сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р11-82-230

С.Н.Доля, Е.П.Жидков, С.Б.Рубин,
Х.И.Семерджиев

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБРАЗОВАНИЯ ФРОНТА ИОНИЗАЦИИ ПРИ ИНЖЕКЦИИ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В КАМЕРУ С ГАЗОМ

1982

В настоящее время продолжается интенсивное экспериментальное и теоретическое изучение процессов, происходящих при инжекции релятивистского электронного пучка в газ [1,2].

В данной работе проводится полуаналитическое /с использованием гриновской функции для электрического поля/ получисленное /создана программа для решения на ЭВМ уравнений движения крупных частиц/ рассмотрение взаимодействия пучка электронов с остаточным газом в ограниченной цилиндрической камере.

Принятый подход позволяет определить степень влияния различных факторов на образование виртуального катода /ВК/, скорость движения фронта ионизации и ускорение отдельных пробных ионов газа.

При инжекции пучка в вакуум взаимодействие частиц пучка с их "изображением" в металлической анодной фольге /являющейся одной из торцовых стенок камеры/ и влетевшими ранее в камеру частицами приводит к продольному "запиранию" пучка и образованию ВК. Этим взаимодействием определяется в нашем случае критический ток.

В настоящих расчетах оказывается, что обнаруженное в [3] осциллирование положения ВК не влияет существенно на величину напряженности электрического поля и распределение разности потенциалов между фронтом пучка и анодной фольгой. Выдача данных проводилась с шагом, в реальном времени соответствующим 10^{-12}с, и наблюдался потенциальный барьер с глубиной, соответствующей 2-кратной энергии электронов.

В случае инжекции пучка в газ учитывалась зависимость сечения ионизации атомов газа от скорости электронов пучка /при торможении электронов в окрестности образующегося ВК их скорость может уменьшаться до $v_e \sim 5 \cdot 10^8$ см/с, при таких скоростях эффективное сечение ионизации атомарного и молекулярного водорода более чем на два порядка превышает соответствующее сечение для релятивистских электронов [4]/.

Приводятся графики начального этапа накопления ионов, плотности пучка при инжекции в вакуум и в газ.

Принятая модель позволяет регулировать фронт инжектируемого пучка. В программе предусматривается возможность переноса процесса инжекции в следующую аналогичную камеру.

I

Математическая модель процессов внутри дрейфовой камеры строится на основе "самосогласованного" квазистатического приближения. В таком приближении обычно принимают, что движение частиц электронного пучка определяется лишь электрическим полем, зависящим, в свою очередь, от расположения самих частиц в данный момент времени. Т.о., уравнения движения частиц решают совместно с уравнением Пуассона для потенциала. Правая часть уравнения Пуассона в каждый момент времени t находится как плотность заряда в получившемся распределении частиц. Собственное магнитное поле движущихся зарядов не учитывается.

Радиальная степень свободы далее предполагается стабилизированной наложенным постоянным магнитным полем.

Инжектируемый в камеру релятивистский пучок моделируется в виде последовательности сгустков /крупных частиц, имеющих форму бесконечно тонких дисков радиуса b с постоянной плотностью заряда, запускаемых в камеру сквозь торцовую стенку $(z=0)$ через равные промежутки Δt времени с постоянной скоростью v_0 /.

Расположение камеры /с идеально проводящими стенками/ относительно системы координат и обозначение размеров даны на рис.1.

Формально распределение заряда сгустка с номером $j\,(j=1,2,3..)$, полным зарядом $Q_j = eN_j$ /где N_j - полное число частиц в сгустке, e - заряд электрона/ представляется выражением

$$\rho_j = \rho_{0j}\,\delta(z - x_j(t))[\theta(r) - \theta(r-b)], \quad \rho_{0j} = \frac{Q_j}{\pi b^2}, \qquad /1/$$

$\theta(\xi)$ - единичная функция.

Уравнение для потенциала Φ в случае, когда внутри камеры вакуум, имеет вид

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = -4\pi \sum_j \rho_{0j}\,\delta(z-x_j(t))[\theta(r) - \theta(r-b)]. \qquad /2/$$

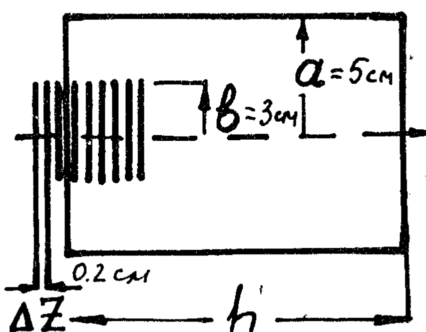

Рис.1

Суммирование в /2/ распространено по тем номерам j, для которых соответствующие частицы в рассматриваемый момент времени t находятся внутри камеры.

Если до инжекции в камере находился нейтральный газ, то необходимо учитывать его ионизацию пучком /влетающими сгустками/ и в /2/ должен быть добавлен вклад от плотности заряда, обусловленный возникающими ионами и вторичными электронами. Ниже считается, что масса родившихся ионов настолько велика, что в процессах, развивающихся в камере, их движение можно не учитывать. До возникновения значительной степени компенсации ионами заряда электронного пучка не учитывается также влияние заряда родившихся вторичных электронов*.

