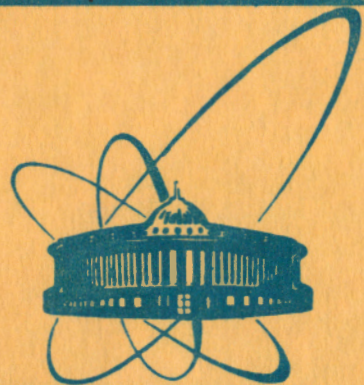


1087/82

9/11-82



сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

P11-81-813

Е.П.Каданцева

О СХОДИМОСТИ
ОДНОЙ РАЗНОСТНОЙ АППРОКСИМАЦИИ
САМОСОГЛАСОВАННОЙ СИСТЕМЫ
УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА
НА КЛАССЕ РАЗРЫВНЫХ РЕШЕНИЙ

1981

Расчет электромагнитных полей, возбуждаемых движением плотных пучков электронов в неоднородных структурах, представляет большой интерес с точки зрения развития коллективных методов ускорения. Важно знать распределение полей и уметь оценивать обратное влияние этих полей на движение пучка.

В работе^{/1/} численно решена задача о влете плотного пучка электронов в резонатор неоднородной структуры. Пучок электронов движется в резонаторе под действием наведенной сторонней волны и собственного поля пучка, которое перестраивается при его движении. Соответствующая группа уравнений Максвелла и релятивистское уравнение движения Ньютона, описывающее движение пучка, решаются методом конечных разностей. Подробно разностный алгоритм решения описан в статьях^{/2,3/}.

В^{/4/} исследуется устойчивость и сходимость в L_2 разностного алгоритма для однородной области и гладких решений.

В настоящей работе исследуется устойчивость и сходимость разностного алгоритма в L_2 в случае неоднородной области Ω и негладких решений. Показано, что при естественном ограничении на отношение шагов сетки $\alpha = \tau/h \leq 1$ алгоритм устойчив в сеточной норме $L_2(\Omega)$. Предполагается существование конечного числа линий разрыва первых производных решения и их ограниченность в Ω . Тогда решение разностной задачи сходится в $L_2(\Omega)$ к решению дифференциальной задачи со скоростью $O(\omega(\tau, h) + \sqrt{h})$. Функция $\omega(\tau, h)$ - модуль непрерывности первых производных решения дифференциальной задачи.

Рассматривается замкнутый коаксиальный резонатор с идеально проводящими стенками. На внутренний цилиндр свободно "надет" кольцевой пучок. Сечения резонатора Ω и пучка электронов $\sigma(\xi)$ представлены на рис.1.

Через β_1, β_2 обозначены вертикальные и горизонтальные участки границы β области Ω . В области Ω решалась следующая краевая самосогласованная задача:

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = -\frac{\partial w}{\partial z},$$

$$\frac{\partial v}{\partial \xi} = \frac{1}{z} \frac{\partial z w}{\partial z} - \frac{4\pi}{c} j_z, \quad j_z = c\rho \frac{dq}{d\xi},$$

$$\frac{\partial w}{\partial \xi} = -\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial z},$$

$$\rho = \begin{cases} \frac{\rho_0}{2\pi z}, & (z, z) \in \sigma(\xi), \\ 0, & (z, z) \notin \sigma(\xi); \end{cases} \quad (I)$$

