

с345e4
A-465

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



18/41-74

4479/2-74

P11 - 8059

Л.Александров; Е.П.Жидков, Л.Л.Зиновьева

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ
МАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ ДЛЯ СОЗДАНИЯ
ОДНОРОДНОГО ПОЛЯ С ПОМОЩЬЮ ЭВМ

1974

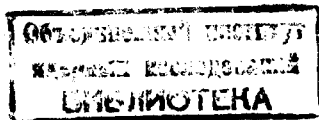
ОТДЕЛ НОВЫХ МЕТОДОВ УСКОРЕНИЯ

P11 - 8059

Л.Александров,* Е.П.Жидков,* Л.Л.Зиновьева

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ
МАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ ДЛЯ СОЗДАНИЯ
ОДНОРОДНОГО ПОЛЯ С ПОМОЩЬЮ ЭВМ

* Сотрудники ЛВТА.



ВВЕДЕНИЕ

В различных физических исследованиях часто бывает необходимо иметь на оси или в некотором объеме однородное магнитное поле заданной точности. Хорошо известно, что такие поля можно создать с помощью соленоида с постоянной плотностью распределения ампервитков, длина которого велика по сравнению с рассматриваемой областью поля. Но обычно на магнитную систему накладываются те или иные конструктивные ограничения. К ним прежде всего относятся дискретность системы и ограниченность ее длины. Если при этих условиях систему выполнить из одинаковых цилиндрических катушек с прямоугольным сечением одинаковой плотности ампервитков, то, как известно, однородное поле заданной точности будет наблюдаться лишь на небольших участках. Для увеличения области однородного поля, создаваемого данной магнитной системой, в ней необходимо соответствующим образом изменить распределение ампервитков. Частные случаи решения этой задачи рассмотрены в работах ^{/1,2/}. В данной работе на основе анализа математической модели магнитной системы рассматривается общий подход к ее решению с помощью регуляризованных итерационных процессов типа Гаусса-Ньютона ^{/3/}. На примере конкретной магнитной системы проводится численное исследование влияния различных факторов на однородность поля.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ ДЛЯ СОЗДАНИЯ ОДНОРОДНОГО ПОЛЯ

Магнитное продольное поле в любой точке пространства, создаваемое системой катушек, описывается уравнением вида

$$H_z(r_j, z_j) = \sum_{i=1}^M J_i \int_{R_{1i}(z')}^{R_{2i}(z')} \int_{z_{1i}}^{z_{2i}} G_z(r', z', r_j, z_j) dz' dr', \quad j = 1 \div N, \quad /1/$$

где M - число катушек в системе, N - число точек, в которых рассматривается поле, J_i - плотность тока в i -ой катушке, r', z' ; r_j, z_j - координаты соответственно токонесущей и расчетной точек, z_{1i}, z_{2i} - продольные координаты i -ой катушки /см. рис. 1/, $R_{1i}(z')$, $R_{2i}(z')$ - соответственно внутренний и внешний радиальный профиль i -ой катушки, $G_z(r', z', r_j, z_j)$ - функция Грина, которая для продольной составляющей поля в аксиально-симметричной системе имеет вид ^{/4/}

$$G_z(r', z', r_j, z_j) = \frac{k}{\sqrt{(r' + r_j)^2 + (z' - z_j)^2}} \times \quad /2/ \\ \times \left[K + \frac{r'^2 - r_j^2 - (z' - z_j)^2}{(r' - r_j)^2 + (z' - z_j)^2} E \right],$$

где K и E - соответственно полные эллиптические интегралы 1-го и 2-го рода от модуля

$$x^2 = \frac{4r'r_j}{(r' + r_j)^2 + (z' - z_j)^2},$$

k - коэффициент, зависящий от системы единиц; если размеры взяты в сантиметрах, поле - в эрстедах, плотность тока - в А/см, то $k=0,2$.

Из уравнения /1/ следует, что при фиксированных продольных размерах катушек на характер поля в некоторой области можно влиять, во-первых, изменением плотностей токов в катушках, во-вторых, путем изменения радиальных размеров катушек и, в-третьих, изменением как плотностей токов, так и радиальных размеров, вместе взятых. Кроме того, величина поля зависит от числа катушек в системе. Все эти способы практически осуществляются по-разному, поэтому при конструировании магнитных систем для создания однородного поля в зависимости от возможностей можно использовать все три подхода.

