, существенно зависят от углового распределения энергии турбулентности /4-7/.

В настоящей работе предпринята попытка численно проследить эволюцию различных распределений ленгмювских волн по энергии и углу и оценить скорость изотропизации этих распределений.

## 2. Физические соображения и постановка проблемы

Уравнение, описывающее трансформацию энергии ленгмювской турбулентности по спектру и углам вследствие индуцированного рассеяния плазмонов на ионах в области  $K > K_*$  имеет вид /3,4/

$$\frac{\partial W(\vec{K}, t)}{\partial t} = W(\vec{K}, t) \int Q(\vec{K}, \vec{K}_1) W(\vec{K}_1, t) d\vec{K}_1, \quad (2.1)$$

$$Q(\vec{K}, \vec{K}_1) = \frac{\sqrt{2\pi}}{32} \frac{\omega_{pe}}{n T_e} \frac{(\vec{K}\vec{K}_1)^2 (K_1^2 - K^2)}{K^2 K_1^2 |K - K_*|} \cdot \exp(-\omega_-^2 / 2K_-^2 v_{Te}^2),$$

где  $K_* = \frac{\omega_{pe} V_e}{3v_{Te}^2}$ ,  $\vec{K}_- = \vec{K} - \vec{K}_1$ ,  $\omega_- = \omega_K^e - \omega_{K_1}^e$ .

Предполагая спектр  $W(\vec{K}, t)$  достаточно узким вблизи  $K_*$  и расположенным при  $K_* \gg K_*$ , легко найти зависимость изменения энергии плазмона от угла в каждом акте рассеяния, соответствующую максимуму инкремента. Пусть плазмон с импульсом  $\vec{K}_1$ , рассеиваясь, переходит в состояние с импульсом  $\vec{K}$ , тогда вероятность такого перехода в соответствии с (2.1) есть

$$u \sim \frac{\cos^2 \theta}{2} \frac{(K_1^2 - K^2)}{K_* \sqrt{K^2 + K_1^2 - 2KK_1 \cos \theta}} \exp\left\{-\frac{(K_1^2 - K^2)^2}{8K_*^2 (K_1^2 + K^2 - 2KK_1 \cos \theta)}\right\}, \quad (2.2)$$

эта функция имеет максимум при

$$\chi^2 \equiv \frac{(K_1^2 - K^2)^2}{4K_*^2 (K_1^2 + K^2 - 2KK_1 \cos \theta)^2} = 1$$

или

$$(K_1 - K)^2 = 4 \frac{K_*^2}{(K_1 + K)^2} (K_1^2 + K^2 - 2KK_1 \cos \theta) \quad (2.3)$$

и резко падает при  $\chi > 1$ .

Далее, поскольку процесс (2.1) носит индуцированный характер (т.е. зависимость от времени экспоненциальна  $W(\vec{K}, t) \sim e^{\gamma(\vec{K})t}$ ),

то основной вклад в такое взаимодействие будут давать лишь рассеяния с максимальным инкрементом, при которых угол поворота плазмона однозначно связан с изменением его энергии, формула (2.3).

Исследуем (2.3) для наиболее простых случаев:  $\vartheta \ll 1$  и  $\vartheta \rightarrow \pi$ . Рассеяние на угол  $\vartheta = \frac{\pi}{2}$  в силу (2.2) запрещено.

При  $\vartheta \ll 1$  из (2.3) имеем

$$\Delta K = K_1 - K \approx K_* \vartheta, \quad (2.4)$$

при  $\vartheta \rightarrow \pi$

$$\Delta K \approx 2K_* \left[ 1 - \frac{(\pi - \vartheta)^2}{8} \right]. \quad (2.5)$$

Далее, полагая в (2.2)  $\vartheta = 0$ , получим, что

$$u \sim \frac{K + K_1}{2K_*} \exp \left\{ - \frac{(K + K_1)^2}{8K_*^2} \right\} \quad \text{экспоненциально мала в силу}$$

$K_1 \gg K_*$ , т.е. рассеяние, сводящееся лишь к изменению энергии, отсутствует.

Формулы (2.4), (2.5) показывают, что наиболее вероятно рассеяние плазмона с изменением модуля его импульса на величину  $\Delta K_{\max} = 2K_*$ . Ход зависимости  $\Delta K$  от  $\vartheta$  представлен на рис.1.

Проведенный анализ позволяет сделать качественные выводы о характере эволюции различных спектров ленгмювских волн в результате их индуцированного рассеяния на ионах плазмы (см. также работу /4/).