$$\xi = ct, \quad \xi \in [0, T].$$

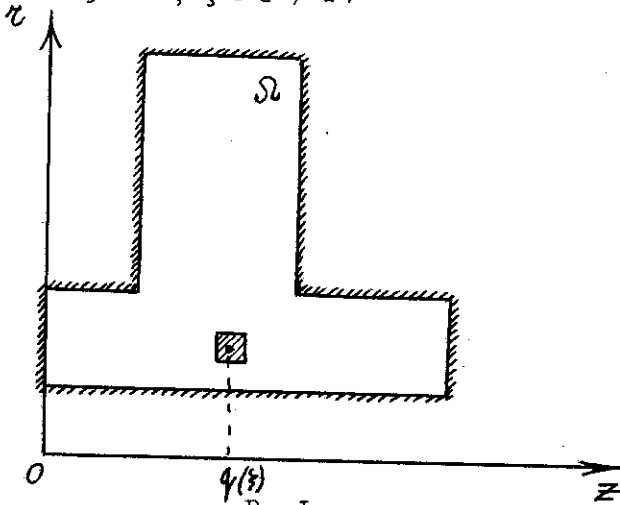


Рис. I

Координата $\varphi(\xi)$ центра сгустка $\sigma(\xi)$ по оси z удовлетворяет релятивистскому уравнению движения Ньютона.

$$c^2 M \frac{d}{d\xi} \left(\frac{d\varphi}{d\xi} \left(1 - \left(\frac{d\varphi}{d\xi} \right)^2 \right)^{-1/2} \right) = 2\pi \int_{\sigma(\xi)} \rho v z dz dz.$$

Заданы начальные данные и граничные условия:

$$u(z, z, 0) = u_0(z, z), \quad v(z, z, 0) = v_0(z, z), \quad w(z, z, 0) = w_0(z, z),$$

$$u|_{z_1} = \frac{\partial v}{\partial z}|_{z_1} = \frac{\partial w}{\partial z}|_{z_1} = v|_{z_2} = \frac{\partial u}{\partial z}|_{z_2} = \frac{\partial w}{\partial z}|_{z_2} = 0, \quad (2)$$

$$q(0) = q_0, \quad \dot{q}(0) = \rho_0.$$

Задача (I), (2) решается методом конечных разностей. В области Ω вводятся сетки

$\Omega_h = \{z_i, z_j; i=1, \dots, M; j=1, \dots, L\}$ и $\Omega_h^* = \{z_{i-1/2}, z_{j-1/2}; i=0, 1, \dots, M+1; j=0, \dots, L+1\}$. Начальные условия задаются в узлах сетки Ω_h^* . На полудельных временных слоях $\xi_{n+1/2} = (n+1/2)\tau$ счет ведется по схеме Лакса, затем идет счет целых временных слоев по явному кресту. Нелинейное уравнение движения Ньютона заменяется разностным аналогом

$$C^2 M \left(\frac{P_{n+1}}{\sqrt{1-P_{n+1}^2}} - \frac{P_n}{\sqrt{1-P_n^2}} \right) = \frac{1}{2} \tau h^2 \left(\sum_{i,j \in \sigma(n)} \rho_{ij}^n v_{ij}^n + \sum_{i,j \in \sigma(n+1)} \rho_{ij}^{n+1} v_{ij}^{n+1} \right);$$

$$\rho = \frac{dq}{d\xi}.$$

Относительно решения $Y = \{u, v, w\}$ задачи (1), (2) будем предполагать следующее^{/6/}:

1) в области Ω существует конечное число кусочно-гладких линий разрыва первых производных решения $\mathcal{L}_i, i=1, \dots, \kappa$. Линии разрыва имеют конечную длину;

2) вне линий разрыва Y -гладкая вектор-функция с непрерывными производными в $\Omega \setminus \bigcup_{i=1}^{\kappa} \mathcal{L}_i$.

3) $Y_{\xi}(z, z, \xi)$ непрерывна по $\xi \in [0, T]$.

В (1), (2) сделаем замену переменных $\tilde{u} = zu, \tilde{v} = zv, \tilde{w} = zw$.

