



сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

2988 / 2-81

15/6-81

P11-81-191

А.В.Беляев, А.П.Чернигов

ПАКЕТ ПОДПРОГРАММ FPP
ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЙ
С ВЕЩЕСТВЕННЫМИ ЧИСЛАМИ НА ЭВМ ТРА-і

1981

ВВЕДЕНИЕ

Пакет подпрограмм FPP (FLOATING POINT PACKAGE) позволяет программисту использовать на ЭВМ TPA-i^{1/} арифметику с плавающей запятой без написания собственных подпрограмм выполнения операций.

FPP, описанный в^{2,3/}, обладает рядом особенностей. В нем не используется устройство^{4/} расширенной арифметики, невозможно обращение к другому кубу памяти.

В данном FPP предполагается наличие на ЭВМ устройства расширенной арифметики. За счет использования устройства расширенной арифметики в моде "B" и применения некоторых новых алгоритмов время выполнения операции сложения вещественных чисел уменьшилось примерно в 2 раза, а умножения и деления - в 7 раз. Во столько же раз быстрее выполняются эти операции и по сравнению с операциями из стандартного блока плавающей запятой для ЭВМ "Электроника-100" с использованием команд ДАБ^{5/}. При меньшем объеме программы - 6 страниц - в данном FPP на 13 операций больше.

FPP действует по принципу интерпретатора: код команды служит для вызова соответствующей подпрограммы. При обращении к данному FPP для адресных команд используется не одно, а два слова. В результате стало возможным обращение к другому кубу памяти, косвенная адресация, автоматическое изменение адреса числа на 1, 2 или 3, что удобно при организации циклов.

Диапазон изображаемых чисел в форме с плавающей запятой - стандартный для машин типа PDP-8:

$$0,8 \cdot 10^{-616} < |X| < 1,6 \cdot 10^{616} \quad \text{или} \quad X = 0.$$

1. ИЗОБРАЖЕНИЕ ВЕЩЕСТВЕННЫХ ЧИСЕЛ

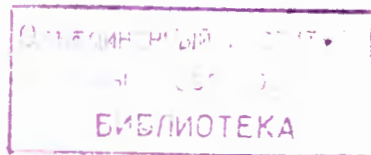
Вещественное число представляется внутри машины двоичной мантиссой и показателем. Числа представляются следующим образом:

$$\text{мантисса} * 2^{\text{показатель}},$$

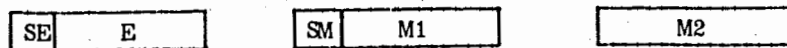
где мантисса - величина со знаком, причём

$$\frac{1}{2} \leq | \text{мантисса} | < 1,$$

т.е. числа нормализованы;



показатель - целое число со знаком.
 Под показатель отводится одно слово машины, под мантиссу - два слова:



SE - знак показателя /1 разряд/
 E - показатель в дополнительном коде /11 разрядов/
 SM - знак мантиссы /1 разряд/
 M1 - старшая часть мантиссы } в дополнительном коде
 M2 - младшая часть мантиссы } /всего 23 разряда/

Пример: Рассмотрим представление десятичного числа 0,1.
 Двоичное представление числа 0,1 таково:
 0,00 011 001 100 110 011 001 100 110 011 001 100..
 Его можно переписать в виде:

$2^{-3} * 0,11 001 100 110 011 001 100 110 011 001 100...$
 Тогда с учетом описанной выше формы оно запишется в трех машинных словах ТРА следующим образом:
 111 111 101 011 001 100 110 011 001 100 110
 или в восьмеричной записи:

7775 3146 3146.

Десятичное число - 0,1 выглядит так:

7775 4631 4632

/мантисса - в дополнительном коде/.

2. ОБРАЩЕНИЕ К FPP

При обращении к FPP допускается 2 типа команд: адресные - когда необходимо указывать адрес числа, и безадресные - когда операции производятся над числом, находящимся в псевдоаккумуляторе FAC /см. п.3/.