Рассмотрим конкретно, как реализуется варьирование параметров, влияющих на характер поля. При этом, исходя из практического удобства конструирования магнитных систем, будем считать, что внутренний и внешний радиус в пределах каждой катушки постоянен, т.е. не зависит от продольной координаты z' , и, кроме того, внутренний радиус всех катушек фиксирован.

Ⓘ. Различные плотности в катушках можно осуществить двумя способами:

- а/ система выполняется из последовательно соединенных катушек одного размера, но различающихся по числу витков;

- б/ система выполняется из катушек одного размера и с одинаковым числом витков, но каждая имеет автономное питание.

Зная плотность тока J_i в i -ой катушке, можно определить необходимое число витков в ней /п.а./ и ток от источника /п.б./.

$$W_i = \frac{J_i \cdot S_i}{I} -$$

- число витков в i -ой катушке, где S_i - сечение i -ой катушки, I - ток источника, которым запитывается система последовательно соединенных катушек.

$$I_i = \frac{J_i S_i}{W} -$$

- ток от источника для i -ой катушки, где W - число витков в каждой катушке системы.

II. Если влияние на характер поля осуществляется за счет изменения внешних радиальных размеров, то практически это означает, что система выполняется из последовательно соединенных катушек с одинаковой удельной плотностью распределения витков, а следовательно, и с одинаковой плотностью тока. Зная внешний радиус i -ой катушки R_{2i} и толщину одного слоя витков $\Delta \ell_{\text{сл}}$, можно найти число слоев в катушке

$$N_{\text{сл}i} = \frac{R_{2i} - R_{1i}}{\Delta \ell_{\text{сл}}}.$$

В этом случае в качестве плотности тока желательно брать ее максимально допустимую среднюю величину для конкретной магнитной системы, так как очевидно, что этому соответствует минимальный расход проводника.

Варьирование в системе как плотностей токов, так и внешних радиальных размеров, вместе взятых, можно осуществить двумя способами:

а/ система выполняется из катушек с одинаковой плотностью намотки витков; каждая катушка имеет автономное питание;

б/ система выполняется из последовательно соединенных катушек, различающихся по числу витков.

Зная плотность тока J_i и внешний радиус R_{2i} катушки, можно найти число слоев $N_{\text{сл}i}$ и ток от источника I_i /п. I. а/

$$N_{\text{сл}i} = \frac{R_{2i} - R_{1i}}{\Delta \ell}$$

$$I_i = \frac{J_i (R_{2i} - R_{1i}) (z_{2i} - z_{1i})}{W_{\text{сл}} \cdot N_{\text{сл}i}},$$

где $\Delta \ell$ - толщина одного слоя, $W_{\text{сл}}$ - число витков в одном слое.

Число витков в i -ой катушке для п. I. б/ находится по формуле:

$$W_i = \frac{J_i (R_{2i} - R_{1i}) (z_{2i} - z_{1i})}{I},$$

где I - ток, запитывающий систему последовательных катушек.

Таким образом было показано, что при проектировании магнитных систем для создания однородного поля необходимо уметь находить плотности токов в катушках системы, их внешний радиус или и то и другое одновременно, при условии создания наилучшим образом в заданной области однородного поля.

3. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Рассмотрим задачу определения в катушках магнитной системы для создания однородного поля одновременно плотностей токов и внешних радиусов. Она сводится к решению переопределенной нелинейной системы /1/ относительно неизвестных параметров J_i и R_{2i} ($i = 1 \div M$) /всего $2M$ неизвестных/, где $H_z(r_j, z_j)$ ($j = 1 \div N$) заданы и равны постоянной величине. Переопределенность означает, что $2M \leq N$. /Обычно $2M < N$ /.

Данная задача является обратной задачей магнитостатики, т.е. заданному полю необходимо определить параметры магнитной системы.

Известно /5/, что обратные задачи являются широким классом некорректных задач, для которых характерна неустойчивость. Вычислительный опыт решения различных обратных задач магнитостатики на ЭВМ обычными методами решения переопределенных систем, например, минимизацией квадратичного функционала $\chi^2 = \sum_{j=1}^N [H_{\text{теор.}} - H]^2$, подтверждает факт неустойчивости задач такого рода.