Для расчета плотности образующихся при ионизации ионов обычно используют формулу

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = n_g\,\sigma(v)\,v\cdot n_e\,, \qquad /3/$$

где n_g - плотность нейтрального газа, $\sigma(v)$ - сечение ионизации, n_e - плотность электронов в пучке, v - относительная скорость электронов и молекул газа. В рассматриваемом случае в соответствии с /1/

$$n_e = \frac{1}{e}\sum_j \rho_{0j}\,\delta[z - x_j(t)][\theta(r) - \theta(r-b)]\,. \qquad /4/$$

Вместо v ввиду "неподвижности" родившихся ионов в /3/ будет стоять соответствующая скорость электронов. Для упрощения учета резонансного вклада в сечение ионизации далее сечение σ считается кусочно-постоянной функцией v:

$$\sigma(v) = \begin{cases} \sigma_1\,, & 0 < |v| < v_s\,, \\ \sigma_2\,, & |v| \geq v_s\,, \end{cases} \qquad /5/$$

где v_s, σ_1, σ_2 - константы /в конкретных вычислениях принималось $v_s \sim 0{,}1\cdot c$, а постоянные сечения $\sigma_1 = 2\cdot 10^{-17}$, $\sigma_2 = 10^{-18}\,см^2$/.

После учета сделанных замечаний /3/ принимает вид /точкой обозначено дифференцирование по t /

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = \frac{n_g}{e}\sum_j \rho_{0j}\,\sigma(\dot{x}_j)\,|\dot{x}_j|\,\delta(z-x_j(t))[\theta(r) - \theta(r-b)]\,. \qquad /6/$$

Заметив, что $\dot{x}\,\delta(z-x(t)) = \frac{d}{dt}[\theta(z) - \theta(z-x(t))]$, и вводя вместо /5/ функцию

$$\delta_0(\dot{x}) = \sigma(\dot{x})\,\mathrm{sign}(\dot{x})\,, \qquad /7/$$

можно проинтегрировать /6/**. Пусть для сгустка с номером j моменты времени t_j^+, t_j°, t_j^- соответствуют значению скорости $\dot{x}_j = v_s$, $\dot{x}_j = 0$, $\dot{x}_j = -v_s$ /если такие скорости в процессе

---

*До тех пор, пока поле $\bar{E}$ в зоне электронного пучка достаточно велико, эти электроны быстро уходят из объема пучка к стенкам камеры. Условно считаем, что такие электроны имеют нулевую массу. После уменьшения $\bar{E}$ вторичные электроны необходимо учитывать.

**См. приложение.

движения этой частицы достигаются/. Тогда после интегрирования /6/ по времени для плотности ионов получится выражение:

$$n_i(t,r,z)=\frac{n_g}{e}[\theta(r)-\theta(r-a)]\{\sum_j \rho_{0j}\sigma_0(\dot{x}_j(t))[\theta(z)-\theta(z-x_j(t))]-$$

$$-\sum_j \rho_{0j}[(\sigma_2-\sigma_1)\sum_{t_j^+}(\theta(z)-\theta(z-x_j(t_j^+)))\,\mathrm{sign}(\ddot{x}_j(t_j^+))+ \qquad /8/$$

$$+2\sigma_1\sum_{t_j^\circ}(\theta(z)-\theta(z-x_j(t_j^\circ)))\,\mathrm{sign}(\ddot{x}_j(t_j^\circ))+$$

$$+(\sigma_2-\sigma_1)\sum_{t_j^-}(\theta(z)-\theta(z-x_j(t_j^-)))\,\mathrm{sign}(\ddot{x}_j(t_j^-))]\}.$$

В /8/ суммирование по j соответствует номерам тех частиц, которые к моменту t были запущены в камеру /несмотря на то, что к этому моменту некоторые из них могли уже выйти из камеры/, а внутренние суммы относятся только к тем из частиц, у которых за время от момента влета в камеру и до момента t скорость движения принимала значения либо v_s, либо нуль, либо $-v_s$, или, быть может, все эти значения.

Итак, при учете ионизации, производимой пучком, следует вместо /2/ решать уравнение

$$\Delta\Phi=-4\pi e(n_i-n_e), \qquad /9/$$

где n_e, n_i определяются соответственно из /4/, /8/. В обоих случаях Φ должен удовлетворять граничному условию

$$\Phi|_\Sigma=0 \qquad /10/$$

(Σ - внутренняя поверхность камеры).

Правая часть уравнения /9/ /или /2// является известной функцией от r, z, параметрически зависящей от времени через функции $x_j(t)$. Эти функции подлежат далее определению; однако, не уточняя пока параметрическую зависимость от t, для каждого момента времени можно написать явно решение для Φ, если воспользоваться разложением Φ по собственным функциям области V, соответствующей внутренности камеры. Получится:

$$\Phi(t,r,z)=e\int_{V'}[n_e(r',z',t)-n_i(r',z',t)]\sum_{\ell,m=1}^{\infty}\frac{\phi_{\ell m}(r,z)\,\phi_{\ell m}(r',z')}{\omega^2_{\ell m}}\,dV'. \qquad /11/$$

Собственные функции $\phi_{\ell m}$, удовлетворяющие условию /10/, имеют вид

$$\phi_{\ell m}=\frac{2\sqrt{2}\,c}{a\sqrt{h}}\cdot\frac{J_0(\nu_\ell r/a)}{J_1(\nu_\ell)}\sin\frac{m\pi z}{h}, \quad \omega_{\ell m}=c\sqrt{\left(\frac{\nu_\ell}{a}\right)^2+\left(\frac{m\pi}{h}\right)^2}, \qquad /12/$$

ν_ℓ, (ℓ=1,2,3.)- корни уравнения $J_0(\xi)=0$, c - скорость света.

Учитывая /2/, /8/, /12/, можно выполнить интегрирование по r', z' в /11/. В результате в выражение для Φ войдут суммы по j, $(t_j^\pm, t_j^\circ)$, m, ℓ. При этом внутренней суммой можно сделать сумму по ℓ. Эта сумма оказывается вида

$$\theta_m(r)\equiv\sum_{\ell=1}^{\infty}\frac{J_1(\nu_\ell b/a)\,J_0(\nu_\ell r/a)}{\nu_\ell J_1^2(\nu_\ell)[(\frac{\nu_\ell}{a})^2+(\frac{m\pi}{h})^2]} \qquad /13/$$

и приводится к конечному выражению, см./5/,

$$\theta_m=\frac{ah}{2\pi b}\{\frac{h}{\pi m^2}-\frac{b}{m}I_0(\frac{m\pi r}{h})A_m\},\quad A_m=K_1(\frac{m\pi b}{h})+K_0(\frac{m\pi a}{h})\,I_1'(\frac{m\pi b}{h})/I_0(\frac{m\pi a}{h}) \qquad /14/$$

/при $r\le b$ /. Таким образом, двойная сумма (ℓ,m), превращается в одинарную (m).