Обращение к FPP осуществляется /на языке SLANG^{6/} / следующим образом:

N CIF FPPF0 / FPPF0 - умноженный на 10₈ номер куба,
 / в котором находится FPP.
 N+1 CDF CURF0 / если требуется, CURF0 - умноженный на 10₈
 /номер куба, в котором находится данная вы-
 /зывающая программа.
 .. JMS I Z AFPP /по адресу AFPP находится адрес начала FPP.
 <команда>
 <адрес>
 <команда>

N+K <команда>
 <команда>

N+M 0000 /код выхода из FPP.
 /продолжение после выхода из FPP; AC=0, MQ=0

Для безадресных команд

<команда>:= <операция> ,

для адресных команд

<команда>:= <операция> <куб> <I> <шаг> ,

где <операция> - код операции /биты 0-5/
 <куб> - номер куба /биты 6-8/
 <I> - указатель способа адресации /бит 9/
 <шаг> - шаг, который прибавляется к адресу числа после выполнения операции /биты 10,11/
 <адрес> - если <I>=0, то это адрес числа, находящегося в указанном кубе; если <I>=1, то это адрес, по которому находится адрес числа, находящегося в указанном кубе.

Следует отметить, что команды в сущности являются фактическими параметрами обращения к подпрограмме, причем число параметров заранее не фиксируется. С другой стороны, программисту удобно считать эти параметры командами, так как FPP - интерпретатор.

Примечание: При возникновении ошибок с кодами 1,2,3 или 4 /см. п.3/ происходит следующее:

- 1/ по адресу N+M засылается код останова HLT/7402/
- 2/ в AC засылается код ошибки /1,2,3 или 4/
- 3/ в MQ засылается число (N+K) - адрес команды, при выполнении которой возникла ошибка
- 4/ управление передается по адресу N+M /останов по адресу N+M /.

3. ОПЕРАЦИИ С ПЛАВАЮЩЕЙ ЗАПЯТОЙ

В FPP используется псевдоаккумулятор FAC, занимающий ячейки A, A+1, A+2 того куба, в котором помещается FPP (A = ADRFPP + 200₈, ADRFPP - адрес начала FPP). Ячейка A содержит

показатель, а ячейки A+1 и A+2 - мантиссу числа. Если результатом выполнения операции является число с плавающей запятой, то оно будет находиться в FAC /исключение - команда FNEG /.

Операции сведены в таблицу, где:

- Y - значит "поместить по адресу Y";
- (Y)K => L - значит "перевести число, находящееся по адресу Y, из формата K в формат L";
- t - среднее время выполнения операции.

Таблица

Мнемокод операции	Код	Название	Описание	Код ошибки	t мкс
FEXIT	0000	Возврат	-	-	47
FNORM	0100	Нормализовать FAC	(FAC)нормализация → FAC	-	155
FCLA	0200	Очистить FAC	0 → FAC	-	65
FACNEG	0300	Сменить знак FAC	-(FAC) → FAC	-	70
ABS	0400	Абсолютная величина	(FAC) → FAC	-	70
SQUARE	0500	Возвести в квадрат	(FAC) * (FAC) → FAC	-	295
SQRT	0600	Квадратный корень	√(FAC) → FAC	1	2900
FLDA	0700	Поместить в FAC	(X) → FAC	-	125
FSTA	1000	Запомнить	(FAC) → X	-	125
FAD	1100	Сложить	(FAC) + (X) → FAC	-	370
FSB	1200	Вычесть	(FAC) - (X) → FAC	-	390
FMU	1300	Умножить	(FAC) * (X) → FAC	-	310
FDV	1400	Разделить	(FAC) / (X) → FAC	2	290
FADSTA	1500	Сложить и запомнить	(FAC) + (X) → X	-	435
FSBSTA	1600	Вычесть и запомнить	(FAC) - (X) → X	-	460
FMUSTA	1700	Умножить и запомнить	(FAC) * (X) → X	-	380
FDVSTA	2000	Разделить и запомнить	(FAC) / (X) → X	2	360
FNEG	2100	Сменить знак	-(X) → X	-	115
FTOI	2200	F - I - преобразование	(FAC) F => I → X	3	120
ITOF	2300	I - F - преобразование	(X) I => F → FAC	-	120
FTOJ	2400	F - J - преобразование	(FAC) F => J → X	4	125
JTOF	2500	J - F - преобразование	(X) J => F → FAC	-	120

Примечания: 1. Операции FEXIT, FNORM, FCLA, FACNEG, ABS, SQUARE, SQRT - безадресные /остальные - адресные/.