Для получения устойчивых решений некорректных задач, в частности, плохо обусловленных алгебраических систем А.Н.Тихоновым были разработаны методы регуляризации^{/6-8/}, развиваемые в дальнейшем и другими авторами.

Кроме того, следует отметить, что при проектировании магнитных систем задача может и не иметь решения с требуемой точностью, так как на систему для создания поля накладываются конструктивные ограничения. Аналитически обычно трудно доказать существование и единственность решения.

Численные устойчивые методы позволяют решить этот вопрос. Для решения полученной системы /1/ был выбран регуляризованный итерационный процесс типа Гаусса-Ньютона^{/3/}, на основе которого на ФОРТРАНе составлена стандартная программа COMPII, представляющая собой модификацию программы REGN^{/9/}.

В этой программе обеспечивается:

а/ устойчивость итерационных процессов относительно искажений входных данных и ошибок округлений при работе ЭВМ;

б/ применимость в случае вырожденных систем уравнений;

в/ возможность решения задачи при увеличении числа неизвестных.

В итерационных регуляризованных процессах в качестве основной информации о решаемой задаче вводятся уравнения системы /1/ и частные производные функции, зависящей от искомым параметров, по этим параметрам, которые используются при формировании матрицы Якоби.

Частные производные поля по плотностям тока имеют вид /см. /1//

$$\frac{\partial H_z(r_j, z_j)}{\partial J_i} = \int_{R_{1i}}^{R_{2i}} \int_{z_{1i}}^{z_{2i}} G_z(r', z', r_j, z_j) dz' dr'. \quad /3/$$

Для получения выражения частных производных поля по внешнему радиусу катушек используем известное соотношение

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_a^x f(t) dt = f(x), \quad /4/$$

на основании которого находим

$$\frac{\partial H_z(r_j, z_j)}{\partial R_{2i}} = J_i \int_{z_{1i}}^{z_{2i}} G_z(R_{2i}, z', r_j, z_j) dz'. \quad /5/$$

Если требуется определить только плотность токов, то система /1/ преобразуется в линейную систему уравнений относительно неизвестных J_i ($i = 1 \div M$). При этом параметры R_{2i} заданы.

Если стоит задача определения только внешних радиусов катушек при постоянной плотности тока в них, то система /1/ преобразуется в нелинейную систему уравнений относительно неизвестных R_{2i} ($i = 1 \div M$). При этом все плотности токов J_i равны одной величине, которая задана.

Для сокращения времени решения задачи можно использовать условия симметрии. Из выражения поля /1/ и функции Грина /2/ следует, что симметричное (относительно оси симметрии системы) продольное поле должно создаваться как по току, так и по геометрии системы. Это позволяет уменьшить число неизвестных в два раза, и поле задавать только на половине рабочей области.

С учетом симметрии поле и его производные примут следующий вид:

$$H_z(r_j, z_j) = \sum_{i=1}^{M_1} J_i \left[\int_{R_{1i}}^{R_{2i}} \int_{z_{1i}}^{z_{2i}} G_z(r', z', r_j, z_j) dz' dr' + \int_{R_{1i}}^{R_{2i}} \int_{z_{1i}}^{z_{2i}} G_z(r', z', r_j, z_j) dz' dr' \right], \quad /6/$$