Рассмотрим эквивалентную систему

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \xi} = -\frac{\partial \tilde{w}}{\partial z},$$

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial \xi} = \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z} - c_1 \tilde{\rho} \rho; \quad \rho = \frac{dq}{d\xi}; \quad \tilde{\rho} = z\rho,$$

(3)

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \xi} = -\frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial z} - \frac{1}{z} \tilde{v},$$

$$\frac{d}{d\xi} \left(\frac{\rho}{\sqrt{1-\rho^2}} \right) = c_2 \int_{\sigma(\xi)} \rho \tilde{v} dz dz,$$

$$\tilde{u}|_{z=0} = zu_0, \quad \tilde{v}|_{z=0} = zv_0, \quad \tilde{w}|_{z=0} = zw_0;$$

$q(0) = q_0, \dot{q}(0) = \rho_0, c_1, c_2$ - некоторые постоянные.

$$\tilde{u}|_{s_1} = \tilde{v}|_{s_1} = \tilde{w}|_{s_1} = \tilde{v}|_{s_2} = \tilde{u}|_{s_2} = \tilde{w}|_{s_2} = 0.$$

Доказательство устойчивости и сходимости проводится для (3). Доказательство устойчивости разностного алгоритма полностью совпадает со случаем прямоугольной области. В угловых точках на стыке прямоугольников использована аппроксимация граничных условий на вертикальных участках границы для нижнего прямоугольника и горизонтальных - для верхнего. Доказательство приведено в^{/4/}. Сходимость разностного реше-

ния к решению дифференциальной задачи доказываем так же, как в работе /4/.

Разница заключается в оценке погрешности аппроксимации схемы. Получим эту оценку.

Обозначим через U_{ij} вектор с координатами $\{u_{ij}, v_{ij}, w_{ij}\}$. Рассмотрим евклидово пространство $L_2(\Omega)$ векторов $U = \{U_{ij}\}$ с нормой

$$\|U\|_{L_2}^2 = h^2 \sum_{ij=1}^{M,L} |u_{ij}|^2 + |v_{ij}|^2 + |w_{ij}|^2.$$

Разностную краевую задачу для (3) можно записать в операторном виде:

$$U^{n+1} = L_h U^n - c_1 \tau \begin{pmatrix} 0 \\ \beta^n \end{pmatrix} \frac{B_n(U)}{\sqrt{1+B_n^2(U)}}, \quad (4)$$

$$B_{n+1}(U) = c_2 \tau \left(\frac{1}{2} A_0 U^0 + \sum_{k=1}^n A_k U^k + \frac{1}{2} A_{n+1} U^{n+1} \right),$$

$$B_n(U) = \frac{P_n}{\sqrt{1-P_n^2}}, \quad U^0 \in L_2(\Omega), \quad U|_S - \text{задано}, \quad n\tau \leq T.$$

A_k - линейный оператор, действующий в $L_2(\Omega)$:

$$A_k U = h^2 \sum_{ij \in \sigma(k)} v_{ij} p_{ij}, \quad \|A_k\| \leq \frac{P_0}{2\pi R_1} \sigma, \quad \forall k: k\tau \leq T. \quad (5)$$

σ^2 - площадь пучка $\sigma(\xi)$.

Оператор L_h в (4) имеет вид $L_h = Q_1 + \tau Q_2$. Q_2 - ограниченный в $L_2(\Omega)$ оператор, аппроксимирующий член $\frac{1}{2} \tilde{v}$: $\|Q_2\| \leq c_{Q_2}$. Q_1 - оператор с постоянными коэффициентами, аппроксимирующий систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \xi} &= - \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z}, \\ \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \xi} &= \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \xi} = - \frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial z},$$

$$\tilde{u}|_{z_1} = \tilde{v}|_{z_1} = \tilde{w}|_{z_1} = \tilde{v}|_{z_2} = \tilde{u}|_{z_2} = \tilde{w}|_{z_2} = 0.$$