Рассмотрим три наиболее характерных вида анизотропных спектров ленгмювских волн. К первому и второму виду будут относиться распределения  $W(k, \vartheta)$ , которые могут быть факторизованы, то есть представлены как

$$W(k, \vartheta) = W(k) f(\vartheta). \quad (2.6)$$

Мы будем называть 1) "игольчатым" спектр, у которого функция  $f(\vartheta)$  отлична от нуля лишь при углах, весьма близких к  $\vartheta = 0$  или  $\vartheta = \pi$ ; 2) "дисковым"-спектр, у которого  $W(k) \neq 0$  лишь вблизи  $\vartheta = \frac{\pi}{2}$  с раствором  $\Delta \vartheta_0$  (см. рис.2 и 3)\*. К спектрам третьего вида мы будем относить распределения, в которых существует зависимость  $K$  от  $\vartheta$ , например,

$$W(k, \vartheta) = W(k) \delta(\vartheta - \vartheta(k)). \quad (2.7)$$

Подобного рода спектры обычно возникают в результате развития разного рода неустойчивостей в плазме и обязаны своим происхождением резонансному характеру взаимодействия (см. работы /2,5,8/). Примеры таких распределений приведены на рис.4.

Эволюция спектров этих трех видов различна.

Рассмотрим вначале "игольчатый" спектр. Пусть он характеризуется угловым раствором  $\Delta \vartheta_0$  и сосредоточен вблизи  $k = k_0$  с шириной  $\Delta k_0$ . Мы видели выше, что при индуцированном рассеянии  $\ell$ -волн на ионах наиболее вероятно изменение модуля волнового числа в каждом акте рассеяния есть  $2K_*$ , при этом направление распространения меняется на обратное. Поэтому эволюция "игольчатого" пакета будет зависеть существенно от соотношения  $\chi = \frac{2K_*}{\Delta k_0}$ . Если  $\chi \gg 1$ , то плазмоны в результате рассеяния будут менять направление на обратное, пока не исчезнет весь первоначальный пучок. Происойдет как бы нелинейное отражение пучка ленгмювских волн, и возникнет "игольчатый" пакет в обратном направлении. Далее, естественно, картина повторится; таким образом, в каждый данный момент времени мы будем иметь либо один, либо два взаимопроницающих) Здесь и далее мы предполагаем, что существует некоторая ось симметрии, от которой отсчитывается угол  $\vartheta$ .

ших "игольчатых" пучка волн. Это означает, что в результате нелинейных эффектов узкий по К пакет ленгмювских волн долгое время будет заперт в пространстве размером  $L = \tau v_g$ , где  $\tau$  - время одного отражения,  $v_g = 3k_0 v_e^2 / \omega_{pe}$  - групповая скорость  $\ell$ -волн.

Изменение величины углового раствора при каждом отражении может быть получено лишь численными методами.

Если  $\chi \ll 1$ , то плазмоны при первом рассеянии меняют свое направление на обратное, но не успевают накапливаться в этом состоянии, так как индуцированный характер взаимодействия приуждает их вторично изменить свое направление. В результате такого двойного рассеяния происходит лишь изменение их энергии, т.к. К меняется на величину  $4K_x$ . Скорость накопления плазмонов вблизи угла  $\pi$  уменьшается по сравнению с предыдущим случаем примерно в  $(2K_x / K_0)$  раз. Следовательно, эволюция широкого по К пакета  $\ell$ -волн сводится в основном к перекачке энергии по спектру с медленным изменением его углового распределения.

В случае  $\chi \approx 1$  эволюция, естественно, присуща и те, и другие черты и она поддается лишь численному моделированию.

### 3. Постановка задачи и методика численного исследования

Введем безразмерные переменные  $\bar{x} = \bar{k} / k_0$ ,  $\tau = \gamma t$ ,  $\chi = \frac{\omega_{pe}}{32(2\pi)^{1/2}} 10^{-2}$ ,  $W(x, \tau) = \frac{K_0}{nT} W(k, t)$ . Тогда исходное уравнение (2.1) приобретает

$$\frac{\partial W(\bar{x}, \tau)}{\partial \tau} = \frac{W(\bar{x}, \tau)}{64 \sqrt{2\pi}} \int \frac{d\bar{x}_1 \cos^2(\bar{x}, \bar{x}_1)}{x^2 \sin \theta} \frac{x_1^2 - x^2}{|\bar{x}_1 - \bar{x}|} \exp\left(-\frac{\alpha_1^2 - \alpha^2}{8|\bar{x}_1 - \bar{x}|^2}\right) W(\bar{x}_1, \tau). \quad (3.1)$$

Здесь  $d\bar{x} = x^2 dx \sin \theta d\theta d\varphi$ ,

$$\cos(\widehat{\bar{x}, \bar{x}_1}) = \cos \theta \cos \theta_1 + \sin \theta \sin \theta_1 \cos \varphi, \quad W(\bar{x}, \tau) = W(x, \theta, \tau)$$

(исследуются аксиально-симметричные спектры).