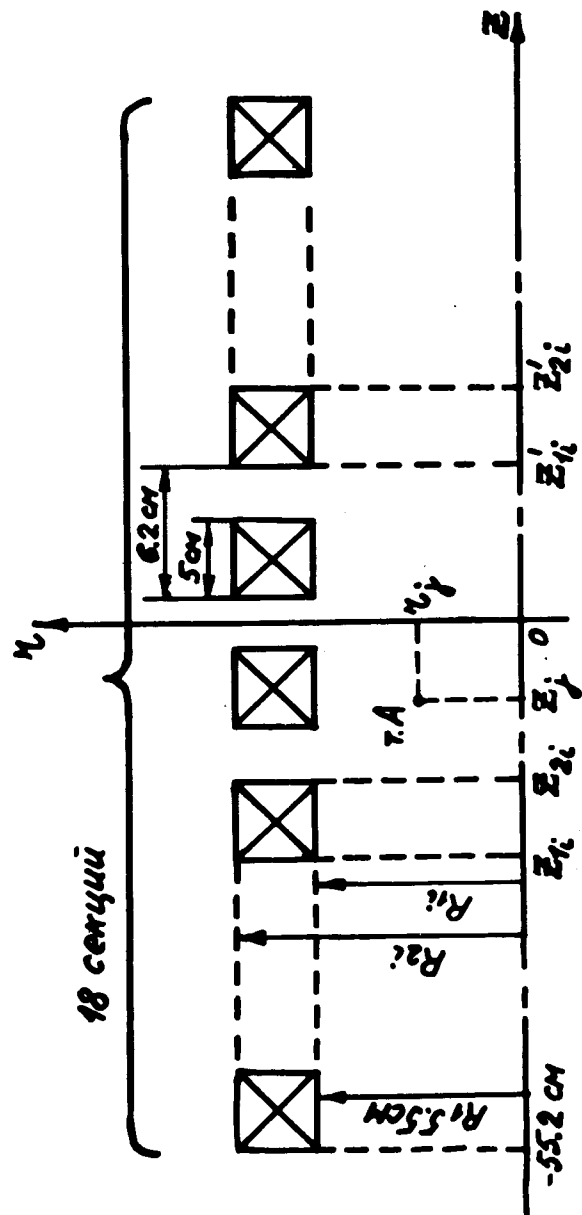


Рис. 1

$$M_1 = M/2, \quad z'_{1i} = |z_{2i}|, \quad z'_{2i} = |z_{1i}| \quad / \text{см. рис. 1} /$$

$$\frac{\partial H_z(r_j, z_j)}{\partial J_i} = \int_{R_{1i}}^{R_{2i}} \int_{z_{1i}}^{z_{2i}} G_z(r', z', r_j, z_j) dz' dr' + \int_{R_{1i}}^{R_{2i}} \int_{z'_{1i}}^{z'_{2i}} G_z(r', z', r_j, z_j) dz' dr', \quad /7/$$

$$\frac{\partial H_z(r_j, z_j)}{\partial R_{2i}} = J_i \left[\int_{z_{1i}}^{z_{2i}} G_z(R_{2i}, z', r_j, z_j) dz' + \int_{z'_{1i}}^{z'_{2i}} G_z(R_{2i}, z', r_j, z_j) dz' \right]. \quad /8/$$

Интегралы, входящие в формулы /6/, /7/, /8/, необходимо вычислять как можно точнее для того, чтобы не вносить дополнительной погрешности в метод. Это имеет значение особенно при решении нелинейной задачи, в которой верхний предел интеграла является искомым параметром. При решении задачи хорошие результаты получаются при вычислениях интегралов методом Симпсона.

На вычисление интегралов уходит значительное время. В связи с этим имеет смысл реализовать итерационный процесс, в котором на начальных итерациях интегралы вычисляются более грубо по сравнению с последующими.

При решении нелинейной задачи важно, чтобы начальное приближение находилось в области существования решения. В случае определения внешних радиусов катушек при постоянной плотности тока в них в качестве начального приближения хорошо брать внешний радиус, одинаковый для всех катушек, при котором при заданной плотности тока в центре системы создается требуемое поле. Этот радиус легко определить из уравнения:

$$H_z(0,0) = J \sum_{i=1}^M \int_{R_1}^{R_2} \int_{z_{1i}}^{z_{2i}} G_z(r', z', 0, 0) dz' dr', \quad /9/$$

которое решается численно.

О полученном решении можно судить по ряду критериев, значения которых вычисляются на каждой итерации /9/. Наиболее ценным из них является величина максимального отклонения расчетного поля от заданного.

4. ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ФАКТОРОВ НА ОДНОРОДНОСТЬ ПОЛЯ

Приведем пример определения параметров магнитной системы для создания однородного поля. Данная система состоит из 18 секций, в каждой из которых может быть расположено несколько катушек /см. рис. 1/. Внутренний радиус всех катушек одинаков и равен 5,5 см. Плотность тока во всех катушках должна быть постоянной и равна 2000 А/см². Система должна создать в некоторой области на оси однородное поле $H_z = 2000$ Э. Увеличение степени однородности поля должно быть обеспечено за счет варьирования внешних радиусов катушек. Эти радиусы определялись с помощью программы регуляризованных итерационных процессов COMPIL.