Положим $Z^n = Y^n - U^n$. Y - точное решение задачи (3), U - решение разностной задачи (4). Погрешность Z^n удовлетворяет системе уравнений:

$$\begin{aligned} Z^{n+1} &= (Q_1 + \tau Q_2) Z^n + \Psi(Y) + c_1 \tau \begin{pmatrix} 0 \\ \beta^n \end{pmatrix} \left(\frac{B_n(Y-Z)}{\sqrt{1+B_n^2(Y-Z)}} - \frac{B_n(Y)}{\sqrt{1+B_n^2(Y)}} \right) \\ &\quad - c_1 \tau \begin{pmatrix} 0 \\ \beta^n \end{pmatrix} \frac{B_n(U)}{\sqrt{1+B_n^2(U)}}, \end{aligned}$$

$$B_{n+1}(z) = c_2 \tau \left(\frac{1}{2} A_0 z^0 + \sum_{k=1}^n A_k z^k + \frac{1}{2} A_{n+1} z^{n+1} \right),$$

$$\Psi(Y) = Y^{n+1} - (Q_1 + \tau Q_2) Y^n + c_1 \tau \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{\rho}_0^n \end{pmatrix} \frac{B_n(Y)}{\sqrt{1+B_n^2(Y)}},$$

$$z^0 = 0. \quad (7)$$

$\Psi(Y)$ - погрешность аппроксимации схемы (4). В^{4/} методом энергетических неравенств^{5/} показано, что при $\alpha = \tau/h \leq 1$ $\|Q_1\| \leq 1$. Используя результаты^{4/}, из (7) и (5) получим

$$\|z^{n+1}\|_{L_2} \leq (1 + \tau c_{Q_2}) \|z^n\|_{L_2} + \|\Psi(Y)\|_{L_2} + c_1 \tau \|\tilde{\rho}^n\| \|B_n(z)\| + c_1 \tau \|\tilde{\rho}_z^n\|_{L_2}, \quad \|\tilde{\rho}^n\| \leq \frac{\rho_0}{2\pi} \sigma. \quad (8)$$

$$\|B_{n+1}(z)\|_{L_2} \leq c_2 \tau \frac{\rho_0}{2\pi R_1} \sigma \sum_{k=0}^{n+1} \|z^k\|_{L_2} = c A \sum_{k=0}^{n+1} \|z^k\|_{L_2}; \quad A = c_2 \frac{\rho_0}{2\pi R_1} \sigma.$$

Для доказательства сходимости разностного решения (4) к решению дифференциальной задачи (3) нужно оценить $\|\Psi(Y)\|_{L_2}$, $\|\tilde{\rho}_z^n\|$.

$$\|\tilde{\rho}_z^n\|_{L_2} = \|(z_i \rho_{ij})_z\|_{L_2} \leq \rho_0 \sqrt{2} \sigma \sqrt{h} = o(\sqrt{h}).$$

Основная трудность заключается в оценке $\|\Psi(Y)\|_{L_2}$. Оценку проведем в несколько этапов.

Лемма. При сделанных выше предположениях о свойствах решения задачи (3)

$$B_n(Y) = \int_0^{\xi_n} \int_{\sigma(\xi)} \psi(z, z, \xi) dz dz d\xi + o(\tau + h).$$

Доказательство.

Разложим решение в ряд Тейлора до первых производных. Тогда

$$\begin{aligned} B_n(Y) &= \frac{1}{2} \tau h^2 \sum_{k=0}^n \left(\sum_{m \in \sigma(k)} \psi_{ml}^k + \sum_{m \in \sigma(k+1)} \psi_{ml}^{k+1} \right) = \tau h^2 \sum_{k=0}^n \sum_{m \in \sigma(k)} \psi_{ml}^k + \\ &+ \frac{1}{2} \tau h^2 \sum_{k=0}^n \left(\sum_{m \in \sigma(k+1)} \psi_{ml}^k - \sum_{m \in \sigma(k)} \psi_{ml}^k \right) + \\ &+ \frac{1}{2} \tau \cdot \tau h^2 \sum_{k=0}^n \sum_{m \in \sigma(k+1)} \psi_{\xi}^k(z_m, z_l, \xi_k + \tau \theta_k) = I_1 + I_2 + I_3, \end{aligned}$$

$$0 < \theta_k < 1.$$

Так как $|\psi_{\xi}^k| \leq c$, то

$$\|I_3\| = o(\tau) \quad \text{при} \quad n\tau \leq T.$$

Рассмотрим

$$I_2 = \frac{1}{2} \tau h^2 \sum_{k=0}^n \left(\sum_{m \in \sigma(k+1)} \psi_{ml}^k - \sum_{m \in \sigma(k)} \psi_{ml}^k \right).$$