Начальное распределение мы будем задавать гауссоподобным по обеим переменным  $x$  и  $\theta$ , т.е. в виде

$$W_0(x, \theta)|_{t=0} = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \Delta x} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \Delta \theta} \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{2\Delta x^2} - \frac{(\theta-\theta_0)^2}{2\Delta \theta^2}\right)$$

с достаточно малым  $\Delta \theta$ , т.е. резко анизотропным. Легко видеть, что в процессе эволюции должны выполняться соотношения

$$W = \int W(x, \theta, \tau) dx d\theta = 1$$

(закон сохранения энергии) и

$$R = \int R(x, \theta, \tau) dx d\theta = \int W(x, \theta, \tau) \int \theta(\bar{x}, \bar{x}_1) W(x_1, \theta_1, \tau) dx_1 d\theta_1 = 0$$

(в силу антисимметрии ядра).

Для того, чтобы количественно охарактеризовать степень анизотропии и скорость изотропизации, введем анизотропию  $\mu$ :

$$\mu = \frac{1}{2W} \int |W(x, \tau) - \bar{W}_1(x)| dx d\theta, \quad \text{где} \quad (3.2)$$

$$W = \int W(x, \tau) dx d\theta - \text{норма } W(x, \tau), \text{ а}$$

$\bar{W}_1(x) = \frac{1}{2\pi} \int W(x, \tau) d\theta$  - усредненное по углу распределение  $W(x, \tau)$  с той же нормой.

Введенная таким образом величина  $\mu$  изменяется от нуля при изотропном распределении до единицы при  $\delta$ -образном распределении по углу и является интегральной характеристикой равномерности такого распределения. Будем считать распределение физически изотропным, если его анизотропия  $\mu \leq 0,1$ . Наконец, ввиду того, что индуцированное рассеяние на ионах приводит к перекачке энергии в сторону малых  $K$ , естественно говорить, что изотропизация происходит быстрее перекачки по  $K$ , если распределение станет физически

изотропным раньше, чем центр пакета  $K_0$  окажется вблизи  $K = K_*$  ( $x=1$ ) (см. введение). Под центром пакета мы будем понимать положение максимума усредненной по углу функции  $\bar{W}(x)$  (или ближайшего к  $K=K_*$  максимума в случае двугорбого распределения).

Ясно, что хотя скорость изотропизации (т.е.  $\Delta\mu/\Delta K$ ) может и не зависеть (или почти не зависеть) от начальных условий  $x_0, \theta_0, \Delta x_0, \Delta \theta_0$ , сам факт изотропизации сильно зависит от начальных данных. Задача, таким образом, состоит, во-первых, в оценке скорости изотропизации  $\frac{\Delta\mu}{\Delta K}$  ( $\Delta K$  - сдвиг центра пакета по  $K$ ) и, во-вторых, в нахождении областей начальных данных, при которых происходит или, наоборот, не происходит физическая изотропизация. Заметим, что величина  $K_0$  ограничена сверху:  $K_0 \leq K_d$ . Полное исследование поставленной задачи является нереальным, т.к. просчет одного варианта на ЭСМ-6 требует 20-40 часов машинного времени ввиду необходимости вычислять сотни трехмерных интегралов на каждом шаге по времени. Однако, оценив степень постоянства скорости изотропизации  $\Delta\mu/\Delta K$  в зависимости от начальных данных при просчете нескольких вариантов, можно экстраполировать результаты на всю область изменения начальных параметров.

Математически задача представляет собой задачу Коши с нелинейной интегральной правой частью. Ввиду громоздкости счета дифференциальное уравнение было аппроксимировано простой явной разностной схемой первого порядка точности по времени. Коэффициент перед  $W(x, \theta, \tau)$  в правой части - интеграл  $R$  - является слабо меняющейся функцией  $\tau$ ; тем не менее для оптимизации скорости и предотвращения неустойчивости счета шаг по времени брался переменным и определялся из соотношения  $h\tau = (0,02/\max\{x_{n+1}\}), x_{n+1} = \int a w dx d\theta$ . В процессе счета величины  $W$  и  $R/RA$  ( $RA = \int |R(x, \theta)| dx d\theta$ )

изменялись не более чем на 4%. Можно доказать аппроксимацию и устойчивость разностной схемы, т.е. сходимость.

#### 4. Результаты численного счета и их обсуждение

В настоящей работе исследованы три варианта начальных данных: 1)  $\Delta K_0 \ll K_*$ ; 2)  $\Delta K_0 = K_*$ ; 3)  $\Delta K_0 \gg K_*$ , при  $K_0 = 10K_*$ ,  $\theta_0 = 0$ ,  $\Delta \theta_0 = 0.1$ .  
Остальные параметры:  $\omega_{pe} = 10^{15}$  сек<sup>-1</sup>,  $T_e = T_i = T$ ,  $(W_0/nT) = 10^6$ ,  $K_* = 2 \cdot 10^5$  см<sup>-1</sup> ( $\nu_e = 5 \cdot 10^7$ ),  $(W_0/W_T) \sim 10^6$ . Заметим, что в пределах применимости уравнения (2.1) результаты инвариантны относительно выбора  $\omega_{pe}$ ,  $T$ ,  $W_0/nT$ ,  $K_*$ .

Результаты численных исследований приведены на рис. 5-8.