2. Операция FEXIT - возврат из GPP в вызывающую программу.

3. Операция SQRT. Вычисление квадратного корня из числа A осуществляется методом Ньютона:

$$z_{i+1} = (z_i + A/z_i) / 2$$

Вычисления прекращаются, если $|z_{i+1} - z_i|$ не больше единицы младшего разряда. Если A < 0, вырабатывается код ошибки 3 и происходит останов по ошибке /см. п.2/.

4. ОПЕРАЦИЯ FDV.

Имея команду деления 24-разрядного целого числа на 12-разрядное целое число, получим формулу, по которой осуществляется деление.

Запишем делимое A в виде $A = M_A \cdot 2^{E_A}$ и делитель $B = M_B \cdot 2^{E_B}$, где M_A, M_B - мантиссы, $\frac{1}{2} \leq |M_A| < 1$, $\frac{1}{2} \leq |M_B| < 1$, а E_A, E_B - порядки.

Тогда

$$D = \frac{|A|}{|B|} = \frac{|M_A| \cdot 2^{E_A - E_B}}{|M_B| \cdot 2 \cdot C^2} = \frac{|M_A| \cdot C^2}{|M_B| \cdot 2 \cdot C^2} \cdot 2^{E_A - E_B + 1} = P \cdot \frac{A_1 \cdot C + A_2}{B_1 \cdot C + B_2}$$

где $C = 2^{12}_{10} = 10000_8$, $P = 2^{E_A - E_B + 1}$

A_1 - старшая часть мантиссы A, $2^{10} \leq A_1 \leq 2^{11} - 1$,

A_2 - младшая часть мантиссы A, $0 \leq A_2 \leq 2^{12} - 1$,

B_1 - старшая часть мантиссы B, сдвинутой на 1 разряд влево, $2^{11} \leq B_1 \leq 2^{12} - 1$.

Тогда

$$M = \frac{A_1 \cdot C + A_2}{B_1 \cdot C + B_2} = C^{-1} \cdot \frac{A_1 \cdot C + A_2}{B_1} \cdot \frac{1}{(1 + \frac{B_2}{B_1 \cdot C})} = C^{-1} (Q + \frac{R}{B_1}) (1 - \frac{B_2}{B_1 \cdot C} + (\frac{B_2}{B_1 \cdot C})^2 - \dots)$$

где Q - целая часть от деления $(A_1 \cdot C + A_2)$ на B_1 , $2^{10} \leq Q \leq 2^{12} - 1$,
R - остаток от деления $(A_1 \cdot C + A_2)$ на B_1 , $0 \leq R \leq 2^{12} - 2$.

Можно записать

$$M = C^{-1} (Q + \frac{R}{B_1}) - C^{-1} \cdot Q \cdot \frac{B_2}{B_1 \cdot C} - C^{-1} \cdot \frac{R}{B_1} \cdot \frac{B_2}{B_1 \cdot C} + C^{-1} (Q + \frac{R}{B_1}) (\frac{B_2}{B_1 \cdot C})^2 - \dots =$$

$$= C^{-1} \cdot Q + \frac{R}{B_1 \cdot C} - \frac{Q \cdot B_2}{B_1 \cdot C^2} + \epsilon = Q \cdot C^{-1} + \frac{(R \cdot C - Q \cdot B_2)}{B_1} \cdot C^{-2} + \epsilon =$$

$$= Q \cdot C^{-1} + \left[\frac{R \cdot C - Q \cdot B_2}{B_1} \right] \cdot C^{-2} + \left\{ \frac{R \cdot C - Q \cdot B_2}{B_1} \right\} \cdot C^{-1} + \epsilon,$$