При решении задачи исследовалось влияние на степень однородности поля следующих факторов:

- 1/ выбор начального приближения,
- 2/ величина области поля,
- 3/ число катушек в системе,
- 4/ переопределенность,
- 5/ округление полученных результатов до разумной точности.

Во всех случаях интегралы, входящие в выражения поля и его производных, вычислялись методом Симпсона, причем на начальных итерациях более грубо по сравнению с последующими.

В качестве начального приближения для исследуемой системы из уравнения /9/ был найден одинаковый для всех катушек внешний радиус $R_2 = 6,5$ см.

Рассмотрим влияние на однородность поля каждого фактора в отдельности.

4.1. Выбор начального приближения

Зависимость решения от начального приближения исследовалась для системы, в каждой секции которой находится по одной катушке, для области поля $-40 \text{ см} \leq z \leq 40 \text{ см}$. Сравнивались результаты решения для начального приближения, полученного на основе уравнения /9/ / $R_{2i} = 6,5 \text{ см}$ /, с решениями для начальных приближений, немного отклоняющихся от него в обе стороны / $R_{2i} = 6 \text{ см}$ и $R_{2i} = 7 \text{ см}$ / /таблицы 1-3; номера катушек идут слева направо до оси симметрии/. Из этого сравнения хорошо видно, что предложенный выбор начального приближения удачен, так как однородность поля ухудшается при $R_2 = 6 \text{ см}$ и $R_2 = 7 \text{ см}$.

4.2. Величина области поля

Для двух областей поля $-40 \text{ см} \leq z \leq 40 \text{ см}$ и $-54 \text{ см} \leq z \leq 54 \text{ см}$ рассматривались возможности системы для создания требуемого однородного поля, каждая секция которой состоит из одной катушки. Результаты решения этих двух задач представлены в таблицах 1,4. Из полученных результатов видно, что увеличение рабочей области поля ухудшает возможности магнитной системы. В этом случае для улучшения однородности поля можно увеличить число катушек в крайних секциях системы, так как на них накладывается основная нагрузка по выравниванию поля по краям области.

4.3. Число катушек в системе

Для области поля $-40 \text{ см} \leq z \leq 40 \text{ см}$ рассматривались два варианта системы:

1/ в каждой секции расположено по одной катушке;
 2/ в каждой секции расположено по две катушки.
 Результаты решения представлены в табл. 1,5.

Из полученных результатов видно, как нетрудно предположить, что увеличение числа катушек в секциях системы улучшает степень однородности поля в рассматриваемой области.

Исследование системы по числу катушек дает возможность определять оптимальное их количество, так как, начиная с некоторого числа, значительного улучшения однородности поля не наблюдается. Например, для рассматриваемой системы видно, что увеличение в секциях числа катушек вдвое совсем не намного улучшило поле, т.е. в данной случае в каждой секции достаточно иметь по одной катушке.

4.4. Переопределенность

Исследование по переопределенности проводилось для системы, в каждой секции которой находится по одной катушке, для области поля $-54 \text{ см} \leq z \leq 54 \text{ см}$. Рассматриваем два случая:

- 1/ в области поля взято 27 точек /табл. 4/,
- 2/ в области поля взято 18 точек /табл. 6/.

Очевидно, что чем меньше число $N - 2N$, т.е. чем меньше точек взято в области поля, тем лучшая однородность получается в этих точках в результате решения. Однако между этими точками однородность хуже, чем в тех же точках при большей переопределенности /см. табл. 7/.

При исследовании на переопределенность можно найти оптимальное число точек в рассматриваемой области поля, т.к. ясно, что, начиная с некоторого числа точек, поле не будет значительно изменяться.

