

C-216



объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

4690 / 2-81

14/9-81

P11-81-421

С.С.Саутбеков, А.Б.Швачка

ПАКЕТ ПРОГРАММ
ДЛЯ РАСЧЕТА ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ
В НЕОДНОРОДНЫХ ВОЛНОВОДАХ

Направлено на VII Всесоюзный семинар по комплексам программ математической физики /Горький, сентябрь 1981 года/

1981

Ниже приведено описание пакета программ, предназначенных для расчета переходного излучения зарядов и диполей, движущихся вдоль оси неоднородной волноводной системы. Отдельные программы пакета служат для вычисления полей, возбуждаемых зарядом при пролете неоднородностей волноводной системы, а также потерь энергии на излучение.

1. СТРУКТУРА И ОПИСАНИЕ ПАКЕТА ПРОГРАММ

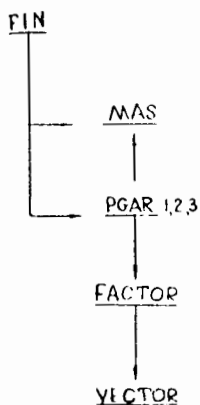
Программа FIN является главной управляющей программой пакета. Последовательно вызывая программы MAS и PGAR, она организует процесс вычисления значений цилиндрических функций и их комбинаций, входящих в выражения для полей излучения и потока энергии в зависимости от скорости движения источника вдоль оси волноводной системы. Упрощенная блок-схема пакета программ приведена на рисунке.

В начале работы пакета с помощью оператора DATA вводятся значения параметров волноводной системы. Программа FIN находит проинтегрированные по времени и по сечению волновода значения энергии переходного излучения для различных областей волноводной системы в зависимости от скорости движения заряда. Программа MAS вычисляет значения продольных волновых векторов w в расширяющихся волнах.

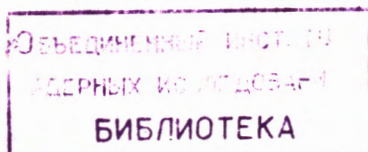
Программы PGAR1, PGAR2 и PGAR3 рассчитывают различные комбинации цилиндрических функций нулевого и первого порядка, а также плотность и поток энергии переходного излучения. Для расчета цилиндрических функций используется стандартная программа-функция BESJY из библиотеки стандартных программ/ОБСП/БЭСМ-6.

Вызывая программу VECTOR, программа FACTOR вычисляет значения факторизованных по методу Винера-Хопфа-Фока /ВХФ/ /1/ цилиндрических функций для заданного набора значений их аргументов. VECTOR использует стандартную подпрограмму-функцию GAMMA из ОБСП БЭСМ-6.

Опишем подробнее, как осуществляется процесс факторизации функций $\phi(w)$.



◀ Упрощенная блок-схема пакета программ.



Как известно^{/2/}, функцию $\Phi(w)$, аналитическую на действительной оси w , можно продолжить в верхнюю полуплоскость w по известной формуле

$$\Phi_+(w) = \sqrt{\Phi(0)} e^{\theta(w)} \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{w}{w_n}\right) e^{\frac{w}{w_n}} \quad (n=1,2,3,\dots) \quad /1/$$

Аналогично осуществляется аналитическое продолжение в нижнюю полуплоскость w . При этом справедливы следующие соотношения между факторизованными значениями функции $\Phi(w)$:

$$\Phi_+(w) = \Phi_-(w), \quad \Phi_+(-w) = \Phi_-(w), \quad \Phi_+(w) \Phi_-(w) = \Phi(v) - \text{inv},$$

где $v = \sqrt{k^2 - w^2} - \text{inv}$ - нули функций $\Phi(v)$ и $\Phi_+(w)$ соответственно.