При вычислении Φ, $\bar{E}$ и сил, действующих на отдельные сгустки, удобно учесть, что полная величина Φ, $\bar{E}$ в какой-либо точке (r,z) в момент t образуется из вкладов, создаваемых отдельными сгустками, т.е. представляется "истокообразно". Если $x(t)$ - положение такого источника, то необходимая для вычисления сил парциальная составляющая поля E_z в точке (r,z), создаваемая источником /с учетом произведенной при его движении ионизации/, выражается формулой /фактически функцией Грина/:

$$E_z(r,z;x(t))=-\frac{4Q}{b^2}\begin{cases}-x/h, & z>x\\ 1-x/h, & z<x\end{cases}+\frac{8Q}{bh}\sum_{m=1}^{\infty}A_m I_0(\frac{m\pi r}{h})\cos\frac{m\pi z}{h}\cdot\sin\frac{m\pi x}{h}+$$

$$+\frac{8n_gQ}{\pi b^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m^2}[\frac{h}{\pi m}-bI_0(\frac{m\pi r}{h})A_m]\cos\frac{m\pi z}{h}\{\sigma_0(\dot{x})[\theta(z)-\theta(z-x)](1-\cos\frac{m\pi x}{h})-$$

$$-(\sigma_2-\sigma_1)\sum_{t^+}\mathrm{sign}(\ddot{x}(t^+))(1-\cos\frac{m\pi x(t^+)}{h})[\theta(z)-\theta(z-x(t^+))]- \qquad /15/$$

$$-2\sigma_1\sum_{t^\circ}\mathrm{sign}(\ddot{x}(t^\circ))(1-\cos\frac{m\pi x(t^\circ)}{h})[\theta(z)-\theta(z-x(t^\circ))]-$$

$$-(\sigma_2-\sigma_1)\sum_{t^-}\mathrm{sign}(\ddot{x}(t^-))(1-\cos\frac{m\pi x(t^-)}{h})[\theta(z)-\theta(z-x(t^-))]\}.$$

В /15/ появился разрывный член, соответствующий скачку составляющей E_z при переходе через плоскость источника /сгусток-диск является бесконечно тонким/. При переходе от /11/ к проинтегрированной форме с учетом /14/, в выражении для Φ член наинизшего порядка сходимости по m выражается рядом $\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m^2}\sin\frac{m\pi z}{h}\sin\frac{m\pi x}{h}$, который нельзя почленно дифференцировать по z, хотя это необходимо при вычислении E_z. Однако ряд сворачивается к некоторой функции $f(z)$, имеющей разрывную производную. При дифференцировании этой функции и появляется в /15/ разрывный член*.

Сила, действующая на сгусток с номером i со стороны поля /15/, получается после вычитания выражения

$$\int_{\bar{V}} \rho_i (z,r,x_i(t)) E_z(r,z;x_j(t)) d\bar{V} \equiv \mathcal{F}(x_j;x_i), \qquad /16/$$

где ρ_i определяется по формуле /1/.

Вычисление /16/ дает:

$$\mathcal{F}(x_j;x_i) = \frac{4Q_iQ_j}{b^2} \begin{Bmatrix} 1-x_j/h, & x_j<x_i \\ -x_j/h, & x_j>x_i \end{Bmatrix} + \frac{16\,Q_iQ_j}{\pi b^2} \sum_{m=1} \frac{A_m}{m} I_1\left(\frac{m\pi b}{h}\right) \times$$

$$\times \cos\frac{m\pi x_i}{h} \sin\frac{m\pi x_i}{h} + \frac{16 n_g Q_i Q_j h}{\pi^2 b^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2}\left[\frac{1}{2} - A_m I_1\left(\frac{m\pi b}{h}\right)\right] \cos\frac{m\pi x_i}{h} \times$$

$$\times \Big\{ \sigma_0(\dot{x}_j)\left(1-\cos\frac{m\pi x_j}{h}\right) - (\sigma_2-\sigma_1)\sum_{t_j^+} \mathrm{sign}(\ddot{x}_j(t_j^+))\left(1-\cos\frac{m\pi x_j(t_j^+)}{h}\right) -$$

$$-2\sigma_1 \sum_{t_j^\circ} \mathrm{sign}(\ddot{x}_j(t_j^\circ))\left(1-\cos\frac{m\pi x_j(t_j^\circ)}{h}\right) - (\sigma_2-\sigma_1)\sum_{t_j^-} \mathrm{sign}(\ddot{x}_j(t_j^-)) \times$$

$$\times \left(1-\cos\frac{m\pi x_j(t_j^-)}{h}\right)\Big\}. \qquad /17/$$

Первый член в фигурной скобке и следующая за ним сумма есть вклад непосредственного силового взаимодействия сгустков i,j /в вакууме, но с учетом стенок камеры/. Остальные члены возникли за счет ионизации, произведенной сгустком с номером j. В случае $i=j$ формула /17/ упрощается. Вместо разрывного члена появляется член $-\frac{4Q^2}{h^2}\left(\frac{1}{2}-\frac{x_i}{h}\right)$.

