сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

P11-80-92

В.И.Кочкин

НЕКОТОРЫЕ ПОДПРОГРАММЫ ДЛЯ ПРОВЕРКИ ПСЕВДОСЛУЧАЙНЫХ ЧИСЕЛ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В МЕТОДЕ МОНТЕ-КАРЛО

1980

ВВЕДЕНИЕ

Вопросы исследования качества псевдослучайных числовых последовательностей, используемых в методе Монте-Карло и получаемых на ЭВМ или с помощью специальных подпрограмм (генераторов случайных чисел, сокращенно-ГСЧ), или с помощью дополнительных к процессору технических устройств (т.н. датчиков случайных чисел, ДСЧ), имеют как самостоятельный теоретический интерес, так и прикладное, практическое значение. В обоих случаях, т.е. и для ГСЧ, и для ДСЧ, при проверке требуются обоснованные системы тестов, использующие стохастические и статистические методы, схемы, модели, формулы, алгоритмы и выполненные на их основе подпрограммы, как необходимый элемент в библиотеках стандартных подпрограмм для ЭВМ. Данное сообщение в этом смысле является продолжением работы автора /5/.

Назначение и основное содержание данной работы

В работах /7,8/ предложен ГСЧ, удобный для малоразрядных ЭВМ, выполненный на алгоритмическом языке ФОРТРАН. Он был проверен по системе тестов, описанной в ряде публикаций /4,2,6/.

Автору было предложено более детально проверить качество псевдослучайных чисел, получаемых по данному ГСЧ /8/, составив подпрограмму для определения равномерности попадания троек подряд идущих чисел псевдослучайной последовательности в пространственные ячейки единичного куба и сравнив результаты машинного эксперимента с равномерным распределением по критерию χ^2.

Для одномерной функции распределения методика проверки по критерию χ^2 (К.Пирсона) хорошо изложена, например, в /1/. Для двумерного случая соответствующая формула и методика проверки содержится в /2,4,6/. По аналогии с этими работами автор данного сообщения проводит проверку гипотезы равномерного распределения случайных точек в единичном кубе по легко выводимой эмпирической формуле и обобщает ее для равномерного распределения при однородном разбиении области на произвольное число измерений.

Пусть n есть размерность функции распределения, каждая из n условных осей координат разбивается на m одинаковых интервалов. N есть объем выборки, или общее число точек моделируемого распределения, или арифметических векторов (отдельные числа или пары, тройки, четверки и т.д. подряд идущих чисел рассматриваемой последовательности). ν (с индексами) есть полученное в машинном эксперименте число арифметических векторов, или точек, попавших в отдельную ячейку разбиения n -мерного единичного гиперкуба.

Тогда

$$\chi^2_{(n)} = \frac{m^n}{N} \sum_{i_1=1}^{m} \cdots \sum_{i_n=1}^{m} \left(\nu_{i_1 \dots i_n} - \frac{N}{m^n}\right)^2 .$$

В частности,

$$\chi^2_{(3)} = \frac{m^3}{N} \sum_{i}^{m} \sum_{j}^{m} \sum_{k}^{m} \left(\nu_{ijk} - \frac{N}{m^3}\right)^2 .$$

Таблица

	$\chi^2_{(1)}$ N=100 000, m=20	$\chi^2_{(2)}$ N=100 000, m=16	$\chi^3_{(3)}$ N=10 000 , m=8
RNDM(-1)	29,4112	256,15872	492,3136
RNDM(K) K=16	16,5353	263,7824	864,0768
Теоретическое значение $\chi^2_{(n)}$	20	256	512

Основные результаты проверки

ГСЧ RNDM(K) /8/ был проверен по прежней системе тестов и дополнительно – по новым подпрограммам для $n=3$ и 4. Для сравнения приведены результаты проверки ГСЧ RNDM(-1) , входящего как стандартная подпрограмма в математическое обеспечение ЭВМ БЭСМ-6. Результаты находятся в таблице. ГСЧ RNDM(K) полностью удовлетворяет критерию одномерного равномерного распределения в интервале (0,1), критерию отсутствия корреляции пар идущих друг за другом чисел (двумерное равномерное распределение), критерию поразрядной (по всей рассматриваемой совокупности чисел) случайности двоичных цифр. Новым тестам равномерности распределения в пространстве 3-х и 4-х измерений и т.д., что является необходимым условием пригодности какого-либо ГСЧ для решения многомерных задач, см. /3/, данный генератор не удовлетворяет и поэтому не может быть рекомендован для вычисления многомерных интегралов при $n > 2$. Для малоразрядных ЭВМ имеет смысл использование ДСЧ.

Генератор RNDM(-1) новым тестам удовлетворяет полностью. Ниже приведен пример программы для случая $n = 3$.

```
      SUBROUTINE RN4
      DIMENSION LT(8,8,8)
C     THE TEST OF THREE
C     DIMENSIONAL CHI SQUARE
      N=10000
      NQ=3
      KS=2**NQ
      KA=0
      DO 1 I=1,KS
      DO 2 L=1,KS
      DO 3 M=1,KS
      LT(I,L,M)=0
    3 CONTINUE
    2 CONTINUE
    1 CONTINUE
    4 I=INT(RNDM(-1.)*KS)+1
      L=INT(RNDM(-1.)*KS)+1
      M=INT(RNDM(-1.)*KS)+1
      LT(I,L,M)=LT(I,L,M)+1
      KA=KA+1
      IF(KA-N) 4,5,5
    5 CONTINUE
      DO 6 I=1,KS
      DO 7 L=1,KS
      PRINT 100,(LT(I,L,M),M=1,KS)
  100 FORMAT(2X,8I5)
    7 CONTINUE
    6 CONTINUE
      SUM=0.
      DO 8 I=1,KS
      DO 9 L=1,KS
      DO 10 M=1,KS
      SUM=SUM+(LT (I,L,M)-N/(2.**(3.*NQ)))**2
   10 CONTINUE
    9 CONTINUE
    8 CONTINUE
      CHI23=SUM*(2.**(3.*NQ)/N)
      PRINT 101, CHI23
  101 FORMAT (2X,6HCHI23=,/F12.6)
      RETURN
      END
```

ЛИТЕРАТУРА

1. Смирнов Н.В., Дунин-Барковский И.В. Краткий курс математической статистики для технических приложений. Физматгиз, Москва, 1959.
2. Совещание по программированию и математическим методам решения физических задач (Дубна, 30 октября- 4 ноября 1973 г.), Д10-7707, Дубна, 1974.
3. Соболь И.М. Детерминистическая интерпретация критериев согласия и проверка псевдослучайных чисел. ИПМ АН СССР, Москва, 1968.
4. Ососков Г.А., Полякова Р.В. Псевдослучайные числа на ЭВМ "Минск-22". ОИЯИ, Б1-11-5165, Дубна, 1970.
5. Кочкин В.И. ОИЯИ, 11-6409, Дубна, 1972.
6. Кочкин В.И. Автореферат кандидатской диссертации ОИЯИ, 10-7919, Дубна, 1974.
7. Акишин П.Г., Ососков Г.А. ОИЯИ, Р5-8411, Дубна, 1974.
8. KFKI - 1977-12, стр. 137-148.