Рис. 5 и 6 представляют графики максимальных значений функций  $W(K, \theta)$  в точках  $\theta = 0$  и  $\theta = \pi$  (т.е.  $W_{max}(K, 0)$  и  $W_{max}(K, \pi)$ ) и график введенной в § 3 величины (см. формулу (3.2)) анизотропии  $\mu$  в зависимости от времени. Из этих рисунков видно, что эволюция пакета действительно идет так, как это было описано в § 2. Время запырания пучка  $\ell$ -волн оценивается как  $\tau_{зап} \approx 230$  или  $t_{зап} = 1,84 \cdot 10^6 \omega_{pe}^{-1}$  в первом случае и  $\tau_{зап} \approx 260$ ,  $t_{зап} = 2,08 \cdot 10^6 \omega_{pe}^{-1}$  во втором. Следует заметить, что во втором случае картина трансформации значительно сложнее, чем в первом, и полного запырания пучка не происходит, скорее, мы имеем здесь полуотражающие стенки. Вместе с трансформацией спектра по углу, как видно из графиков функций  $W_{max}(K, 0)$  (рис. 5, 6), происходит обужение спектра в пространстве волновых чисел. Особенно это ярко видно на рис. 6: амплитуда  $W_{max}(K, 0)$  после двух перебросов увеличилась более чем в два раза, дальнейшее обужение составляет несколько процентов (сравни  $W_{max}(K, \pi)$ )

после первого и третьего перебросов). Этот эффект может привести к тому, что в результате эволюции пакет обуздается настолько, что станет справедливым соотношение  $\Delta K_0 \ll K_*$ , т.е. переход к первому случаю.

В процессе рассмотренной эволюции происходит медленное уширение углового разброса  $\Delta \theta$ , что видно из графиков для функций  $\mu(t)$ . Эта функция максимальна в моменты завершения перебросов, когда волны распространяются в одном направлении либо под нулевым углом, либо под углом  $\mathcal{X}$  к оси  $\mathcal{Z}$ , и минимальна в моменты существования двух взаимопроникающих пучков волн. Как уже говорилось выше, уменьшение величины  $\mu(t)$  означает изотропизацию спектра. Результаты расчета дают для скорости уменьшения величины  $\mu$  за время двух перебросов  $\Delta \mu \leq 0.05$ , за это же время спектр сместился по  $K$  на величину  $4K_*$ . Если эволюция в дальнейшем будет происходить аналогично, что, вообще говоря, довольно естественно, во всяком случае для первых нескольких перебросов и при достаточно малом стационарном уровне шумов, то за 10-15 перебросов спектр достигнет величины  $K_*$ , уменьшив величину анизотропии на 25-30 процентов для  $\mu_0 \approx 0.9 \approx 1$ , т.е. оставаясь в достаточной степени анизотропным. Это приведет к тому, что при непрерывной подкачке в заданном направлении будут распространяться волны с дискретным спектром  $K = K_0 - 4K_* \cdot n$ ,  $n = 0, 1, 2, 3 \dots$ . Поэтому, например для водородной плазмы, где  $(K_D / K_*) \approx 40$ , изотропизация спектров ленгмювских колебаний при их начальной сильной анизотропии и низком уровне равновесного шума весьма проблематична, т.е. в области волновых чисел  $K > K_*$  нужно ожидать существования локализованных пучков ленгмювских волн, и лишь при весьма малых значениях  $K \ll K_*$  спектры постепенно становятся изотропными за времена,

значительно превышающие время запирания  $t_{\text{зап}}$ . Медленные плазмоны, как известно, подвержены слипанию при  $(W/nT) > \kappa_0^2 d_e^2$ , что приводит к образованию солитонов, т.е. локализованных в пространстве сгустков энергии  $\ell$ -волн /10,11/ и интенсивно дискутируемой в настоящее время солитонной турбулентности /12,13/. Можно показать также, что при  $W/nT > \frac{m_e}{m_i}$  обнаруженное в работе /13/ слипание быстрых ( $K > K_*$ ) плазмонов с образованием медленного (дorzвукowego) солитона с  $K < K_*$  будет являться процессом, конкурирующим с рассмотренным в смысле перекачки энергии по  $K$ . Что касается углового распределения, то образование солитонов также приводит к анизотропии распределения  $W(K, \theta)$ . \*) Строго говоря, поэтому обрисованная выше картина справедлива при  $W/nT < \frac{m_e}{m_i}$ .

На рисунке 7-8 показаны значения функции  $W(K, \theta)$  в моменты времени  $t=0$ ,  $t = \frac{t_{\text{зап}}}{2}$  и  $t = t_{\text{зап}}$  для случаев 1 и 2.

Расчет на ЭЕМ для случая 3 качественно подтверждает описанную в §2 эволюцию.

В заключение заметим, что при наличии довольно интенсивного равновесного шума  $W_T$  и других начальных значениях  $\mu_0$ , а также  $(m_i/m_e) > 1800$  картина эволюции спектров  $\ell$ -волн может быть иной.