Полная сила, действующая на i-й сгусток в момент t, определяется суммированием по всем номерам j сгустков, инжектированных к этому моменту в камеру. В том случае, если некоторые сгустки уже покинули камеру /через торцовые стенки $z=0$, $z=h$ /, члены, соответствующие их непосредственному взаимодействию с i-м сгустком, должны быть исключены из /17/. Однако влияние произ-

---

*Точно так же нельзя было бы почленно дифференцировать и двойной ряд после интегрирования в /11/. Но непосредственное выделение особенности в двойном ряде было бы сложнее. В этом отчасти заключается смысл преобразования /13/-/14/.

веденной вылетевшими сгустками ионизации остается, поэтому остальные члены в выражениях типа /17/ должны удерживаться и после выхода соответствующего источника из камеры.

Система уравнений движения сгустков на k-м этапе ($t_k=k\cdot\Delta t$, $t_k \le t \le t_{k+1}$), т.е. после запуска k сгустков в камеру, имеет вид

$$M_i \frac{d}{dt}(\gamma_i x_i) = \sum_{j=1}^{k} \mathcal{F}(x_j;x_i), \qquad i=1,2,\ldots k, \qquad /18/$$

где $M_i=m_0N_i$ - масса i-того сгустка / m_0 - масса электрона/, $\gamma_i=(1-\beta_i^2)^{-1/2}$, $\beta_i=\dot{x}_i/c$.

К уравнениям /18/ добавляются уравнения движения некоторого количества "пробных ионов". Пробные ионы тоже представляются в виде частиц-дисков, что несколько уменьшает громоздкость выражений для действующих на них сил, стандартизируя последние. Однако для приведения в соответствие со случаем точечных ионов в массу пробных ионов при этом необходимо ввести поправочные коэффициенты порядка нескольких единиц.

II

Изложенная аналитическая модель реализована в программе на языке фортран для ЭВМ CDC-6500 и состоит из 12 подпрограмм. Анализировалось несколько случаев: инжекция пучка в вакуумную камеру, инжекция пучка в камеру с газом, кроме того, дополнительно прослеживалось движение некоторого числа пробных ионов.

Предусмотрено, что крупные частицы могут иметь разные числа электронов. Т.о., можно формировать фронт пучка.

Предусмотрено "выключение" частиц, вышедших из камеры. В момент выхода частицы из камеры запоминается ее скорость, а также произведенная ею ионизация. Воздействие самой частицы на остальные частицы с этого момента не учитывалось.

В процессе счета программа выдает следующую информацию:

1/ Число всех запущенных частиц и номера частиц, находящихся в камере в данный момент.

2/ Координаты и скорости всех "электронов" и пробных "ионов".

3/ Плотность электронную и ионную, Φ, E_z, на некоторой равномерной сетке по z $(0 \le z \le h)$ и дополнительно зависимость Φ, E_z от радиуса r $(0 \le r \le b)$.

Интегрирование уравнений движения частиц /18/ и пробных ионов производилось сначала для определения порядка точности методом Мерсона [8], а затем для экономии времени счета была составлена новая программа по методу Рунге-Кутта четвертого порядка.

Число уравнений в системе /18/ возрастает в процессе счета из-за инжекции новых частиц.

Однако часть частиц вылетает из камеры. Этот факт используется для редукции числа уравнений в /18/. Именно в данный момент интегрируются только те уравнения в /18/, которые соответствуют находящимся в камере частицам, а в правых частях уравнений вклады, соответствующие вылетевшим частицам, исключаются. Этим достигается значительная экономия времени счета.

При вычислении правых частей уравнений движения разрывная функция в выражениях типа /17/ заменяется конечным отрезком ее ряда Фурье*: $\frac{2}{\pi}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m}\cos\frac{m\pi z}{h}\sin\frac{m\pi x}{h}$, и объединяется с последующей тригонометрической суммой в этом выражении. В результате этого коэффициенты, зависящие от функции Бесселя, можно вычислять только один раз за все время интегрирования. Далее, все выражения типа /7/ сводятся к суммам вида $\sum_{k=1}^{K} a_k \sin kx$, $\sum_{k=1}^{K} b_k \cos kx$, которые вычисляются по модифицированным нами вариантам экономичных алгоритмов /7/. При этом для вычисления указанных сумм приходится обращаться к стандартным программам тригонометрических функций только один раз. Тем самым достигается по меньшей мере трехкратная экономия машинного времени.

В программе кусочно-постоянную функцию, изображенную на рис.10, аппроксимируем частичной суммой ее ряда Фурье:

$$\sigma_0(\dot{x}) \approx \frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{\hat{}}\frac{1}{k}[(\sigma_2-\sigma_1)\cos(\frac{k\pi v_s}{c})+\sigma_1-\sigma_2(-1)^k]\sin(\frac{\pi k\dot{x}}{c}).$$

Более высокой точности и экономии времени можно достичь, если для этого ряда построить тригонометрические аппроксиманты Паде /8/, что и предполагается в дальнейшем.

III

Созданная программа была испытана в некоторых пробных расчетах для случая камеры с размерами $h = 10$ см, $a = 5$ см и пучка с радиусом $b = 3$ см. Ниже приводятся результаты этих расчетов.

При вылете пучка из анодной фольги в свободное ($h=\infty$, $a=\infty$) пространство частицы начинают тормозиться за счет взаимодействия со своим "изображением" в анодной фольге и частицами, вылетевшими ранее. Сила торможения пропорциональна числу частиц в отдельном сгустке /рассчитывались варианты, при которых каждый сгусток содержал от 10^8 до 10^{14} частиц, $\beta_0 = 0,9$, интервал запуска частиц $\Delta z = 0,2$ см, что соответствует току пучка от 2,4 А до 2,4 мА/. Частицы с $N_e > 10^{11}$ каждый раз останавливались, различной была лишь длина торможения. Тормозились все частицы пучка, в том числе и принадлежащие его фронту, несмотря на то, что на них действовала сила отталкивания /эта сила является результатом ограниченности пучка по радиусу/ от инжектированных позднее частиц. В этом смысле критический ток пучка равен нулю.