За один шаг по времени τ площадка $\sigma(\xi)$ смещается по сетке влево или вправо меньше чем на h . Это следует из соотношений:

$$P_n = (q_{n+1} - q_n) / \tau, \quad |P_n| < 1, \quad \alpha = \tau / h \leq 1.$$

Поэтому, в худшем случае, $|I_2| \leq \frac{1}{2} \tau h^2 \sum_{k=0}^n \sum_{m=M_1}^{M_2} (|\psi_{m\ell_1}^k| + |\psi_{m\ell_2}^k|)$,

где ℓ_1^* , ℓ_2^* - индексы оставшихся членов из ряда по ℓ .

Отсюда $\|I_2\| = O(h)$.

Сумма $I_1 = \tau h^2 \sum_{k=0}^n \sum_{m \in \sigma(k)} \psi_{m\ell}^k$ является формулой прямоугольников для интеграла

$$B_n^T(Y) = \int_0^{\tau} \int_{\sigma(\xi)} \psi(z, z, \xi) dz d\xi d\xi.$$

Для функций с ограниченными первыми производными^{/7/}

$$I_1 = B_n^T(Y) + O(\tau + h).$$

Следовательно, $B_n(Y) = B_n^T(Y) + O(\tau + h)$.

Лемма доказана.

Погрешность аппроксимации $\Psi(Y)$ представим в виде

$$\Psi(Y) = Y^{n+1} - Q_1 Y^n - \tau Q_2 Y^n + c_1 \tau \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{y}^n \end{pmatrix} P_n^T + c_1 \tau \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{y}^n \end{pmatrix} \left(\frac{B_n(Y)}{\sqrt{1+B_n^T(Y)}} - \frac{B_n^T(Y)}{\sqrt{1+[B_n^T(Y)]^2}} \right), \quad (9)$$

где $P_n^T = \frac{B_n^T(Y)}{\sqrt{1+[B_n^T(Y)]^2}}$ - точное решение уравнения движения Ньютона.

$$\left\| \frac{B_n(Y)}{\sqrt{1+B_n^T(Y)}} - \frac{B_n^T(Y)}{\sqrt{1+[B_n^T(Y)]^2}} \right\|_{L_2} \leq \|B_n(Y) - B_n^T(Y)\|_{L_2} = O(\tau + h).$$

При сделанных предположениях относительно решения Y дифференциальной задачи (1), (2)

$$Q_2 Y^n = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{z_i} \tilde{v}_{ij} \end{pmatrix} + O(\tau + h).$$

Из (3) и (9) получаем, что

$$\Psi(Y) = Y^{n+1} - Q_1 Y^n + \tau O(\tau + h), \quad (10)$$

где оператор Q_1 аппроксимирует систему (6).

Координаты вектора $Y^{n+1} - Q_1 Y^n = \{\psi_1, \psi_2, \psi_3\}$ определяются следующим образом:

$$\psi_1 = u_{ij}^{n+1} - u_{ij}^n + \frac{\alpha}{8} f_i(u_i^n) - \frac{\alpha^2}{8} f_i(u_{z\bar{z}}^n) + \frac{\alpha^2}{8} v_{z\bar{z}}^n,$$

$$\psi_2 = v_{ij}^{n+1} - v_{ij}^n - \frac{\alpha}{8} f_j(u_i^n) - \frac{\alpha^2}{8} f_j(v_{z\bar{z}}^n) + \frac{\alpha^2}{8} u_{z\bar{z}}^n,$$

$$\Psi_3 = \omega_{i,j}^{n+1} - \omega_{i,j}^n + \frac{\alpha}{8} f_i(u_{\bar{z}}^n) - \frac{\alpha^2}{8} f_i(\omega_{\bar{z}\bar{z}}^n) - \frac{\alpha}{8} f_j(v_{\bar{z}}^n) - \quad (II)$$

$$- \frac{\alpha^2}{8} f_j(\omega_{\bar{z}\bar{z}}^n).$$

Здесь $f_i(\eta) = \eta_{i+1,j} + 2\eta_{i,j} + \eta_{i-1,j}$, $f_j(\eta) = \eta_{i,j+1} + 2\eta_{i,j} + \eta_{i,j-1}$,