Таблица 1

$$R_{2i}^{(0)} = 6.5 \text{ см}, \quad -40 \text{ см} \leq z \leq 40 \text{ см}, \quad \Delta H_{\text{max}} = 7.6435 \text{ э}, \quad \mathcal{J}^2 = 430.543$$

$N^{\circ} \text{ кат}$	1	2	3	4	5
$R_2, \text{ см}$	6.46919	6.46887	6.55748	6.49345	6.50099
$N^{\circ} \text{ кат}$	6	7	8	9	
$R_2, \text{ см}$	6.49353	6.49292	6.49408	6.48994	

Таблица 2

$$R_{2i}^{(0)} = 6.0 \text{ см}, \quad -40 \text{ см} \leq z \leq 40 \text{ см}, \quad \Delta H_{\text{max}} = 7.6443 \text{ э}, \quad \mathcal{J}^2 = 430.384$$

$N^{\circ} \text{ кат}$	1	2	3	4	5
$R_2, \text{ см}$	6.12207	6.54438	6.56143	6.49578	6.50212
$N^{\circ} \text{ кат}$	6	7	8	9	
$R_2, \text{ см}$	6.49424	6.49339	6.49445	6.49026	

Таблица 3

$$R_{2i}^{(0)} = 7.0 \text{ см}, \quad -40 \text{ см} \leq z \leq 40 \text{ см}, \quad \Delta H_{\text{max}} = 7.6437 \text{ э}, \quad \mathcal{J}^2 = 430.317$$

$N^{\circ} \text{ кат}$	1	2	3	4	5
$R_2, \text{ см}$	5.99636	6.57141	6.56236	6.49659	6.50246
$N^{\circ} \text{ кат}$	6	7	8	9	
$R_2, \text{ см}$	6.49448	6.49354	6.49457	6.49037	

Таблица 4
 $-54 \text{ см} \leq z \leq 54 \text{ см}$, 27 точек в области
 $R_{2i}^{(0)} = 6.5 \text{ см}$, $\Delta H_{\text{max}} = 148 \text{ э}$

$N^{\circ}_{\text{кат}}$	1	2	3	4	5
$R_2, \text{ см}$	7.21985	6.25300	6.61521	6.44099	6.52107
$N^{\circ}_{\text{кат}}$	6	7	8	9	
$R_2, \text{ см}$	6.47996	6.49045	6.49724	6.48989	

Таблица 5
 $-40 \text{ см} \leq z \leq 40 \text{ см}$
 $R_{2i}^{(0)} = 6.5 \text{ см}$, $\Delta H_{\text{max}} = 5.5468 \text{ э}$, $f^2 = 305.652$

$N^{\circ}_{\text{кат}}$	1	2	3	4	5	6
$R_2, \text{ см}$	6.66236	6.76363	7.05963	7.22341	5.50143	7.23763
$N^{\circ}_{\text{кат}}$	7	8	9	10	11	12
$R_2, \text{ см}$	6.03982	6.79571	6.28905	6.63017	6.40670	6.54109
$N^{\circ}_{\text{кат}}$	13	14	15	16	17	18
$R_2, \text{ см}$	6.47775	6.47849	6.53698	6.42213	6.57453	6.43749

Таблица 6
 $-54 \text{ см} \leq z \leq 54 \text{ см}$, 18 точек в области
 $R_{2i}^{(0)} = 6.5 \text{ см}$, $\Delta H_{\text{max}} = 132.188 \text{ э}$

$N^{\circ}_{\text{кат}}$	1	2	3	4	5
$R_2, \text{ см}$	7.27344	6.21486	6.63276	6.43138	6.52519
$N^{\circ}_{\text{кат}}$	6	7	8	9	
$R_2, \text{ см}$	6.47800	6.49745	6.49142	6.48841	

Таблица 7

$Z, \text{ см}$	Число точек $MW = 18$	Число точек $MW = 27$	$Z, \text{ см}$	Число точек $MW = 18$	Число точек $MW = 27$
	$\Delta H = H_{\text{расч.}} - H_{\text{зад. э}}$	$\Delta H = H_p - H_{3, \text{ э}}$		$\Delta H = H_p - H_{3, \text{ э}}$	$\Delta H = H_p - H_{3, \text{ э}}$
-54	-115	-148	-26	5	4
-53	34	2	-25	-2	-2
-52	115	86	-24	-2	-3
-51	132	110	-23	1	1
-50	106	91	-22	4	4
-49	60	53	-21	2	2
-48	12	13	-20	-5	-4
-47	-27	-20	-19	-10	-9
-46	-54	-44	-18	-8	-7
-45	-65	-55	-17	0	0
-44	-59	-52	-16	7	7
-43	-37	-33	-15	8	7
-42	-6	-6	-14	2	2
-41	22	20	-13	-4	-4
-40	36	32	-12	-5	-5
-39	35	30	-11	0	0
-38	23	19	-10	6	6
-37	10	8	-9	7	6
-36	2	1	-8	1	1
-35	-2	-1	-7	-6	-6
-34	-7	-5	-6	-9	-8
-33	-13	-11	-5	-7	-4
-32	-18	-16	-4	2	3
-31	-17	-15	-3	4	5
-30	-7	-7	-2	0	1
-29	5	5	-1	-7	-5
-28	13	12	0	-10	-9
-27	12	11			