*Таким образом, на самом деле происходит некоторое "размазывание" крупных частиц по координате z.

После того, как была "установлена" еще одна фольга на расстоянии $h = 10$ см от первой, ситуация изменилась. На частицы, пролетевшие расстояние $\Delta z = 5$ см, превалирующее действие оказывает притяжение к этой фольге, и пучок с током 3 кА проходит сквозь такую систему экранов.

Резонатор, образованный двумя плоскостями /фольгами/, закороченными обечайкой с радиусом 5 см, пропускает примерно такой же ток. Влияние обечайки заключается в том, что немного уменьшается тормозящая сила вблизи левой стенки и ускоряющая вблизи правой. Пучок в таком резонаторе электростатически неустойчив. Минимальная скорость частиц пучка с числом частиц в отдельном сгустке $N_e = 10^{11}$ составляет 0,7 с, наблюдается некоторая группировка крупных частиц, однако "перегона" еще не происходит, т.е. частицы последовательно летят одна за другой.

Более подробно было проанализировано начальное поведение пучка с током 24 кА /число частиц в сгустке - 10^{12}/. При инжекции в вакуумную камеру в первые моменты после инжекции пучок проходит значительное расстояние, имея плотность, близкую к начальной, рис.2 /в масштабе, данном на рис.2, плотность в начальном пучке соответствует 2,5/. К моменту времени $T = ct = 9,5$ плотность тока падает, и вблизи анодной фольги образуется ВК с плотностью, в 6 раз превышающей плотность входящего пучка. Затем плотность частиц несколько уменьшается, ВК пульсирует и смещается к аноду, после чего процесс с периодом ~0,2 нс не повторяется. Каждый раз некоторая часть пучка "отрывается" от ВК и перемещается к правой стенке.

На рис.3 приведено распределение /в логарифмическом масштабе/ электрического поля и потенциала /в линейном масштабе/. Распределение дано для оси пучка ($r=0$). Рассматривались также поле и разность потенциалов для $r = 1,5$ и 3 см. Эти значения несколько меньше, чем на оси пучка, и уменьшаются к краю пучка примерно на 20% по сравнению с его центральной областью.

Как видно из рисунка, даже для этого умеренного тока пучка напряженность поля достигает значительной величины - $E_z \sim 1,2$ МВ/см. Перед фронтом пучка E_z имеет несколько меньшее значение и другой знак. Разность потенциалов между стенкой и фронтом пучка достигает значений $\Delta\Phi_{max} \simeq 1,2$ МВ, величина эта сохраняется по всей длине камеры. Это связано с тем, что длина камеры мала по сравнению с длиной камер, обычно используемых в экспериментах.

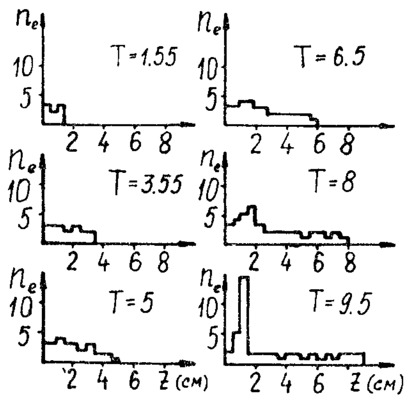

Рис.2

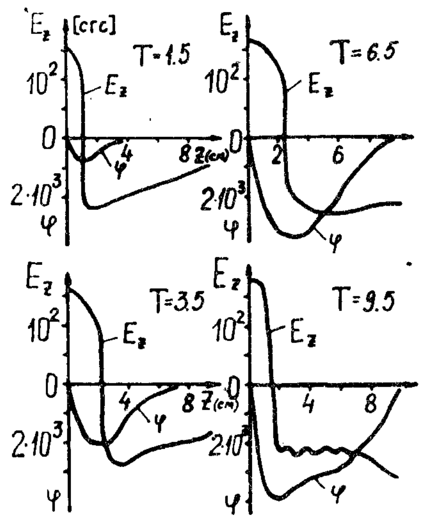

Рис.3

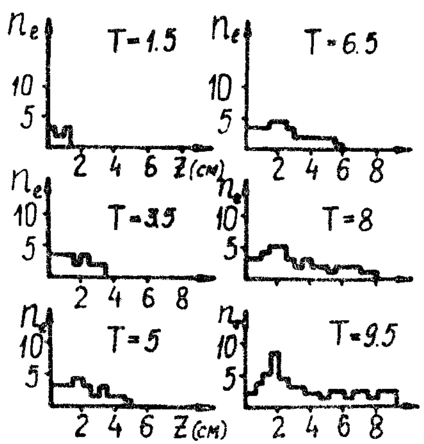

Рис.4

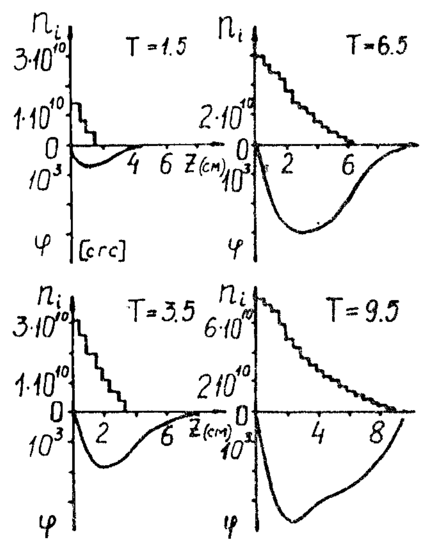

Рис.5

На рис.4 дано распределение плотности электронов, соответствующее инжекции пучка в газ с плотностью $n_g \sim 5\cdot10^{16}$ см$^{-3}$. Число частиц в сгустке $N_e = 10^{12}$ /ток 24 кА/. Графики на рис.4 следует сравнивать с аналогичными на рис.2.