\*) В связи с этим нужно с известной осторожностью относиться к результатам, полученным на основе концепции быстрой изотропизации спектров ленгмювских волн.



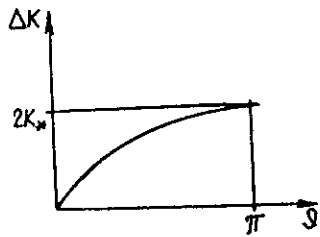


Рис. 1. График зависимости изменения энергии плазмона  $\Delta K$  в одном акте рассеяния от угла поворота его импульса  $\varphi$ .

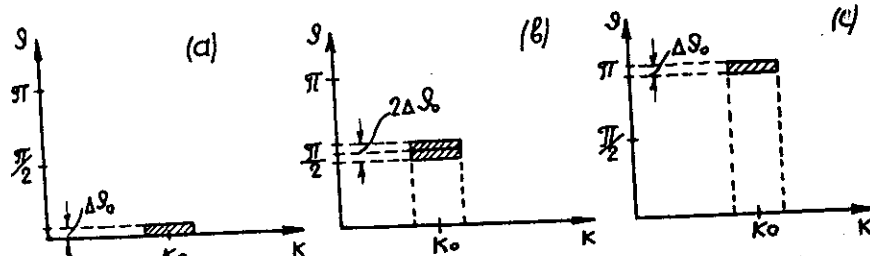


Рис. 2. Различные виды распределений  $W(k, \varphi)$ , которые могут быть факторизованы ( $W(k, \varphi) = W(k) \cdot \Theta(\varphi)$ ), на плоскости  $\varphi K$ : (a) и (c) - игольчатые пакеты, (b) - дисковый пакет.

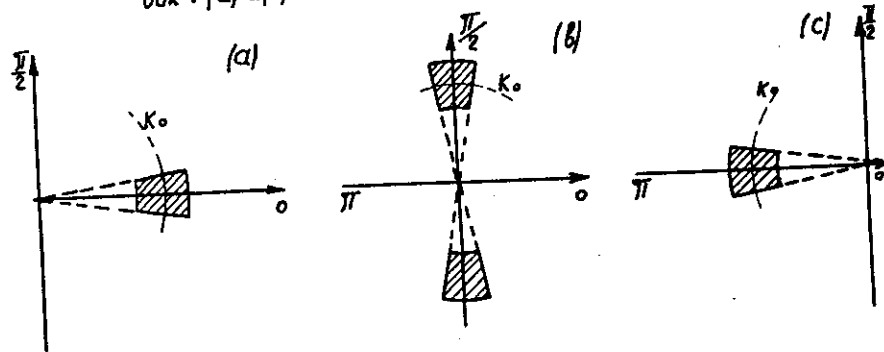


Рис. 3. Полярные диаграммы распределений, представленных на рис. 2 а, в, с соответственно. Каждый акт рассеяния приводит к движению точки на полярной диаграмме в сторону меньших  $K$ , т.е. к центру, и изменению угла, т.е. по окружности.

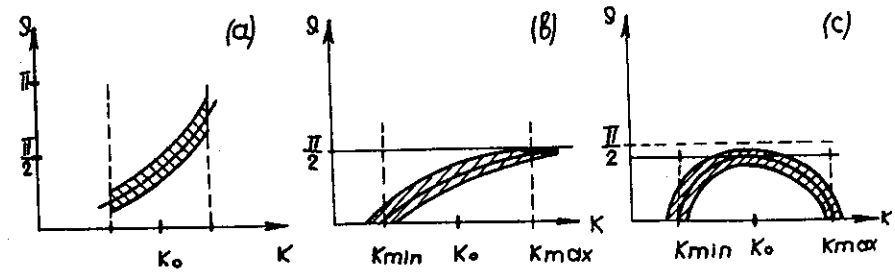


Рис. 4. Различные виды распределений  $W(k, \varphi)$ , которые не могут быть факторизованы (например,  $W(k, \varphi) = W(k) \delta(\varphi - \vartheta(k))$ ) на плоскости  $\varphi K$ : (a) - некоторый гипотетический случай; (b) - распределение, возникающее на линейной стадии гидродинамической неустойчивости электронного пучка в плазме; (c) - распределение, возникающее на линейной стадии распадающей неустойчивости вида  $t \rightarrow t + \ell$ .