$\eta_{\bar{z}} = \eta_{i+1,j} - \eta_{i-1,j}$, $\eta_{\bar{z}\bar{z}} = \eta_{i+1,j} - \eta_{i-1,j}$, $\eta_{\bar{z}\bar{z}} = \eta_{i+1,j} - 2\eta_{i,j} + \eta_{i-1,j}$,

$\eta_{\bar{z}\bar{z}} = \eta_{i,j+1} - 2\eta_{i,j} + \eta_{i,j-1}$.

Разложим решение в ряд Тейлора до первых производных. Из (II), учитывая (5), получим:

$$\begin{aligned} \|\Psi_1\|_{L_2} \leq & \tau (\|u_{\bar{z}}(\xi_n + \tau \theta_{n,1}) - u_{\bar{z}}\|_{L_2} + \frac{1}{2} \|\omega_{\bar{z}}(z_j + h \theta_{j,4}) - \omega_{\bar{z}}\|_{L_2} + \\ & + \frac{1}{2} \|\omega_{\bar{z}}(z_j - h \theta_{j,5}) - \omega_{\bar{z}}\|_{L_2} + \frac{1}{8} \|\omega_{\bar{z}\bar{z}\bar{z}}(z_i + h \theta_{i,2}) - \omega_{\bar{z}\bar{z}\bar{z}}(z_i - h \theta_{i,3})\|_{L_2} + \\ & + \frac{1}{8} \|\omega_{\bar{z}\bar{z}\bar{z}}(z_i + h \theta_{i,2}) - \omega_{\bar{z}\bar{z}\bar{z}}(z_i - h \theta_{i,3})\|_{L_2} + \frac{1}{8} \|u_{i+1,\bar{z}}(z_j + h \theta_{j,6}) - \\ & - u_{i+1,\bar{z}}(z_j - h \theta_{j,7})\|_{L_2} + \frac{1}{4} \|u_{\bar{z}}(z_j + h \theta_{j,8}) - u_{\bar{z}}(z_j - h \theta_{j,9})\|_{L_2} + \\ & + \frac{1}{8} \|u_{i+1,\bar{z}}(z_j + h \theta_{j,10}) - u_{i+1,\bar{z}}(z_j - h \theta_{j,11})\|_{L_2} + \frac{1}{8} \|u_{\bar{z}\bar{z}}(z_i + h \theta_{i,12}) - \\ & - u_{\bar{z}\bar{z}}(z_i - h \theta_{i,13})\|_{L_2} + \frac{1}{8} \|u_{\bar{z}\bar{z}}(z_i - h \theta_{i,13}) - u_{\bar{z}\bar{z}}(z_i - h \theta_{i,13})\|_{L_2}), \\ & 0 < \theta_{kl} < 1. \end{aligned} \quad (I2)$$

Пусть \mathcal{L} - одна из линий разрыва первых производных, например по \bar{z} . Число ячеек сетки, накрывающих линию конечной длины, $\sim O(1/h)$.

Рассмотрим одну из норм в определении $\|\Psi_1\|_{L_2}$, например,

$$\begin{aligned} \|\omega_{\bar{z}}(z_j + h \theta_{j,4}) - \omega_{\bar{z}}(z_j)\|_{L_2}^2 &= h^2 \sum_{i,j=1}^{M,L} |\omega_{\bar{z}}(z_j + h \theta_{j,4}) - \omega_{\bar{z}}(z_j)|^2 = \\ &= h^2 \sum^* + h^2 \sum^{**}. \end{aligned}$$

Здесь \sum^{**} содержит $O(1/h)$ узлов ячеек сетки, накрывающих \mathcal{L} .