Таблица 8

Z, см	без округления	округление до 3-го знака	Z, см	без округления	округление до 3-го знака
	$\Delta H = H_p - H_{z, \text{э}}$	$\Delta H = H_p - H_{z, \text{э}}$		$\Delta H = H_p - H_{z, \text{э}}$	$\Delta H = H_p - H_{z, \text{э}}$
-40	4,6	6,3	-20	-1,5	9,8
-38	-1,6	5,3	-18	-6,2	6,0
-36	-0,3	7,4	-16	6,0	18,8
-34	6,2	14,0	-14	0,6	13,7
-32	-5,4	1,7	-12	-6,0	7,4
-30	-4,4	1,6	-10	5,9	19,8
-28	7,5	13	-8	1,9	16,6
-26	-1,6	4,9	-6	-7,6	8,1
-24	-4,5	3,7	-4	2,7	19,6
-22	6,5	16,5	-2	1,0	18,5

4.5. Влияние округления решения на однородность поля

Практически невозможно выполнить катушки с той точностью, которая получается в результате вычислений на машине. Кроме того, из всех полученных решений хорошо видно, что размеры центральных катушек системы с некоторой точностью одинаковы. Поэтому для упрощения изготовления системы найденные размеры этих катушек берутся совершенно одинаковыми с разумной точностью; размеры остальных катушек округляются.

Это было сделано для системы, в каждой секции которой находится по одной катушке, для области $-40 \text{ см} \leq z \leq 40 \text{ см}$.

В соответствии с табл. 1 были взяты следующие размеры катушек:

№ кат.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
R ₂ , см	6,47	6,47	6,56	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5

При этом, естественно, однородность поля ухудшается /табл. 8/.

Для улучшения однородности поля в этом случае размеры средних одинаковых катушек фиксируются, размеры крайних катушек уточняются с помощью итерационного регуляризованного процесса. Для рассматриваемой системы уточненные размеры катушек составили:

№ кат.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
R ₂ , см	6,16	6,5	6,57	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5

При этом максимальное отклонение незначительно уменьшилось с 19,8 Э /см. табл. 8/ до 18,7 Э, а $\chi^2 = 2350$ /для сравнения с результатами без округления: табл. 1/.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итерационные регуляризованные процессы оказались эффективными при решении частной обратной задачи магнитостатики, а именно, при определении параметров магнитной системы для создания однородного поля. С помощью этих процессов было выяснено, как влияют на степень однородности величина области поля, число катушек в системе, переопределенность.

Общая постановка задачи определения параметров системы для создания однородного поля даст возможность

использовать итерационные регуляризованные процессы для определения различных параметров магнитных систем при создании не только однородного, но и полей других конфигураций.

Литература

1. H.Desportes. Rapport CEA-R2606, Saclay, 1964.
2. В.И.Курочкин и др. Труды IV Всесоюзного совещания по физико-химии, металлосведению и металлофизике сверхпроводников, стр. 133, М., изд. "Наука", 1969.
3. Л.Александров. ОИЯИ, P5-7258, Дубна, 1973.
4. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. Физматгиз, М., 1959.
5. А.Н.Тихонов. В сб. "Вычислительные методы и программирование". Вып. VIII, изд. МГУ, 1967, 3-33.
6. А.Н.Тихонов. ДАН СССР, т. 151, №3, 501-504 /1963/.
7. А.Н.Тихонов. ДАН СССР, т. 156, № 6, 1296-1299 /1964/.
8. А.Н.Тихонов. ДАН СССР, т. 163, 3, 591-595 /1965/.
9. Л.Александров. ОИЯИ, P5-7259, Дубна, 1973.

*Рукопись поступила в издательский отдел
1 июля 1974 года.*