Функция $\theta(w)$ выбирается так, чтобы факторизованные значения $\Phi(w)$ при $w \rightarrow \infty$ имели не более чем степенной рост. При этом функция $\theta(w)$ является нечетной. Для любого значения волнового вектора k можно подобрать $\theta(w)$ так, чтобы выполнялось равенство $\Phi(w) = \Phi(v)$; тогда процесс факторизации является однозначным и факторизованные значения функции Φ_{\pm} на бесконечности ведут себя должным образом.

Так как факторизация $\Phi_+(v)$ по формуле /1/ создает трудности при численном счете, выразим $\Phi_+(v)$ через известные функции. Для этого рассмотрим асимптотику выражения $v_n = A(n+B)$ при $n \rightarrow \infty$. В случае функции Бесселя $A = \frac{\pi}{a}$, $B = \frac{1}{4}$ при $J_0(v/a) = 0$; для функции отрезков $A = \frac{\pi}{a_2 - a_1}$, $B = \frac{1}{2}$ при

$$J_0(va_1) N_0(va_2) - J_0(va_2) N_0(va_1) = 0.$$

Тогда формула /1/ принимает вид

$$\sqrt{\Phi(0)} \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{v}{v_n}\right) e^{\frac{v}{v_n} + \theta(v)} = e^{\theta(v)} \sqrt{\Phi(0)} \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{B - \frac{v}{A}}{n}\right) e^{-\frac{B - \frac{v}{A}}{n} \times} \times \prod \left(1 + \frac{B}{n}\right)^{-1} e^{\frac{B}{n}} = e^{\theta(v) + c \frac{v}{A}} \frac{\Gamma(B+1)}{\Gamma(B+1 - \frac{v}{A})}, \quad /2/$$

где c - постоянная Эйлера, Γ - гамма-функция.

Используя формулу Стирлинга для больших значений v , находим $\theta(v)$. При этом формула /2/ примет вид

$$\Phi_+(w) = \sqrt{\Phi(0)} e^{-\frac{v}{A} (\ln |\frac{v}{A}| - 1)} \frac{\Gamma(B+1)}{\Gamma(B+1 - \frac{v}{A})} \quad /3/$$

Полученное асимптотическое выражение можно уточнить, записав в виде

$$\Phi_+(w) = \sqrt{\Phi(0)} e^{-\frac{v}{A} (\ln |\frac{v}{A}| - 1)} \frac{\Gamma(B+1)}{\Gamma(B+1 - \frac{v}{A})} \prod_{n=1}^N \frac{1 - \frac{v}{v_n}}{1 - \frac{v}{A(n+B)}}.$$

Так как произведение $\prod_{n=1}^N$ в этой формуле сильно сходится, для вычислений достаточно ограничиться $N=5$.

Далее для удобства будем пользоваться формулой

$$\frac{\Phi_+(w)}{\Phi_-(w)} = e^{-2\frac{v}{A} (\ln |\frac{v}{A}| - 1)} \frac{\Gamma(B+1 + \frac{v}{A})}{\Gamma(B+1 - \frac{v}{A})}, \quad /4/$$

где

$$\Phi_+(w) = \sqrt{\Phi(v)} \frac{\Phi_+(w)}{\Phi_-(w)}. \quad /5/$$

Для больших значений v в программе используется формула

$$\frac{\Phi_+(w)}{\Phi_-(w)} = -2 \left(\frac{\frac{v}{A} + B + 1}{\frac{v}{A} - B - 1} \right)^{B + \frac{1}{2}} e^{6A \left[\left(\frac{v}{A} \right)^2 - (B+1)^2 \right]} \sin \pi \left(\frac{v}{A} - B - 1 \right). \quad /6/$$

С помощью формул /4/-/6/ программа FACTOR вычисляет факторизованные значения функции $\Phi_{\pm}(w)$ в собственных нулях, где

$$\Phi_+^*(w_n) = \lim_{w \rightarrow w_n} \Phi(w) / (w - w_n),$$

а также в нулях w_n других цилиндрических функций. При этом используется соотношение

$$\lim_{v \rightarrow v_n} \frac{v - v_n}{v + v_n} = \lim_{w \rightarrow w_n} \frac{w - w_n}{w + w_n}.$$

2. ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ЗАРЯДОВ

Вычисление напряженности электромагнитного поля, возбуждаемого движущимся источником в цилиндрическом волноводе, сводится к решению краевой задачи электродинамики^{/1/}. Одним из эффективных способов решения такого класса задач является метод ВХФ^{/1,3/}. Для волноводных систем различной конфигурации нами был разработан алгоритм численного исследования потерь энергии на излучение в зависимости от скорости движения заряда вдоль оси системы. Поля, плотность и поток энергии излучения в таких системах описываются кратными рядами по собственным волнам, возбуждаемым зарядом. Например, при влете заряда со скоростью βc в бесконечную трубу с конечной толщиной стенок полный поток энергии, излучаемой зарядом вперед, вычисляется по формуле:

$$P = \frac{\pi q^2 c a_1^2}{16 \gamma^2} \sum_{n,m=1}^{\infty} k_n w_m \left\{ \frac{(a_1, a) J_1(v_m a_1)}{J_0(v_m a) - J_0^*(v_m a_1) + (w_m - w_n) J_0^*(v_n a) (a_1, a_2)} \right\}^2,$$

где

$$(a_1, a_2) = \begin{vmatrix} N_0(v_n a_1) J_0(v_n a_1) \\ N_0(v_n a_2) J_0(v_n a_2) \end{vmatrix}, \quad (a_1, a) = \begin{vmatrix} N_0(v_m a_1) J_0(v_m a_1) \\ N_0(v_m a) N_0(v_m a) \end{vmatrix} \quad /7/$$

$$w_m = \sqrt{k_m^2 - v_m^2}, \quad k_m = \frac{\sqrt{k_p^2 - v_m^2}}{\beta}, \quad k_p = 2,4 \gamma \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} \right).$$

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Описанный выше пакет программ благодаря его модульной структуре может быть использован для расчета дифракции электромагнитных волн и излучения зарядов в различных волноводных системах, состоящих из полубесконечных волноводов с конечной толщиной стенок и отрезков труб. Источниками возбуждаемых полей могут быть токовые кольца и заряженные сгустки, как покоящиеся, так и движущиеся с постоянной скоростью вдоль оси системы.

Проделав предельный переход $a \rightarrow \infty$ в выражениях для полей

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{(a_i, a)_+}{(a_j, a)_+} = \frac{(a_i, \infty)_+}{(a_j, \infty)_+}, \quad i, j=1, 2, \quad i \neq j, \quad /8/$$

получим формулы для вычисления полей излучения в открытом пространстве.

Пакет программ реализован на ЭВМ CDC-6500 и БЭСМ-6 на языке Фортран.

Авторы выражают глубокую благодарность Э.И.Уразакову за стимулирующие дискуссии и постоянный интерес к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вайнштейн Л.А. Теория дифракции и метод факторизации. "Советское радио", М., 1966.
2. Нобл Б. Метод Винера-Хопфа. ИЛ, М., 1962.
3. Игушкин Л.П., Уразаков Э.И. Препринт НИИЯФ МГУ, М., 1969, ч. 1-3.

Рукопись поступила в издательский отдел
19 июня 1981 года.

Саутбеков С.С., Швачка А.Б. Пакет программ для P11-81-421
расчета переходного излучения в неоднородных волноводах

Приведено описание пакета программ, предназначенных для расчета переходного излучения зарядов и диполей, движущихся вдоль оси неоднородной волноводной системы. Пакет программ реализован на ЭВМ CDC-6500 и БЭСМ-6 на языке фортран.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1981

Sautbekov S.S., Shvachka A.B. Software Package for P11-81-421
Computation of Transitional Radiation in the Nonuniform Waveguides

The description of software package for computation of transitional radiation of charges and dipoles, moving along the axis of the nonuniform waveguide system is given. The package is written in FORTRAN language and may be run at BESM-6 or CDC-6500 computers.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1981

Перевод аннотации О.С.Виноградовой