\sum^* содержит остальные узлы сетки.

Тогда

$$h^2 \sum^* |\omega_{\bar{z}}(z_j + h \theta_{j,4}) - \omega_{\bar{z}}(z_j)|^2 \leq \tau_{\omega}^2(h) h^2 (M+1)(L+1) = O(\tau_{\omega}^2(h)),$$

$\tau_{\omega}(h)$ - модуль непрерывности $\omega_{\bar{z}}$, а

$$h^2 \sum_{O(1/h)}^{**} |\omega_{\bar{z}}(z_j + h \theta_{j,4}) - \omega_{\bar{z}}(z_j)|^2 \leq \frac{1}{h} c h^2 = O(h).$$

Аналогично рассматриваются другие нормы в (I2). По предположению, су-

существует лишь конечное число линий разрыва первых производных. Тогда $\|\Psi_1\|_{L_2} = \tau O(\delta(\tau) + \tau(h) + \sqrt{h})$, $\delta(\tau)$ и $\tau(h)$ — модули непрерывности первых производных решения Y_1, Y_2, Y_3 . Для координат Ψ_2, Ψ_3 имеем аналогичные оценки:

$$\|\Psi_2\|_{L_2} = \tau O(\delta(\tau) + \tau(h) + \sqrt{h}), \quad \|\Psi_3\|_{L_2} = \tau O(\delta(\tau) + \tau(h) + \sqrt{h}).$$

Таким образом,

$$\|\Psi(Y)\|_{L_2} = \tau O(\delta(\tau) + \tau(h) + \sqrt{h}). \quad (13)$$

Функции $\delta(\tau)$, $\tau(h)$ определяются свойствами гладкости решения вне линий разрыва первых производных в Ω . С учетом полученных оценок из (8), (13) следует

$$\|z^{n+1}\|_{L_2} \leq (1 + \tau C_{Q_2}) \|z^n\|_{L_2} + \tau^2 B \sum_{k=0}^n \|z^k\|_{L_2} + \tau O(\delta(\tau) + \tau(h) + \sqrt{h}),$$

$B = C_1 A \rho_0 / 2\tau \delta$.

Применяя метод математической индукции, получим оценку скорости сходимости:

$$\|z^n\|_{L_2} = O(\delta(\tau) + \tau(h) + \sqrt{h}); \quad \alpha = \tau/h \leq 1, \quad n\tau \leq T.$$

Если вне линий разрыва первых производных в Ω решение Y задачи (1), (2) имеет ограниченные вторые производные по τ, z, ξ , то

$$\|z^n\|_{L_2} = O(\tau + \sqrt{h}).$$

В заключение выражаю глубокую благодарность С.И. Сердюковой за внимание к работе и полезные обсуждения.

Литература

1. Бахвалов Н.С. и др. ОИЯИ, РИИ-8086, Дубна, 1980.
2. Бахвалов Н.С. и др. О численном решении системы уравнений Максвелла с движущимся разрывом в правой части, ЖВМ и МФ, 1976, т.16, № 3.
3. Бахвалов Н.С., Жидков Е.П., Каданцева Е.П., Рубин С.В., Сердюкова С.И. Численное решение модельной самосогласованной электродинамической задачи, ЖВМ и МФ, 1979, т.19, № 5.
4. Каданцева Е.П. ОИЯИ, РИИ-8089, Дубна, 1980.
5. Самарский А.А., Гулин А.В. Устойчивость разностных схем, "Наука", М., 1973.
6. Рождественский Б.Л., Яненко П.Н. Системы квазилинейных уравнений, "Наука", М., 1978.
7. Бахвалов Н.С. Численные методы, т.1, "Наука", М., 1973.

Рукопись поступила в издательский отдел
21 декабря 1981 года