где [], { } - соответственно целая и дробная части, а

$$\epsilon = -C^{-1} \cdot \frac{R}{B_1} \cdot \frac{B_2}{B_1 \cdot C} + C^{-1} (Q + \frac{R}{B_1}) (\frac{B_2}{B_1 \cdot C}) = \frac{B_2}{(B_1 \cdot C)^2} ((Q + \frac{R}{B_1}) \frac{B_2}{C} - R),$$

$$|\epsilon + \left\{ \frac{R \cdot C - Q \cdot B_2}{B_1} \right\} \cdot C^{-2}| \leq \left| \frac{B_2}{(B_1 \cdot C)^2} \cdot Q \cdot \frac{B_2}{C} - \left\{ \frac{Q \cdot B_2}{B_1} \right\} \cdot C^{-2} \right| < 2^{-22}$$

т.е. при делении последняя двоичная цифра не гарантирована. Окончательно мантисса частного состоит из Q - старшей части, и $\left[\frac{R \cdot C - Q \cdot B_2}{B_1} \right]$ - младшей части.

Если $B=0$, вырабатывается код ошибки 2 /деление на 0/ и происходит останов по ошибке /см. п.2/.

5. ОПЕРАЦИИ FTOI И FTOJ.

Формат F - представление числа в форме с плавающей запятой /3 слова/.

Формат I - представление целого числа со знаком /1 слово/.

Формат J - представление натурального числа /1 слово/.

Обозначим X_L - число в формате L. Тогда F-I - преобразование можно описать:

$$X_F \xrightarrow{F-I} X_I = [X_F] \quad X_F \in [-2048, 2048),$$

Если действительное число $X_F: X_F \notin [-2048, 2048)$, то при попытке выполнить F-I - преобразование вырабатывается код ошибки 3 и происходит останов по ошибке /см. п.2/.

F-J - преобразование можно описать:

$$X_F \xrightarrow{F-J} X_J = [X_F], \quad X_F \in [0, 4096).$$

Если $X_F: X_F \notin [0, 4096)$, то при попытке выполнить F-J - преобразование вырабатывается код ошибки 4 и происходит останов по ошибке /см. п.2/.

При выполнении операций сложения, вычитания, умножения, деления округление производится с недостатком за счет отбрасывания "хвоста" мантиссы.

Пример: Составить программу для вычисления

$$U = \sum_{i=1}^{10} (X_i + Y_i) X_i.$$

Адреса следующие:

Символ	Куб	Адрес
X_1	1	120
Y_1	2	400
U	3	500

Вызывающая программа должна находиться в 1-м кубе, FPP-в 0-м. Программа приводится на рисунке.

```

0000 FPPF0=00 /DEFINITIONS FOR ASSEMBLER
0170 AFFP=170
0001 CURF=1
0010 CURF0=10
0600 START=600
0010 FX0=10
0120 X=120
0020 FY0=20
0400 Y=400
0030 FU0=30
0400 Y=400
0030 FU0=30
0500 U=500

```

**i

```

FIELD CURF
*START
*0600
0600 7665 CAN DST
0601 0500 U
0602 6211 CDF CURF0
0603 6202 SUN, CIF FPPF0
0604 4570 JNS I Z AFFP
0605 0714 FLDA FX0 4
0606 0624 AIX /INDIRECT ADDRESSING
0607 1123 FAD FY0 3 /STEP=3
0610 0400 Y
0611 1317 FNU FX0 7 /INDIRECT ADDRESSING, STEP=3
0612 0624 AIX
0613 1130 FAD FU0
0614 0500 U
0615 1030 FSTA FU0
0616 0500 U
0617 0000 FEXIT
0620 2223 ISZ COUNT
0621 5203 JMP SUM
0622 5225 JMP .+3
0623 7766 COUNT, -12 /DECIMAL 10
0624 0120 AIX, X
... /CONTINUATION
...

```

*

Рисунок

ЛИТЕРАТУРА

1. Малая электронная вычислительная машина 1000 TPA-i /справочник/. KFKI 72-7322, Budapest.
2. Система с плавающей запятой TPA. KFKI 72-6225, Budapest.

3. TPA-i Floating Point System Program Listing. KFKI 757711, Budapest.
4. Fast Arithmetic Unit Ci-04(F) TPA-i, KFKI, Budapest.
5. Акушский И.Я., Трояновский В.М. Программирование на "Электронике-100" для задач АСУ ТП. "Советское радио", М., 1978.
6. SLANG, программный язык TPA. KFKI 72-6296, Budapest.

Рукопись поступила в издательский отдел
18 марта 1981 года.