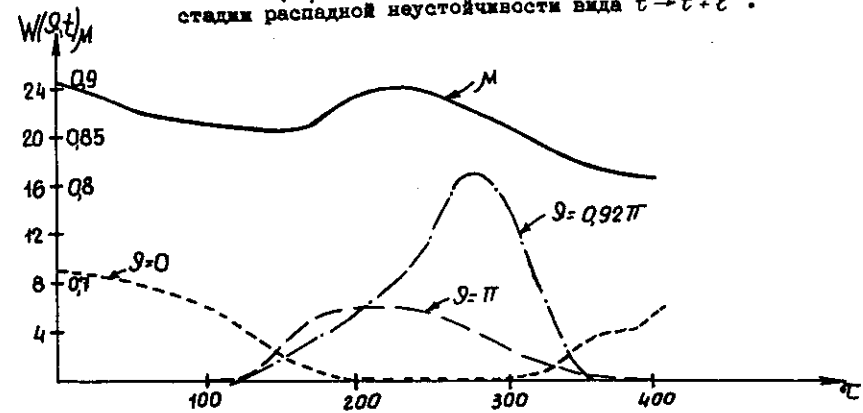


Рис. 5. Зависимости  $W_{\max}(0, t)$ ,  $W_{\max}(\pi, t)$ ,  $W_{\max}(0,92\pi, t)$  и анизотропии  $M$  как функции времени для случая  $\Delta K \ll 2K_*$ .

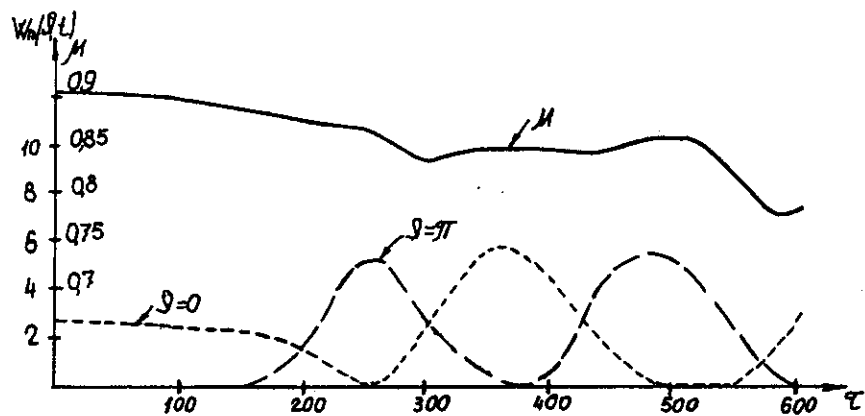