До момента времени $T=5$ распределение электронов /при возникновении ионизации/ не отличается от вакуумного варианта. Для $T=ct=9,5$ появляется отличие: ВК теперь несколько продвинулся к правой стенке.

На рис.5 приведено распределение плотности родившихся ионов /плотность пучка при инжекции равна $1,8\cdot10^{11}$/. Видно, как она нарастает по мере ионизации остаточного газа, однако плотность ионов все еще меньше плотности электронов в инжектируемом пучке.

В момент $T \sim 1,05$ "включались" пробные ионы, расположенные вблизи /$z < 0,5$ см/ анодной фольги. Темп изменения их скоростей и координат соответствует ускорению в поле с напряженностью 1 МВ/см. За рассматриваемый отрезок времени $T=10$ ионы прошли расстояние 0,15 см и набрали скорость 0,02 c.

Был рассмотрен случай, когда "ступенька" в сечении ионизации отсутствует. Само сечение в этом случае полагалось $\sim 5\cdot10^{-18}$ см^2, и, чтобы сравнить влияние произведенной ионизации с учетом ступеньки, следует уменьшить полученную в этом случае ионизацию в 5 раз. Распределения n_i, n_e приведены на рис.6,7 для различных T. Там же дано значение $\Delta\Phi$ между стенками и фронтом пучка. Наблюдается продвижение ВК по сравнению с вакуумным

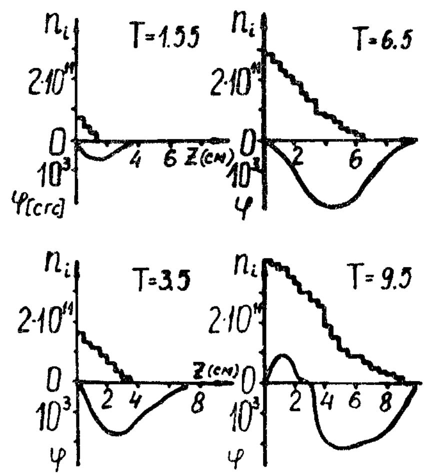

Рис.6

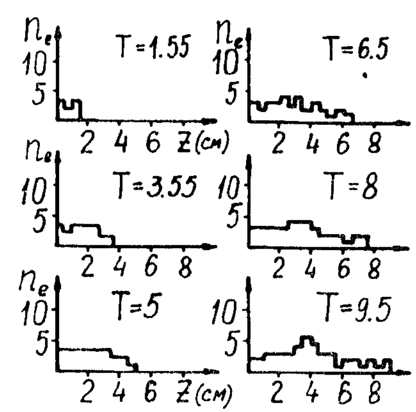

Рис.7

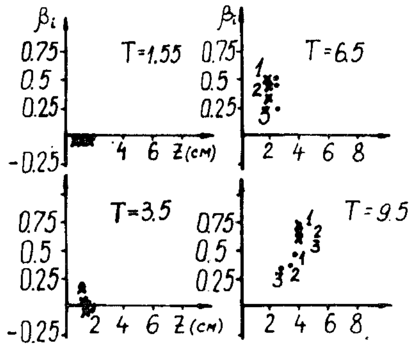

Рис.8

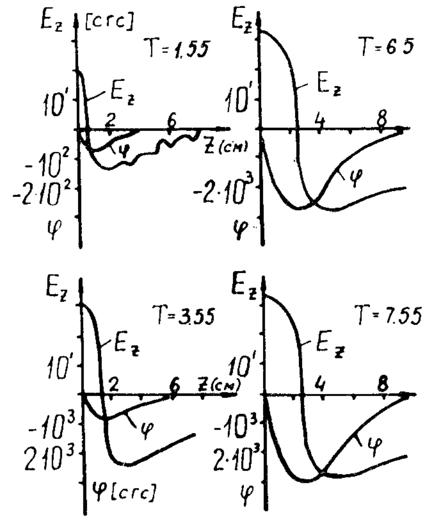

Рис.9

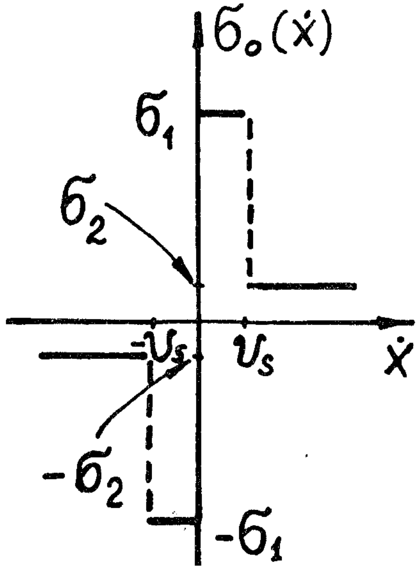

Рис.10

случаем, теперь он образуется перед ионным фронтом. Вклад от ступеньки в сечение ионизации оказался мал на рассмотренном промежутке времени.

Разность потенциалов $\Delta\Phi$ уменьшилась существенно к моменту $T=6,5$ по сравнению с $T=1,5$, когда она близка к распределению ионов в вакууме. При $T=9,5$ наблюдается перекомпенсация, т.к. ионная плотность более чем в два раза превосходит электронную /$1,85\cdot10^{11}$/.

Плотность ионов n_i для $T=9,5$ на первом сантиметре от начала координат примерно в 2 раза больше, чем n_e; $\Delta\Phi$ изменила знак, хотя вклад в нее дают все электроны и ионы, находящиеся в камере. Для больших T потенциал еще сильнее трансформируется в нефизичный положительный ионный потенциал, который в реальных экспериментах компенсируется вторичными электронами. Отсутствие учета поля вторичных электронов и его влияния на происходящие процессы является недостатком данной программы.