Рис. 6. Зависимости  $W_{max}(0,t)$ ,  $W_{max}(x,t)$  анизотропии  $\mu$  как функции времени для случая  $\Delta k = 2k_0$ .

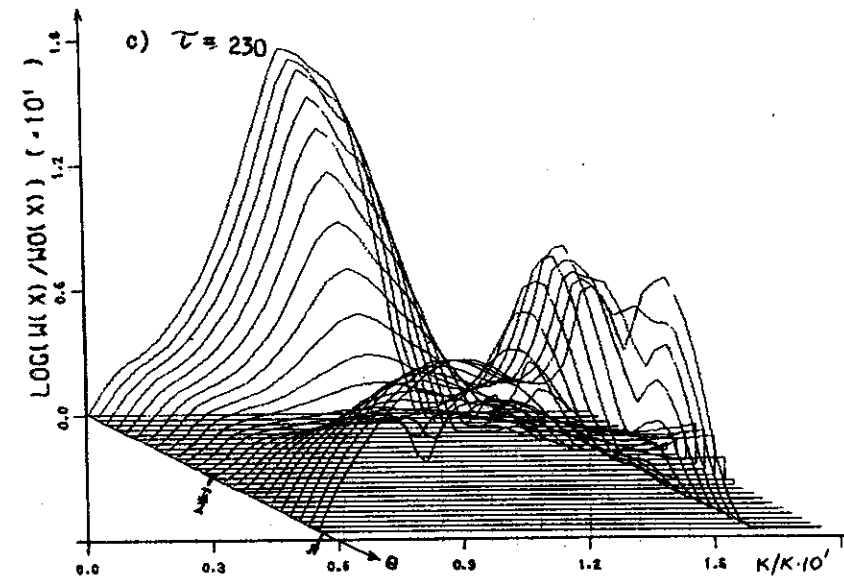
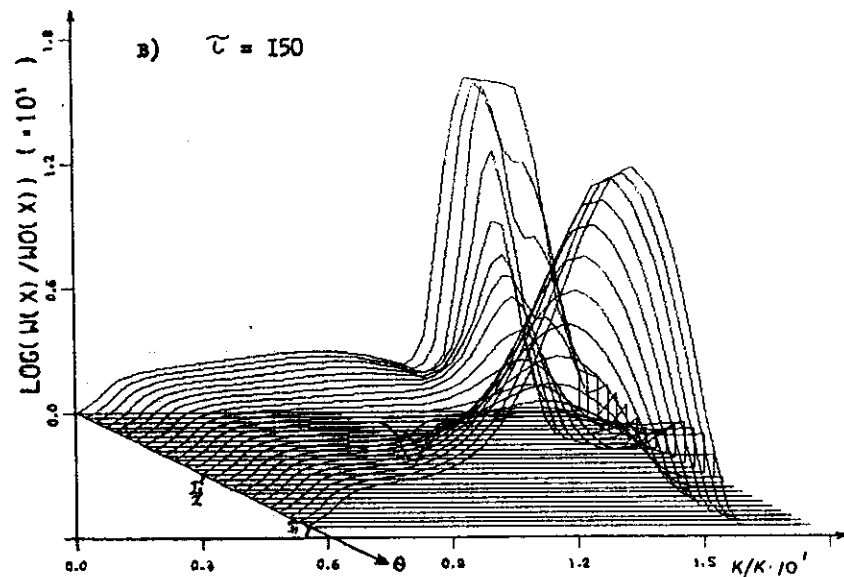
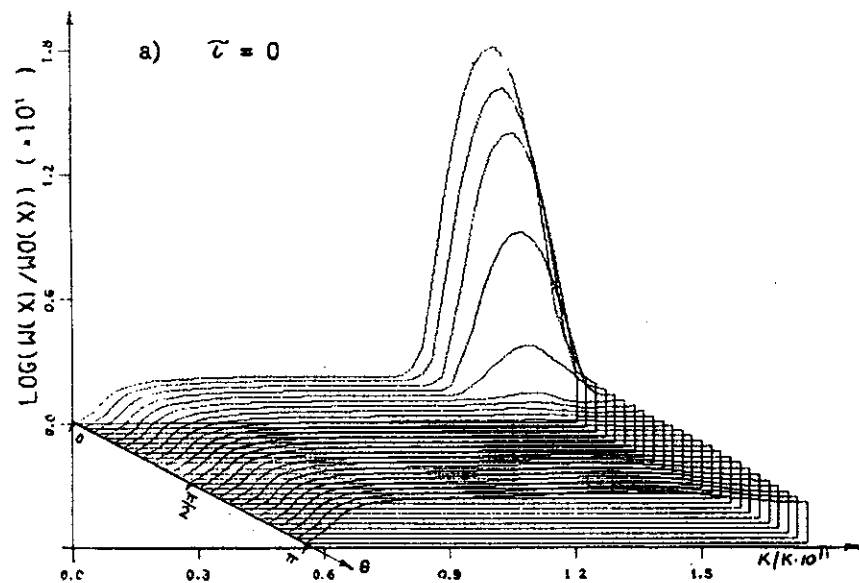