Для выяснения вопроса о колебаниях ионов в потенциальной яме электронов /$\Phi=0$ на стенках камеры, и рожденные около левой стенки ионы будут тормозиться около правой/ исследовалось движение трех пробных "ионов" с массой, в 900 раз меньшей, чем у протонов. "Ионы" располагались на расстоянии 1; 1,5; 2 см от анодной фольги.

В момент "включения" ($T=1,05$) все ионы оказались в тормозящем поле и начали движение к анодной фольге. Затем фаза колебаний изменилась, ионы начали ускоряться, их координаты и скорости приведены на рис.8. В момент $T=6,05$ ионы имеют близкие координаты, но различные скорости, ускоряются, а при $T=9,5$ их скорость снова начинает уменьшаться. Для $\sigma(v)$ без ступеньки /$\sigma=5\cdot10^{-18}$, $n_g=5\cdot10^{16}$/ скорость движения ВК ~ 0,5 с и пробные ионы захватываются в режим ускорения. На рис.8 координаты и скорости пробных ионов нанесены точками в случае наличия ступеньки в $\sigma(v)$ и крестиками – при ее отсутствии. При равномерном движении ВК "ионы" будут колебаться около него, так что их средняя скорость будет совпадать со скоростью движения ВК. Частота колебаний протонов в таком потенциале будет в 30 раз меньше, такое же число колебаний они совершат к моменту $T=300$ /10 нс/.

На рис.9 приведено распределение напряженности электрического поля и потенциала в камере для вакуумного случая при инжекции в нее пучка с конечным фронтом. Фронт моделировался различным числом электронов в крупных частицах. В данном случае первая частица содержала $N_e=5\cdot10^{10}$ электронов, следующая – $6\cdot10^{10}$ и т.д. до 6-й, далее скорость нарастания тока увеличивалась в 10 раз, седьмая частица содержала $2\cdot10^{11}$ электронов, восьмая – $3\cdot10^{11}$ и т.д. до пятнадцатой, в которой было 10^{12} электронов, и дальше плотность пучка оставалась постоянной. Из анализа графиков на рис.9 следует, что в начальные моменты времени $T=1,5$ /в камеру инжектировано 8 частиц/ напряженность поля и потенциал на порядок меньше, чем для пучка с бесконечно коротким фронтом, а к моменту времени $T=6,5$ эта разница составляет 20%.

В заключение заметим, что программа подготовлена для расчета варианта дрейфовой трубы, состоящей из нескольких камер. Именно в этом случае может реализоваться ситуация, при которой "догоняющие" ВК ионы не будут тормозиться, обогнав фронт пучка ВК, если в этот момент ВК достигнет правой заземленной стенки. В другой камере снова образуется виртуальный катод $ВК_2$, и ускоренные в 1-й камере ионы, пройдя сквозь прозрачную фольгу /или сетку/, смогут увеличивать свою энергию во второй камере. Электроны пучка будут пересекать первую камеру, заполненную плазмой, практически без потери энергии, и, при достаточно большой длительности пучка, можно наращивать энергию ионов.

Увеличение энергии ионов при прохождении двух однотипных камер с газом одинакового давления наблюдалось экспериментально в [9] /кривая 3 на рис.2/.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Учитывая, что $\frac{d}{dt}[\theta(z)-\theta(z-x_j(t))]=\dot{x}_j(t)\delta(z-x_j(t))$, интегрируя это выражение по частям, получаем

$$I(t)=\int_0^t \sigma_0(\dot{x}_j(t))\dot{x}_j\,\delta(z-x_j(t))dt=\int_0^t \sigma_0(\dot{x}_j(t))\frac{d}{dt}[\theta(z)-\theta(z-x_j(t))]\,dt=$$

$$=\sigma_0(\dot{x}_j)[\theta(z)-\theta(z-x_j(t))]\Big|_0^t-\int_0^t[\theta(z)-\theta(z-x_j(t))]\frac{d\sigma_0(\dot{x}_j)}{dt}dt=$$

$$=\sigma_0(\dot{x}_j)[\theta(z)-\theta(z-x_j)]-\int_0^t[\theta(z)-\theta(z-x_j)]\frac{d\sigma_0(\dot{x}_j)}{d\dot{x}_j}\ddot{x}_j\,dt.$$

Функция $\sigma_0(\dot{x})$ изображена на рис.10 /пока опускаем индекс j /. Введем абсолютно непрерывную функцию /вычитая из $\sigma_0(\dot{x})$ скачки/

$$\xi(\dot{x})=\sigma_0(\dot{x})-[\sigma_0(v_s+0)-\sigma_0(v_s-0)]\theta(\dot{x}-v_s)+[\sigma_0(+0)-\sigma_0(-0)]\theta(\dot{x})-$$

$$-[\sigma_0(-v_s+0)-\sigma_0(-v_s-0)]\theta(\dot{x}+v_s).$$

В данном случае $\xi(\dot{x})$ является постоянной. Следовательно,

$$\frac{d\sigma_0}{d\dot{x}}=\{[\sigma_0(v_s+0)-\sigma_0(v_s-0)]\theta(\dot{x}-v_s)+[\sigma_0(+0)-\sigma_0(-0)]\theta(\dot{x})+$$

$$+[\sigma_0(-v_s+0)-\sigma_0(-v_s-0)]\theta(\dot{x}+v_s)\}'_{\dot{x}}=(\sigma_2-\sigma_1)\delta(\dot{x}-v_s)+$$

$$+2\sigma_1\delta(\dot{x})+(\sigma_2-\sigma_1)\delta(\dot{x}+v_s).$$

Если уравнение $\dot{x}_j(t)-v_s=0$ имеет корни t_j^+, уравнение $\dot{x}_j(t)=0$ – корни t_j°, а $\dot{x}_j(t)+v_s=0$ – корни t_j^-, то

$$\frac{d\sigma_0(\dot{x}_j)}{d\dot{x}_j}=(\sigma_2-\sigma_1)\sum_{t_j^+}\frac{\delta(t-t_j^+)}{|\ddot{x}_j(t_j^+)|}+2\sigma_1\sum_{t_j^{\circ}}\frac{\delta(t-t_j^{\circ})}{|\ddot{x}_j(t_j^{\circ})|}+(\sigma_2-\sigma_1)\sum_{t_j^-}\frac{\delta(t-t_j^-)}{|\ddot{x}_j(t_j^-)|}.$$