Рис. 7. Функция  $W(k, \varphi)$  в случае (I) для трех моментов времени  $\tau_1 = 0$ ,  $\tau_2 = 150$  и  $\tau_3 = 230$ .

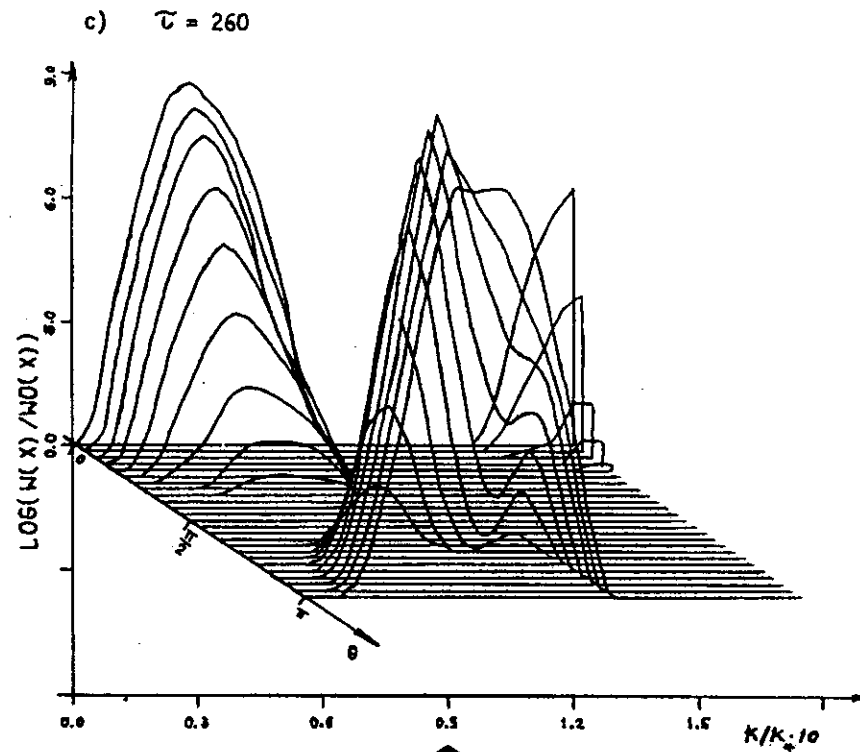
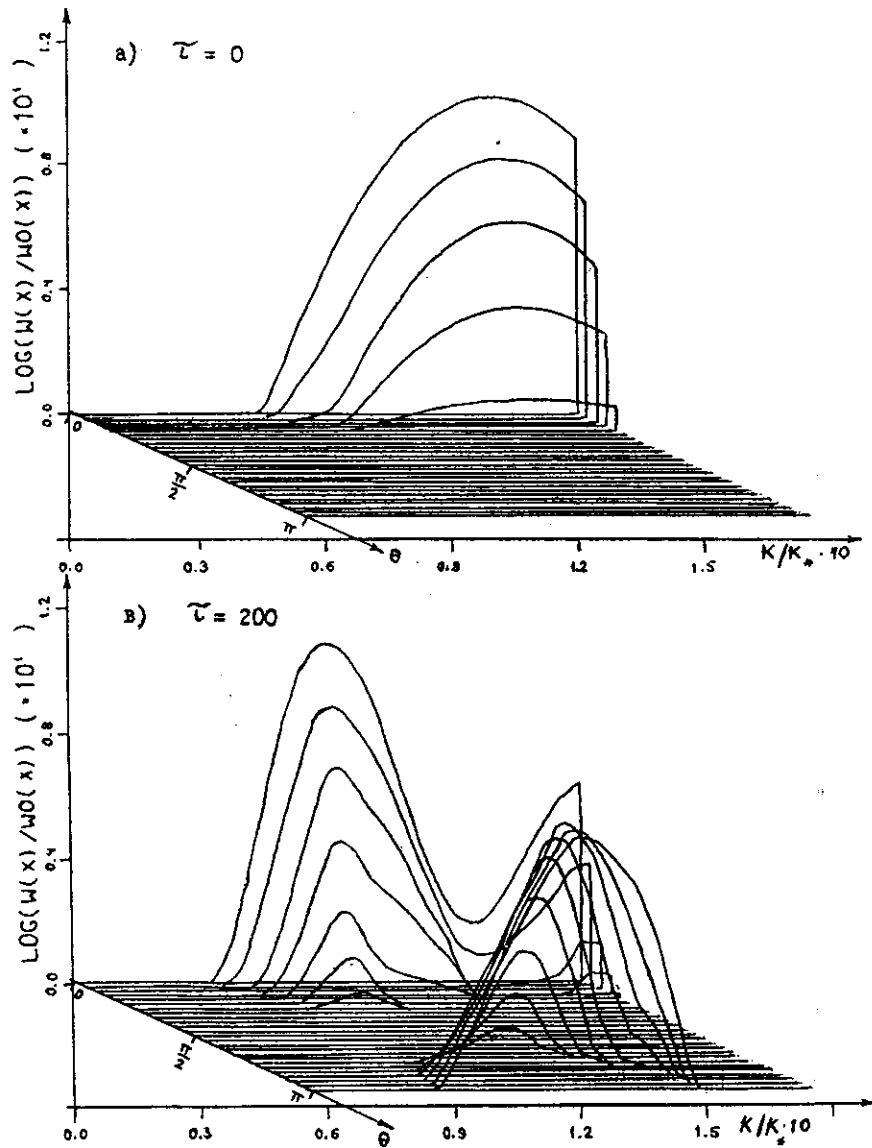


Рис. 8. функция  $W(k, \theta)$  в случае (2) для  $\tau_1 = 0$ ,  $\tau_2 = 200$  и  $\tau_3 = 260$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. В.Н.Цытович. Теория турбулентной плазмы .М., Наука, 1971.
2. А.С.Кингсеп, Л.И.Рудаков. ЖЭТФ, 58, 582, 1970.
3. V.G.Makhankov, B.G.Shchinov. Computer Phys.Comm.,4,327, 1972.  
Б.С.Гетманов, В.Г.Маханьков, Б.Г.Шинов. Сообщение ОИЯИ, Р9-6432,  
Дубна, 1972.
4. В.А.Гудкова, В.А.Липеровский. ПМТФ, 3, II, 1970.
5. Б.С.Гетманов, В.Г.Маханьков. Препринт ОИЯИ, Р4-6952, Дубна,1973.
6. Л.И.Рудаков. ЖЭТФ, 59, 2091, 1970.
7. Б.Н.Брейзман, Д.Д.Рятов, П.З.Чеботаев. ЖЭТФ, 62, 4, 1972.
8. Б.Н.Брейзман, В.Е.Захаров, С.Л.Мумер. ЖЭТФ, 64, 1297,1973.
9. Б.С.Гетманов, Е.П.Индков, В.Г.Маханьков. Совещание по программи-  
рованию и математическим методам решения физических задач.  
Дубна, октябрь-ноябрь 1973, Д10-7707, ОИЯИ, Дубна, 1974.
10. Л.И.Рудаков. ДАН, 207, 821, 1972.
11. Х.О.Абдуллоев, И.Л.Боголюбский, В.Г.Маханьков.  
Preprint JINR E9-7717, Dubna, 1974.
12. A.S.Kingssep, L.I.Rudakov, R.N.Sudan. Phys.Rev.Lett.,31, 1482,1973.
13. Л.М.Дегтярев, В.Г.Маханьков, Л.И.Рудаков. ЖЭТФ, 67, 533, 1974.

Рукопись поступила в издательский отдел

II сентября 1974 г.