Окончательно находим:

$$I(t)=\sigma_0(\dot{x}_j(t))[\theta(z)-\theta(z-x_j(t))]-(\sigma_2-\sigma_1)\sum_{t_j^+}\mathrm{sign}(\ddot{x}_j(t_j^+))\times$$

$$\times[\theta(z)-\theta(z-x_j(t_j^+))]-2\sigma_1\sum_{t_j^{\circ}}\mathrm{sign}(\ddot{x}_j(t_j^{\circ}))[\theta(z)-\theta(z-x_j(t_j^{\circ}))]-$$

$$-(\sigma_2-\sigma_1)\sum_{t_j^-}\mathrm{sign}(\ddot{x}_j(t_j^-))[\theta(z)-\theta(z-x_j(t_j^-))].$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Коломенский А.А., Новицкий М.А. ЖТФ, 1976, 46, с.44.
2. Olson C.Z. Phys.Fluids, 1975, 18, p.585.
3. Poukey W., Rostoker N. Plasma Phys., 1971, 13, p.897.
4. Арцимович Л.А. В кн.: Управляемые термоядерные реакции. Физматгиз, М., 1961, с.64.
5. Рубин С.Б., Мамонов В.Н. ОИЯИ, 9-3346-2, Дубна, 1967.
6. Lance G.N. Numerical Methods for High Speed Computers, London, 1960.
7. Math. Science Library, vol.5, publ. No. 60327500A, 1971.
8. Семерджиев Хр. ОИЯИ, Р5-12487, Дубна, 1979.
9. Иванов В.Н. и др. В кн.: Труды II Симпозиума по коллективным методам ускорения. Дубна, 1976. ОИЯИ, Д9-10500, Дубна, 1976, с.114.

Рукопись поступила в издательский отдел
26 марта 1982 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

Д1,2-9224	IV Международный семинар по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1975.	3 р. 60 к.
Д-9920	Труды Международной конференции по избранным вопросам структуры ядра. Дубна, 1976.	3 р. 50 к.
Д9-10500	Труды II Симпозиума по коллективным методам ускорения. Дубна, 1976.	2 р. 50 к.
Д2-10533	Труды X Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий. Баку, 1976.	3 р. 50 к.
Д13-11182	Труды IX Международного симпозиума по ядерной электронике. Варна, 1977.	5 р. 00 к.
Д17-11490	Труды Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1977.	6 р. 00 к.
Д6-11574	Сборник аннотаций XV совещания по ядерной спектроскопии и теории ядра. Дубна, 1978.	2 р. 50 к.
Д3-11787	Труды III Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1978.	3 р. 00 к.
Д13-11807	Труды III Международного совещания по пропорциональным и дрейфовым камерам. Дубна, 1978.	6 р. 00 к.
	Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1978 /2 тома/	7 р. 40 к.
Д1,2-12036	Труды V Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1978	5 р. 00 к.
Д1,2-12450	Труды XII Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий. Приморско, НРБ, 1978.	3 р. 00 к.
	Труды VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1980 /2 тома/	8 р. 00 к.
Д11-80-13	Труды рабочего совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике, Дубна, 1979	3 р. 50 к.
Д4-80-271	Труды Международной конференции по проблемам нескольких тел в ядерной физике. Дубна, 1979.	3 р. 00 к.
Д4-80-385	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1980.	5 р. 00 к.
Д2-81-543	Труды VI Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1981	2 р. 50 к.
Д10,11-81-622	Труды Международного совещания по проблемам математического моделирования в ядерно-физических исследованиях. Дубна, 1980	2 р. 50 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

Доля С.Н. и др. P11-82-230
Моделирование процесса образования фронта ионизации при инжекции релятивистского электронного пучка в камеру с газом

Проведена методическая работа по созданию программы для численного исследования на ЭВМ процессов образования и движения виртуального катода при инжекции релятивистского электронного пучка в короткую цилиндрическую камеру с газом. Приводятся полученные графики распределения поля и потенциала, плотности родившихся из газа ионов и электронов самого пучка. В расчете учтена зависимость сечения ионизации от скорости электронов, этим моделировался резонансный вклад в суммарное сечение ионизации. Показано, что при инжекции пучка в камеру без газа наблюдаются некоторые осцилляции виртуального катода. При наличии у электронного пучка конечного фронта уровень поля на начальном этапе меньше, чем у пучка с резким фронтом. Однако через некоторое время амплитуды поля сравниваются. Проанализировано движение модельных пробных "ионов" в камере.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1982

Dolya S.N. et al. P11-82-230
Simulation of Ionization Front Forming Ptocess at Injection of Relativistic Electron Beam with a Gas Chamber

The methodical work on creation of computer program for numerical study of the processes of forming amd motion of a virtual cathode at the injection of relativistic electron beam into a short cylindrical chamber, filled with gas, has been carried out. The obtained plots of the distributions of fields, potential and density appearing out of ion and electron gas of the beam itself are presented. The dependence of cross-section ionization on the electron velocity has been taken into account at the calculation; the resonance contribution into summarized cross-section of ionization was simulated. It is shown that at the injection into the chamber without gas, some oscillations of the virtual cathode are observed. At the presence of the final front of the beam, the fields level at the initial stage is smaller than for the beam with a sharp front. However, in some time the field amplitudes are compared. The motion of simulated probe "ions" in the chamber is analyzed.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1982

Перевод О.С.Виноградовой.